

# 백래쉬가 있는 기어 시스템의 퍼지 제어에 관한 연구

## A study on the fuzzy control to compensate backlash in gear system

김 남 훈\*, 허 육 열\*\*, 김 진 걸\*\*\*  
(Nam-Hoon Kim, Uk-Youl Huh, Jin-Geol Kim)

**Abstract** – In this correspondence, a new approach to design a fuzzy controller for system with uncertain output backlash to have good tracking performance is presented. Without using a compensation mechanism or backlash inverse, the fuzzy control mechanism is designed to implicitly compensate the delay effect arising from an uncertain output backlash and to make the output backlash stable without limit cycles. The proposed method designs a model-based fuzzy controller for a one-input one-output linear plant with output backlash. The effectiveness of the designed fuzzy controller is illustrated by the simulation.

**Key Words** : Fuzzy, Controller, Gear system, Backlash, Fuzzy controller

### 1. 서 론

기어에서 발생하는 백래쉬는 대다수의 기어 시스템이 가지는 결합 요인이다. 이 백래쉬 양이 작게 되면 기어 이들은 서로 간섭을 일으키며, 반대로 많아지면 기어 이의 결합이 느슨해지게 된다. 이 두 가지 경우 모두 성능 저하를 일으키고, 시스템에 손상을 입히는 요인이 된다[1].

백래쉬는 사용하는 액추에이터나 플랜트 자체에 존재하는 현상이기 때문에 수학적 모델 내에서 백래쉬 매개변수를 정확히 파악할 수 없다. 많은 고전적 접근 방법은 백래쉬 매개변수들을 파악하고자 다른 것들이다[2][3]. 그러나 백래쉬의 수학적 모델이나 플랜트에서의 변수 변화가 있었을 때 이러한 고전적 접근 방법으로는 성능 보장이 제한된다. 이런 측면에서 고전적 제어 방법만으로는 모델의 변화나 플랜트의 변수 변화에 따라 정확한 제어를 할 수 없다. 최근에 퍼지 제어 방법은 불확실성을 갖는 비선형 시스템에 대한 제어 방법으로 대두되고 있다[4]. 이러한 이유로 본 논문은 퍼지 제어기를 사용했다.

제어하고자 하는 플랜트는 감속기가 달린 직류 모터를 사용하여 펜들럼의 위치를 제어하는 시스템이다. 먼저 본 논문에서는 백래쉬 현상을 수학적으로 나타내었으며, 백래쉬 현상이 있을 경우와 없을 경우에 대한 시뮬레이션을 통해 백래쉬 현상에 의해 발생하는 출력 특성을 파악했다. 시뮬레이션 데이터 값을 분석해서 퍼지 제어기를 설계하였다. 퍼지 제어기 설계시 오차를 최소화시키는 것에 초점을 두고 멤버쉽 함수를 조정했다.

### 저자 소개

\* 金 南 勳 : 仁荷大學校 電氣工學科 碩士課程

\*\* 許 旭 烈 : 仁荷大學校 電氣工學科 教授 · 工博

\*\*\*金 振 傑 : 仁荷大學校 電氣工學科 教授 · 工博

### 2. 백래쉬가 있는 시스템 모델링

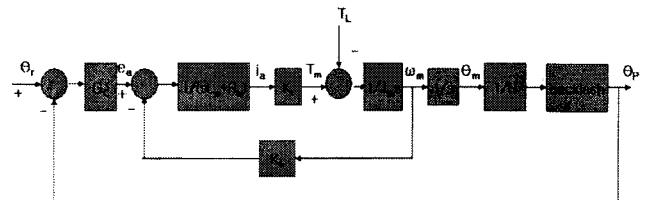


그림 1. 동적방정식에 따른 block diagram

현재 우리가 고려하고자 하는 시스템은 그림1과 같다. 그림1의 최종 출력단에 비선형적인 요소인 backlash가 있는 형태이며 감속기 앞단에 펜들럼이 달려있는 시스템이다.  $G_c$ 가 1로 가정하면 기준입력이 바로 입력 전압이 된다. 이때 전달 함수는 식(1)이다[5]. 식(2)는 동적 백래쉬 캡을 나타내며, 두 기어가 서로 맞물려 있는 경우에  $\beta$ 의 절대값은 백래쉬 캡을 2로 나눈값 보다 크거나 같으며, 두기어가 맞물려 있지 않고 다른 기어 캡의 사이에 있을 때  $\beta$ 의 절대값은 백래쉬 캡을 2로 나눈값 보다 작다.  $\beta$  값에 따라 펜들럼에 전달되는 토크는 식(3)과 같다.

$$\frac{\dot{\theta}_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_t}{L_a J_m s^2 + R_a J_m s + K_b K_t} \quad (1)$$

$$\beta = \frac{\theta_m}{N} - \theta_p \quad (2)$$

$$T_p = f(\beta, bl) = \begin{cases} 0 & , |\beta| < bl/2 \\ \left( J_p \frac{d^2\theta_p}{dt^2} - m_p g l \sin \theta_p \right) & , |\beta| \geq bl/2 \end{cases} \quad (3)$$

$\theta_m$  : 모터축의 회전각,  $\theta_p$  : 펜들럼의 회전각

$T_p$  : 펜들럼에 가해진 토크,  $bl$  : 백래쉬 캡

$J_p$  : 펜들럼의 관성모멘트

식(4)는  $\beta$ 값에 따라 펜들럼 각의 변화를 나타내는 수식이다. 식(4)는 기어 이가 정방향으로 맞물려 돌아가는 경우와 역방향으로 맞물려 돌아가는 경우, 맞물려서 돌아가지 않는 3 가지 경우를 나타낸다. 기어 이가 서로 맞물려 돌아가지 않을 때는 식(5)의 영입력 응답 미분 방정식을 풀어서 펜들럼의 위치 값을 계산한다.

$$\theta_p = \begin{cases} \text{Equation(8), } |\beta| < bl/2 \\ \frac{\theta_m}{N} + bl/2, \quad \beta \leq -bl/2 \\ \frac{\theta_m}{N} - bl/2, \quad \beta \geq bl/2 \end{cases} \quad (4)$$

$$J_p \frac{d^2\theta_p}{dt^2} - m_p g l \sin \theta_p = 0, \text{ initial value} \quad (5)$$

### 3. 퍼지 로직을 이용한 제어기 설계

본 논문에서 제안한 퍼지 로직의 입력 변수로는 위치 오차와 펜들럼의 각 미분치를 사용되었고, 출력 변수는 전압이 사용되었다. 펜들럼의 각속도와 위치 오차를 퍼지화 하였다. 퍼지화 된 2개의 입력이 출력 전압으로 맵핑한다. 편의상 룰의 입력변수(퍼지 제어기의 입력값)는 Pe (위치 오차)와  $d\theta_p/dt$  ( $\theta_p$ 의 미분치)로 표현하며, 출력 변수는 Vo(전압)이 사용되었다. 룰은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$R^1 : \text{IF } d\theta_p/dt = DE^{(k)} \text{ and } Pe = DF^{(k)}, \text{ then } Vo = DG^{(k)}$$

$DE^{(k)}$ 는 위치 오차의 언어 입력 변수 값이다. 위치 오차의 언어변수 값들은 Negative\_Large, Negative\_small, Zero, Positive\_small, Positive\_Large 이다.  $DF^{(k)}$ 는  $\theta_p$ 의 미분치 언어변수 값이다.  $\theta_p$ 의 미분치의 언어변수 값들은 Negative\_Large, Negative\_small, Zero, Positive\_small, Positive\_Large 이다.  $DG^{(k)}$ 는 전압의 언어 출력 변수 값이다. 전압의 언어변수 값들은 Negative\_Large, Negative\_small, Zero, Positive\_small, Positive\_Large 이다. 이러한 룰을 확장 시켜 만들어 낸 것이 표 1의 룰 베이스이다. 편의상 언어 변수값은 영문을 사용하였다.

표 1. 퍼지 제어기의 룰 베이스

$V_o$		$d\theta_p/dt$				
		NL	NS	Z	PS	PL
Pe	NL	NL	NL	NS	NS	NS
	NS	NL	NS	NS	NS	PS
	Z	NS	NS	Z	PS	PS
	PS	NS	PS	PS	PS	PL
	PL	PS	PS	PS	PL	PL

멤버쉽 함수는 그림 3~5의 함수를 사용하였으며, 비 퍼지화 방법은 COA(Center of area) 방법을 사용하였다.

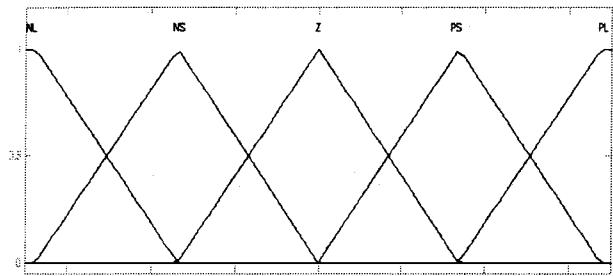


그림 3.  $\theta_p$ 의 변화량( $d\theta_p/dt$ )의 멤버쉽 함수

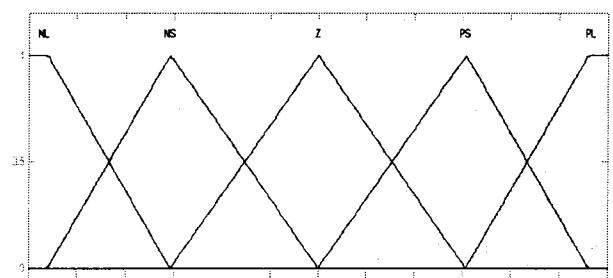


그림 4. 위치 오차( $Pe$ )의 멤버쉽 함수

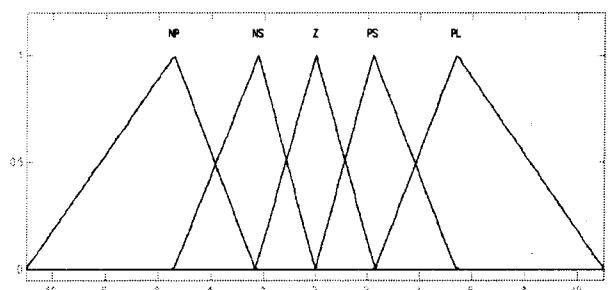


그림 5. 출력 전압( $Vo$ )의 멤버쉽 함수

### 4. 시뮬레이션

#### 4.1 퍼지 제어기를 포함한 block diagram

그림 6은 그림 1의 block diagram에 퍼지 제어기가 더해진 형태다. 퍼지 제어기의 입력은 위치 오차와  $\theta_p$ 의 미분치가 되며, 출력은 전압이 된다. 그림 6의 block diagram과 같은 형태로 퍼지 제어기를 위치시켜 시뮬레이션을 수행한 결과는 그림 8과 같다.

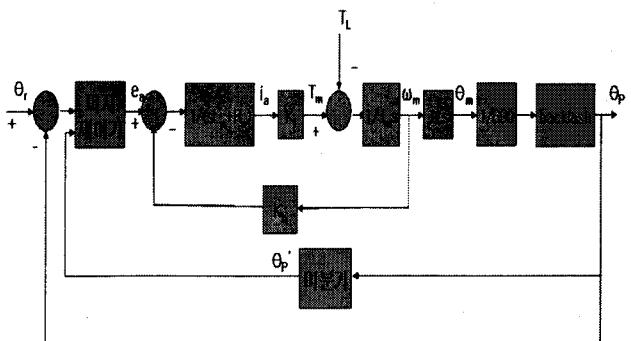


그림 6. 퍼지 제어기를 포함한 block diagram

#### 4.2 시뮬레이션 결과

그림 7은 PID 제어기를 사용한 결과이고, 그림 8은 퍼지 제어기를 사용한 결과이다. 백래쉬에 의한 영향에 의해 입력과 출력 사이에 일정한 오차가 생긴다. 정방향으로 회전하는 경우에는 양(+)의 오차를 갖고, 역방향으로 회전할 경우에는 음(-)의 오차를 갖는다. 만약 이러한 오차를 고려하지 않는다면 출력은 입력을 정확하게 추정한다고 볼 수 있다. 퍼지 제어기를 사용했을 경우에는 입력이 일정하게 증가하거나 감소하는 구간에 대해서는 오차가 없이 입력을 추종한다. 그러나 입력의 변화율이 큰 최대점이나 최소점 주위에서는 불안정한 현상이 나타난다. 이러한 불안정한 현상이 일어나는 원인은 여러 가지 룰이 적용되었기 때문이다.

PID 제어기와 퍼지 제어기의 성능 비교를 위해 최대 오차를 비교해 보면, PID 제어기 사용시는 최대 오차가 0.037rad 이 되며, 퍼지 제어기 사용시는 0.047rad 정도가 된다. 최대 오차만 봤을 때는 PID 제어기가 성능이 더 좋다고 말할 수 있다. 그림 9, 10에서 PID제어를 사용한 경우가 최대 오차와 기준 입력의 급격한 변화(최대·최소점 주위)에 좋은 성능을 나타낸다. 하지만 입력의 변화가 작을 때에는 퍼지 제어를 사용한 경우가 PID제어를 사용했을 때 보다 오차가 최대 0.025 rad에서 최소 0.004 rad 정도 감소되는 것을 보인다.

시뮬레이션 결과에서 퍼지 제어를 사용한 경우 시작 시점과 입력이 급격하게 변하는 시점에서 PID 제어가 퍼지 제어보다 우수하지만, 입력의 변화가 작거나 또는 일정하게 변할 때에는 퍼지 제어가 우수함을 나타내고 있다.

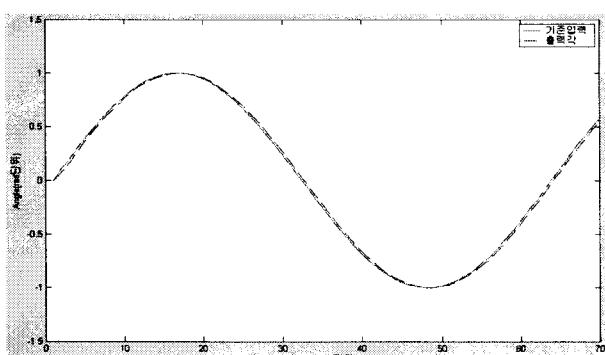


그림 7. 출력 결과 (PID 제어기)

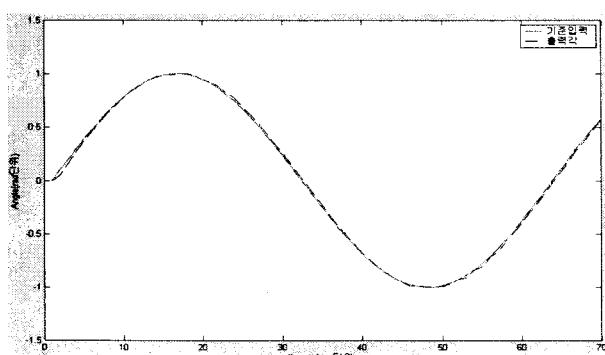


그림 8. 출력 결과 (퍼지 제어기)

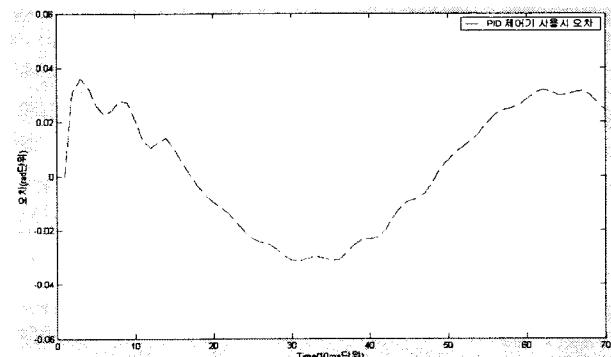


그림 9. 추정 오차 (PID 제어기)

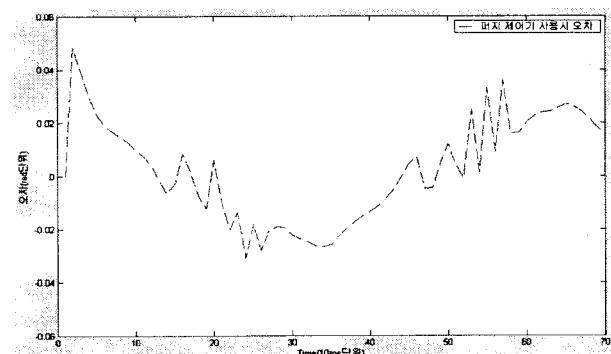


그림 10. 추정 오차 (퍼지 제어기)

#### 5. 결 론

이와 같은 문제점의 극복을 위해서는 현재보다 더 많은 시뮬레이션 데이터를 토대로 퍼지 룰과 멤버쉽 함수의 정교한 조율이 필요하다. 후에는 모터의 속도와 현재 펜들럼의 위치값을 갖고 백래쉬 캡을 동적으로 추정할 수 있는 알고리즘을 만들겠다. 그리고 실제 시스템에 이러한 퍼지 제어기를 적용했을 때의 결과와 비교해서 시뮬레이션의 정확도를 확인하겠다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Lam. H.K., Lee. T.H., Leung. F.H.F. and Tam. P.K.S., "Fuzzy model reference control of wheeled mobile robots," Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01. The 27th Annual Conference of the IEEE , Vol.1, pp. 570-573, Dec 2001.
- [2] M. Grundelius and D. Angelis, "Adaptive control of systems with backlash acting on the input," in Proc. 35th Conference Decision and Control, pp. 4689-4694, Dec. 1996.
- [3] G. Tao and P. Kokotovic, "Adaptive control of system with backlash," IEEE Trans. Automatic Control., vol. 40, no. 2, pp. 326-330, 1995.
- [4] D. Drakonov, H. Hellendoorn, and M. Reinfrank, "An Introduction to Fuzzy Control. New York," Springer-Verlag, 1994.
- [5] Benjamin C. Kuo, Farid Golnaraghi, "Automatic Control Systems," Wiley, pp. 579-584 Eighth edition.