

수정된 FXLMS 알고리듬을 이용한 능동소음제어 시스템 2차 경로 비선형 특성 적응보상 기법

Nonlinear Compensation of A Secondary Path in Active Noise Control Using A Modified Filtered-X LMS Algorithm

정 인 석*, 안 규 영**, 남 상 원***
(I.S. Jeong, K.Y. Ahn, S.W. Nam)

Abstract – In active noise control (ANC) system, the convergence behavior of the Filtered-X Least Mean Square (FXLMS) algorithm may be affected by nonlinear distortion in the secondary path as in the power amplifiers (e.g., saturation), loudspeakers and transducers. This distortion may yields degrading the error reduction performance of the ANC systems. In this paper, the authors of this paper propose a more improved and stable FXLMS algorithm to compensate for the undesirable nonlinearity of the secondary-path, whereby the third-order Volterra model was employed for the identification of the nonlinear secondary-path. In particular, the proposed approach was based on the modification of the conventional FXLMS algorithm. Finally, the simulation results showed that the proposed approach yields better convergence property and more stable performance in the ANC systems.

Key Words : ANC, FXLMS, Nonlinear Secondary path, Adaptive Volterra filtering.

1. 서 론

능동소음제어(ANC)는 적용 필터링의 중요한 응용 분야 중 하나로 그동안 활발히 연구되어왔다. 능동소음제어 시스템을 위해 사용되는 가장 성공적인 적용 알고리듬은 그림 1과 같은 Filtered-X LMS(FXLMS) 알고리듬이다. 이 알고리듬은 LMS 알고리듬의 능동소음제어시스템에서 적용되기 위해 변형된 형태인데, 2차 경로 상에 위치한 소자들의 효과를 보상하기 위해 2차 경로와 같은 전달함수를 갖는 필터를 이용하여 참조 신호를 미리 필터링 한다[1,2]. 그림 1에서 일반적인 FXLMS알고리듬은 2차 경로에 대한 추정값 오차에 대해 상당히 강인하기 때문에 2차 경로가 선형 또는 약한 비선형성을 포함하는 경우에도 잘 적용될 수 있다[8,9]. 그러나, 2차 경로에서 발생하는 어느 정도 이상의 비선형 특성(e.g., $\sigma^2 = 4.0$ [10])은 전체적인 ANC 시스템의 성능을 감소시킨다. 예를 들어, 비선형성의 존재는 잔여 오차를 증가시키고 LMS 알고리듬을 발산하게 한다[8-10]. 일반적으로, 2차 경로는 digital to analog converter(DAC), smoothing filter, 전력 증폭기, loudspeaker, 음향경로(loudspeaker로 부터 오차 감지 마이크로폰까지의), 오차 감지 마이크론, pre-amplifier, anti-aliasing filter, ADC로 구성된다. 특히, 2차 경로에서의

주요 비선형 왜곡 요인은 신호 converter (ADC 그리고 DAC), 전력 증폭기, 그리고 transducer (speakers 그리고 actuators)들이다. 비선형 효과는 digital 전기 신호를 analog 전기 또는 기계적인 신호로 비선형적으로 변환시키게 되어 [9,10], ANC시스템의 잔여 오차를 증가시키고 적용 제어기를 불안정한 상태로 만든다. 극단적인 경우에서, 그것은 ANC시스템을 발산하게 만든다. 이러한 이유로, 2차 경로 시스템의 비선형 측성이 증가함에 따라 2차 경로의 정확한 추정과 ANC 시스템의 안정화를 위해 새로운 기법이 요구된다. 구체적으로, 바람직하지 않은 비선형 특성을 제어하는 방법의 하나로 비선형 inverse 필터를 이용하여 비선형 2차 경로를 통과하는 잔여오차 신호에 대해 필터링하거나, 전치 왜곡기를 사용하여 2차 경로를 지나기 전에 미리 왜곡 시키는 방법이 있다[7]. 이 경우에서, 비선형 효과는 p차 inverse 필터를 사용함으로써 비선형 시스템을 선형적으로 근사화하여 효과적으로 제거될 수 있다. 그러나, 이 접근 방법은 2차 경로의 정확한 식별과 역변환 필터의 계수들을 개선하기 위해 많은 연산을 필요로 한다. 본 논문에서는 2차 경로의 비선형이 증가함에 따라 ANC 시스템의 더욱 좋은 수렴성과 더욱 안정된 성능을 얻기 위하여 정확한 2차 경로의 식별을 위해 3차 Volterra 모델을 사용하는 수정된 FXLMS 알고리듬을 제안한다. 본 논문에서 사용된 수학적 비선형 모델은 비메모리의 scaled error 함수이고 2차 경로의 transducer와 관련된 hardware를 모델링 하였다[9,10].

저자 소개

* 鄭 仁 锡 : 漢陽 大學 電子通信電波 工學科 碩士課程

** 安 奎 英 : 漢陽 大學 電子通信電波 工學科 碩士課程

*** 南 尚 沃 : 漢陽 大學 電子通信電波 工學科 正教授 · 工博

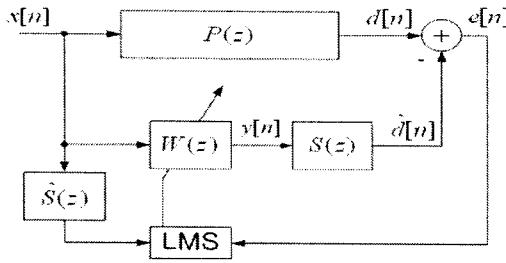


그림 1. 능동소음제어에서의 FXLMS 알고리듬

본 논문은 다음과 같이 구성되었다. 2절에서는 Volterra 급수를 이용한 모델링과 비선형 소자를 포함하는 2차 경로의 추정방법을 제시하였다. 3절에서는 제안한 알고리듬을 세부적으로 유도한다. 4절에서는 수정된 FXLMS 알고리듬과 일반적인 FXLMS 알고리듬간의 성능 비교를 위한 모의실험 결과를 보여준다.

2. Volterra 모델을 사용한 2차 경로 식별

2.1. Volterra Theory

Volterra 급수는 메모리를 가진 Taylor 급수의 확장된 형태이다. 볼테라 시스템의 출력은 시스템 커널들에 대해서 선형이므로, 기존의 선형 필터 이론이 비선형 시스템 분석에 적용될 수 있다[3,4]. 따라서 2차 경로 식별의 3차 Volterra 급수 표현은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N-1} h_1[i]x[n-i] + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=i}^{N-1} h_2[i,j]x[n-i]x[n-j] \\ + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=i}^{N-1} \sum_{k=j}^{N-1} h_3[i,j,k]x[n-i]x[n-j]x[n-k] \quad (1)$$

여기서, $h_1[i]$, $h_2[i,j]$, 그리고 $h_3[i,j,k]$ 은 각각 1차, 2차, 그리고 3차 Volterra 커널(kernel)이다. 또한 비선형 커널들(즉, $h_2[i,j]$ 와 $h_3[i,j,k]$)은 대칭적이라고 가정한다. 그러면 입-출력 관계는 다음의 벡터형식으로 간단히 표현할 수 있다.

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{h}_v^T \mathbf{x}_v[n] \quad (2)$$

여기서, Volterra 커널벡터는 선형, 2차, 그리고 3차 커널들로 구성되고, 입력벡터는 선형, 2차, 그리고 3차 입력으로 각각 구성된다. 즉,

$$\mathbf{x}_v[n] = [x[n], \dots, x[n-N+1], x^2[n], x[n]x[n-1], \dots, x[n]x[n-N+1], \\ x^2[n-1], \dots, x[n-1]x[n-N+1], x[n-2]x[n-2], \dots, \\ x^2[n-N+1], x^3[n], \dots, x^2[n]x[n-N+1], \dots, x^3[n-N+1]]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{h}_v[n] = [h_1[0], \dots, h_1[N-1], h_2[0,0], h_2[0,1], \dots, h_2[0,N-1], \\ h_2[1,1], \dots, h_2[1,N-1], h_2[2,2], \dots, h_2[N-1,N-1], \\ h_3[0,0,0], \dots, h_3[0,0,N-1], \dots, h_3[N-1,N-1,N-1]]^T \quad (4)$$

2.2. 2차 경로 식별

그림 2는 off-line 방법으로 2차 경로를 추정하기 위해 적응 Volterra 필터를 이용한 2차 경로 식별의 블록도이다. $S_i(z)$ 는 2차 경로의 선형 장치의 응답이다. 그리고 $g(y_s)$ 는 비선형 특성을 보이는 소자 함수이다. 실제적인 ANC 시스템 구동에서, 2차 경로는 알 수 없고 $S(z)$ 의 등가함수로 추정해야만 한다.

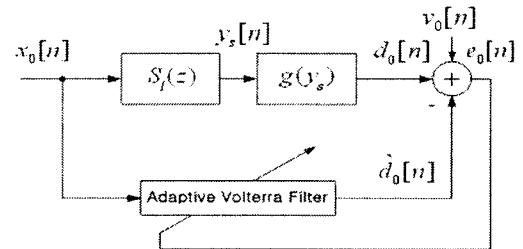


그림 2. 적응 3차 Volterra 필터를 이용한 2차 경로의 추정.

3. 제안된 알고리듬의 유도

비선형 보상 FXLMS 알고리듬을 유도하기 위해, 본 논문에서는 2차 경로를 3차 Volterra 모델을 이용하여 off-line 방법으로 식별된다고 가정한다. 만약 2차 경로의 추정이 정확하다면, 2차 경로는 3차 Volterra 모델로 대체될 수 있다. 그림 3에서, $h_l[n]$ 과 $h_c[n]$ 는 2차 경로를 추정한 Volterra 커널의 선형부분과 3차 비선형 부분을 의미한다. 식별된 비선형 2차 경로의 Volterra 급수 확장에서 본 논문에서 사용된 비선형 함수의 특성이 1차와 3차의 비중이 2차와 그 외항의 비중보다 상대적으로 크기 때문에 선형 부분과 3차 부분만을 고려하였다.

1차 경로 $\mathbf{p}[n]$ 을 통과하는 참조 신호는 다음과 같다.

$$d[n] = \mathbf{p}^T[n] \mathbf{x}[n] \quad (5)$$

또한, 원하는 신호의 출력은 다음과 같다.

$$\hat{d}[n] = h_l[n] * \mathbf{y}_l[n] + h_c[n] * \mathbf{y}_c[n] \quad (6)$$

여기에서, $\mathbf{y}_l[n]$ 과 $\mathbf{y}_c[n]$ 은 각각 Volterra 조합 $\mathbf{y}_v[n]$ 의 선형 부분과 3차 부분이다.

식 (5)과 식 (6)으로부터, 잔여 오차 신호는

$$e[n] = d[n] - \hat{d}[n] = \mathbf{p}^T[n] \mathbf{x}[n] - h_l[n] * \mathbf{y}_l[n] - h_c[n] * \mathbf{y}_c[n] \quad (7)$$

으로 표현되고 $*$ 는 선형 컨볼루션을 의미한다.

또한, 시간 n에서 적응 필터 $W(z)$ 의 계수 벡터를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{w}[n] = [w_0[n] w_1[n] w_2[n] \dots w_{N-1}[n]]^T \quad (8)$$

그리고, 시간 n에서의 source 신호를 벡터 형태로 나타내면 아래와 같다.

$$\mathbf{x}[n] = [x_0[n] x_1[n] x_2[n] \dots x_{N-1}[n]]^T \quad (9)$$

여기에서, N은 적용 필터 $w[n]$ 의 차수이다. 적용 필터링의 목적은 순간적인 제곱오차 $\hat{e}[n] = e^2[n]$ 을 최소화하는 것이다. 이를 위해 널리 사용되는 방법은 다음의 LMS 알고리즘이다.

$$w[n+1] = w[n] - \frac{\mu}{2} \nabla \hat{e} \quad (10)$$

식 (10)에서 $\nabla \hat{e}[n]$ 는 시간 n에서 순간적인 평균제곱오차 (MSE)의 gradient 값이며 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla \hat{e}[n] = 2[\nabla e[n]]e[n]. \quad (11)$$

식 (7)으로부터

$$\nabla e[n] = \frac{\partial e[n]}{\partial w[n]} = -h_i[n]^* \mathbf{x}[n] - h_c[n]^* \frac{\partial y_c[n]}{\partial w[n]} \quad (12)$$

여기서,

$$y_c[n] = \begin{bmatrix} w[n]x[n] \\ w[n-1]x[n-1] \\ w[n-2]x[n-2] \\ \vdots \\ w[n-N+1]x[n-N+1] \end{bmatrix}$$

즉, 적용 필터를 통과하는 신호의 Volterra 3차 조합이다. 식 (12)의 끝 항을 유도하기 위해, $diag(\lambda)$ 는 $y_c[n]$ 을 필터의 계수 벡터 $w[n]$ 의 각 원소에 관한 미분으로부터 나온 상수로 구성된 diagonal matrix라고 하면 다음과 같이 간단히 표현될 수 있다

$$\frac{\partial (w^T[n]x[n])_c}{\partial w[n]} = diag(\lambda)(w^T[n]x[n])_q \otimes x^T[n] \quad (13)$$

\otimes 는 Kronecker 곱을 나타내고 q는 2차 경로를 모델링한 Volterra 필터 입력의 2차 조합을 의미한다. 또한, 식 (13)을 식 (12)에 대입하면,

$$\nabla e[n] = \frac{\partial e[n]}{\partial w[n]} = -h_i[n]^* \mathbf{x}[n] - h_c[n]^* (diag(\lambda)(w^T[n]x[n])_q \otimes x^T[n]) \quad (14)$$

여기서 $(w^T[n]x[n])_q$ 는 $y[n]$ 의 2차 Volterra 조합을 나타낸다. 따라서, 식 (11)으로부터 다음의 gradient 값을 구할 수 있다.

$$\nabla \hat{e}[n] = 2\{-h_i[n]^* \mathbf{x}[n] - h_c[n]^* (diag(\lambda)(w^T[n]x[n])_q \otimes x^T[n])\}e[n] \quad (15)$$

끝으로, 식 (15)를 식 (10)에 대입하면 다음과 같다.

$$w[n+1] = w[n] + \mu e[n] \{h_i[n]^* \mathbf{x}[n] + h_c[n]^* (diag(\lambda)y_q[n] \otimes x^T[n])\}. \quad (16)$$

식 (16)은 본 논문에서 제시한 ANC 시스템의 필터 계수 생성식이 된다. 이 결과는 2차 경로에 비선형성이 존재하는 경우

이와 동일한 비선형 필터를 통과한 입력신호가 계수 갱신 위해 필요하다는 것을 보여준다. 따라서, ANC 시스템이 안정화 되기 위해서는 일반적인 FXLMS 알고리듬의 구조적인 변형이 필요하다는 것을 보여주고 있다. 위 절에서 언급하였듯이, 실제적인 ANC 시스템 작동에서, 2차 경로 $S(z)$ 의 전달 함수를 알 수 없어서 off-line 또는 on-line 방법을 통해 추정해야 한다.

4. 모의실험

그림 5에서 보인 것처럼 제안된 알고리듬의 성능을 검증하기 위해, 2차 경로에서 발생하는 포화 비선형성을 포함하는 다음과 같은 수학적 비선형 모델을 사용하였다:

$$g(y) = \int_0^y e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} dz \quad (17)$$

식 (17)은 $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} g(y) = y$ 과 $\lim_{\sigma \rightarrow 0} g(y) = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sgn}(y)$ 을 나타낸다. 즉, 함수 $g(y)$ 는 선형 장치에서부터 변화하는 σ 에 의해 hard limiter의 비선형 장치까지의 범위를 가질 수 있다. 본 논문에서 2차 경로가 비선형성을 보이는 유일한 부분이라 가정한다. 그림 5에서, $v_0[n]$ 는 가우시안 잡음이고 ($\sigma_v^2 = 10^{-6}$), 측정 시 발생하는 오차를 나타내고, 1차와 2차 경로 각각의 선형 경로는 변화하는 σ 의 모든 경우에 대해 다음과 같은 임펄스 응답을 갖는다고 가정한다.

$$p[n] = [0.4130, 0.4627, 0.4803, 0.4627, 0.4130]^T, \\ s_i[n] = [0.9701, 0.2425]^T$$

또한, 참조 신호 $x[n]$ 은 가우시안이고 $\sigma_x^2 = 1$ 이다.

그림 6은 $\sigma^2 = 4$ 의 경우의 평균제곱오차(MSE)를 보여주고 있다. 이 경우는 작은 정도의 비선형성을 나타낸다[10]. 모의실험 결과에서 제안된 알고리듬이 ANC 시스템에 적용되었을 때 얻어진 동작특성은 실선으로 표현되었고, 점선은 일반적인 FXLMS 알고리듬의 동작 특성을 보여주고 있다.

5. 결 론

ANC 시스템에서 비선형 2차 경로에 의해 발생하는 왜곡 등의 비선형 특성은 작은 비선형 경우에도 ANC 시스템의 수렴과 안정성에 영향을 준다. 본 논문에서는 2차 경로 추정에서 적용 Volterra 필터를 사용하여 2차 경로에서 존재하는 비선형 특성을 적응적으로 보상하기 위해 변형 FXLMS 알고리듬을 제시하였다. 제안된 기법의 성능을 고찰하기 위해, 모의실험 결과를 제시하였는데 제안된 변형 FXLMS 알고리듬이 일반적인 FXLMS 알고리듬과 비교한 경우 높은 오차 감소 성능과 높은 안정성을 보임을 확인하였다.

Acknowledgement: This study was supported by a grant of the Korea Health 21 R & D Project, Ministry of Health & Welfare, Republic of Korea (02-PJ3-PG6-EV08-0001).

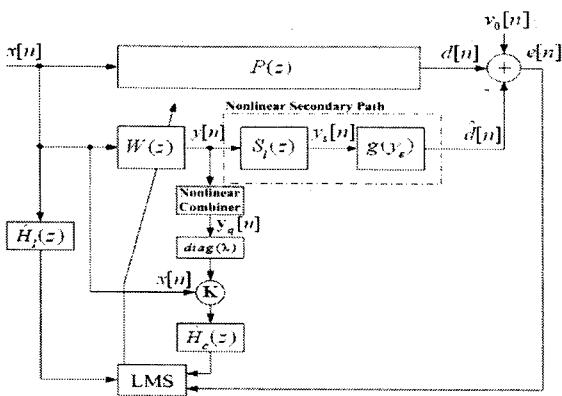


그림 5. 비선형성을 포함하는 2차 경로에 대한 제안된 알고리듬

참 고 문 헌

- [1] S.M. Kuo and D.R. Morgan, *Active Noise Control Systems: Algorithms and DSP implementations*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1996.
- [2] S.M. Kuo and D.R. Morgan, "Active noise control: a tutorial review," *Proc. of the IEEE*, vol. 87, no. 6, pp. 943-972, Jun. 1999.
- [3] V.J. Mathews and G.L. Sicuranza, *Polynomial Signal Processing*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 2000.
- [4] M. Schetzen, *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1980.
- [5] X.Y. Gao and W.M. Snelgrove, "Adaptive linearization schemes for weakly nonlinear systems using adaptive linear and nonlinear FIR filters," *Proc. of the IEEE MWSCAS'90*, Vol. 1, pp. 9-12, Aug. 1990.
- [6] E. Bjarnason, "Analysis of the filtered-X LMS algorithm," *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, Vol. 3, No. 6, pp. 504-514, Nov. 1995.
- [7] L. Tan and J. Jiang, "Adaptive Volterra filters for active control of nonlinear noise processes," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 49, No. 8, pp. 1667-1676, Aug. 2001.
- [8] V. Debrunner and D. Zhou, "Active noise control with weak nonlinearities in the secondary path," *Proc. of the IEEE MWSCAS'02*, Tulsa, OK, Aug. 2002.
- [9] M.H. Costa and J.C.M. Bermudez, and N.J. Bershad, "Statistical analysis of the FXLMS algorithm with a nonlinearity in the secondary path," *Proc. of the IEEE ISCAS'99*, vol. 3, no. 30, pp. 166 - 169, Jun. 1999.
- [10] M.H. Costa and J.C.M. Bermudez, and N.J. Bershad, "Statistical analysis of the Filtered-X LMS algorithm in systems with a nonlinear secondary path," *IEEE Trans.*

on Signal Processing, vol. 50, no.6, pp. 1327-1342, Jun. 2002.

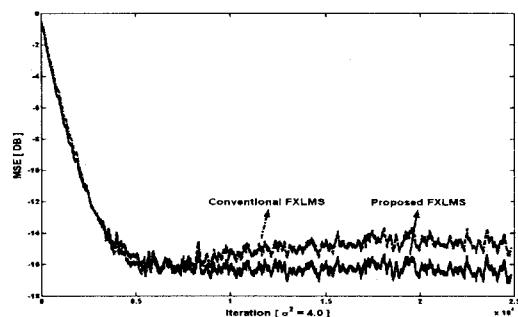


그림 6. 일반적인 FXLMS와 변형된 FXLMS와의 MSE 특성의 비교 [$\sigma^2 = 4.0$].

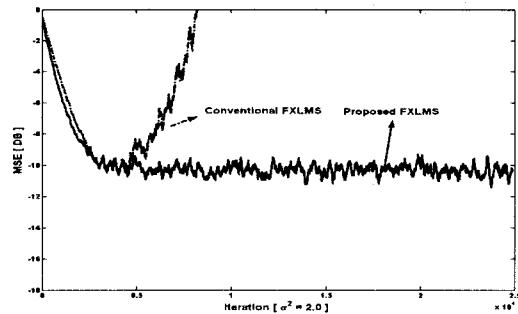


그림 7. 일반적인 FXLMS와 변형된 FXLMS와의 MSE 특성의 비교II. [$\sigma^2 = 2.0$]