

불연속 전류모드에서의 다상 교호 강압컨버터의 정상상태 해석 및 모델링

Modeling and Steady-state Analysis of the Multi-Phase Interleaved Buck converter in Discontinuous Inductor Current Mode

장성동*, 장은승*, 정세교*, 신휘범*, 이현우**

*경상대학교 전기공학과, **경남대학교 전기공학과

Sung-Dong Chang*, Eun-Sung Jang*, Se-Kyo Chung*,
Hwi-Boem Shin*, and Hyun-Woo Lee**

*Gyeongsang National University, **Kyungnam University.

Abstract - A multi-phase interleaved buck converter is used to reduce current ripples and filter size of a power supply. This paper addresses the modelling and steady-state analysis of the multi-phase interleaved buck converter operated in discontinuous inductor current mode. The model is derived using an averaging technique in steady state. The dc voltage ratio and the range of the discontinuous inductor current mode(DICM) and the continuous output current mode(COCM) are derived from the averaged state-space model. In addition, the efficiency is investigated according to the number of phase.

Key Words : Interleaved buck converter, Steady-state analysis, Discontinuous inductor current mode.

1. 서 론

최근 전력전자 시스템의 신뢰성 및 효율 등을 향상시키기 위해 여러개의 같은 컨버터를 병렬로 연결한 다상 교호 컨버터에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다[1][2]. 그중 다상 교호 강압컨버터는 저전압, 대전류를 공급하는 강압 컨버터의 전류맥동과 필터 사이즈를 줄이기 위해 많이 사용되고 있다. 컨버터의 해석은 인덕터 전류가 연속·불연속인가에 따라 달라지는데 연속 인덕터 전류모드에서 다상 교호 강압컨버터에 대한 모델링 및 정상상태해석 등은 이미 이루어졌다[3].

다상 교호 강압컨버터에 관한 많은 논문이 제시되었지만 불연속 전류모드에서 동작하는 다상 교호 강압컨버터에 대한 평균 상태방정식,

전류 및 전압의 정상상태 값, 전류 및 전압 맥동, 효율에 대한 일반적이고 해석적인 수학적 표현이 아직 제시되어 있지 않다.

따라서, 본 논문에서는 불연속 전류모드에서 동작하는 다상 교호 강압컨버터의 평균 상태방정식을 유도하고, 이를 통해 정상상태의 인덕터 전류 및 출력 전압에 대한 일반화된 이론적인 표현식을 유도하고, 듀티비에 따른 직류변환비와 불연속 인덕터 전류모드와 연속 출력 전류모드의 범위, 손실과 효율에 대해서 조사한다.

2. 본 론

2.1 평균상태공간 모델

그림 1은 다상 교호 강압 컨버터를 보여준다. N개의 컨버터가 병렬로 연결되어 있고, 각 컨버터는 스위치, 인덕터, 다이오드로 구성되어 있다. 스위치는 PWM 주기동안 S_1, S_2, \dots, S_N 의 순서로 동작되고 각 스위치의 제어신호는 $r(=T_s/M)$ 의 위상차를 가진다. 여기서 회로의 기생요소로 인덕터의 권선저항, 스위치의 도통저항, 다이오드의 순방향 포화전압을 고려한다.

그림 2는 다상 교호 강압컨버터가 불연속 인덕터 전류모드에서 동작할 때 k번째 상의 인덕터 전류를 보여준다. $0 \leq t \leq d_k T_s$ 구간에서의 인덕터 전류와 출력전압방정식은 다음과 같다.

$$i_k = V_g - v_o - i_k(r_{on,k} + r_{L,k}) \tag{1}$$

$$\dot{v}_o = \frac{i_k}{C} - \frac{v_o}{RC} \tag{2}$$

$d_k T_s \leq t \leq (d_k + q_k) T_s$ 구간에서의 인덕터 전류

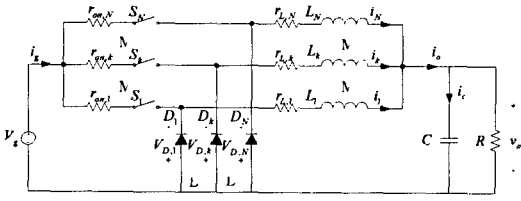


Fig. 1 Multi-phase interleaved buck converter.

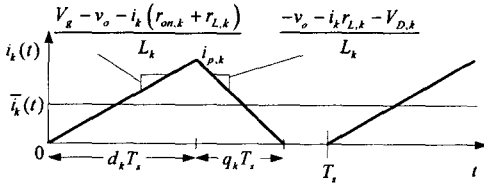


Fig. 2 Inductor current for buck converter in discontinuous inductor current mode.

와 출력전압방정식은 다음과 같다.

$$i_k = \frac{-v_o - i_k r_{L,k} - V_{D,k}}{L_k} \quad (3)$$

$$\dot{v}_o = \frac{i_k}{C} - \frac{v_o}{RC} \quad (4)$$

$(d_k + q_k)T_s \leq t \leq T_s$ 구간에서의 인덕터 전류와 출력전압방정식은 다음과 같다.

$$i_k = 0 \quad (4)$$

$$\dot{v}_o = -\frac{v_o}{RC} \quad (5)$$

식(1)~(5)로부터 상태공간평균화(state-space averaging)를 통해 k 상의 평균전류 \bar{i}_k 와 평균출력전압 \bar{v}_o 은 각각 다음과 같다.[4]

$$\frac{d\bar{i}_k}{dt} = \frac{\{V_g d_k - \bar{v}_o(d_k + q_k) - i_k r_k - V_k\}}{L_k} \quad (6)$$

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{(d_k + q_k)\bar{i}_k}{C} - \frac{\bar{v}_o}{RC} \quad (7)$$

여기서 $k=1, 2, \dots, N$ 이고

L_k : k 상의 인덕턴스,

d_k : k 상의 인덕터 전류가 상승하는 구간,

q_k : k 상의 인덕터 전류가 하강하는 구간,

\bar{v}_o : 평균출력전압,

V_g : 입력전압

이다. 그리고 k 상의 전체등가저항 r_k 와 전체전압강하 V_k 는 각각 다음과 같다.

$$r_k = (r_{on,k} + r_{L,k})d_k + r_{L,k}q_k \quad (8)$$

$$V_k = V_{D,k}q_k \quad (9)$$

여기서,

$r_{on,k}$: k 상의 스위치의 도통저항,

$r_{L,k}$: k 상의 인덕터의 권선저항,

$V_{D,k}$: k 상의 다이오드의 순방향 포화전압이다.

그림1에서 출력전류 i_o 는 각 상 전류 i_k 의 합이므로 식(7)의 출력전압방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{C} \sum_{j=1}^N (d_j + q_j) \bar{i}_j - \frac{\bar{v}_o}{RC} \quad (10)$$

여기서 R 과 C 는 부하저항과 필터용 커패시터이다.

식(6)과 식(10)으로부터 불연속모드 다상 교호강압컨버터의 평균상태공간 모델을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E} \quad (11)$$

여기서

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{L_1} & 0 & \dots & 0 & -\frac{d_1 + q_1}{L_1} \\ 0 & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{r_N}{L_N} & -\frac{d_N + q_N}{L_N} \\ \frac{d_1 + q_1}{C} & \dots & \dots & \frac{d_N + q_N}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = [\bar{i}_1 \dots \bar{i}_N \bar{v}_o]^T, \quad \mathbf{u} = [V_g],$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{d_1}{L_1} & \dots & \frac{d_N}{L_N} & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -\frac{V_1}{L_1} & \dots & -\frac{V_N}{L_N} & 0 \end{bmatrix}^T$$

이다.

식(11)을 이용하여 불연속 모드 다상 교호강압컨버터의 정상상태 해석을 한다.

2.2 정상상태 해석

정상상태 해석을 위해 각 상의 파라미터가 모두 동일하다고 가정한다. 즉, $L=L_k, r=r_k, V=V_k$ 이고, 이후 모든 식에서 아랫첨자 k 를 소거하기로 한다. 식(11)로부터 정상상태에서의 출력전압 V_o 와 인덕터 전류 I 의 일반화된 식은 다음과 같이 쉽게 얻을 수 있다.

$$I = \frac{1}{r} \{V_g D - V_o(D + Q) - V\} \quad (12)$$

$$V_o = RN(D + Q)I \quad (13)$$

여기서 D, Q 는 정상상태에서의 d_k, q_k 이다.

식(13)으로부터 정상상태에서의 출력전류 I_o 와 입력전류 I_g 는 각각 다음과 같다.

$$I_o = N(D+Q)I \quad (14)$$

$$I_g = NDI \quad (15)$$

식(12)와 식(13)으로부터 정상상태의 출력전압과 인덕터 전류를 정리하면 아래 식이 된다.

$$V_o = \frac{(V_g D - V)(D+Q)}{r/NR + (D+Q)^2} \quad (16)$$

$$I = \frac{(V_g D - V)/NR}{r/NR + (D+Q)^2} \quad (17)$$

그리고 직류변환비 M 은 다음과 같다.

$$M = (D - \frac{V}{V_g}) \frac{(D+Q)}{r/NR + (D+Q)^2} \quad (18)$$

기생요소를 모두 무시한다면 직류변환비는 아래식이 되고, 이는 이상적인 경우의 직류변환비와 같다.[5]

$$M = \frac{D}{D+Q} \quad (19)$$

정상상태에서는 커패시터의 평균 전류가 0이므로 각 상의 평균전류의 합은 출력전류이므로 다음식을 만족한다.

$$I = \frac{I_o}{N} = \frac{V_o}{RN} \quad (20)$$

그림 2로부터 최대 인덕터 전류 I_p 는 아래식이 된다.

$$I_p = \frac{V_o + V_D + I r_L}{L} Q T_s \quad (21)$$

또한, 그림 2로부터 인덕터 전류의 평균을 구하면 다음과 같다.

$$I = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_k(t) dt = \frac{1}{2} I_p (D+Q) \quad (22)$$

식(22)에 식(20)과 식(21)을 대입하여 정리하면 Q 에 대한 2차방정식을 유도할 수 있다.

$$Q^2 + DQ - \frac{2L}{NRT_s} \alpha = 0 \quad (23)$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + r_L/NR + V_D/V_o} \quad (24)$$

여기서 α 는 기생요소에 의한 성분으로 기생요소를 무시한 이상적인 경우 $\alpha=1$ 이 된다. 이상적인 경우 식(23)으로부터 Q 을 계산하면 다음과 같다.

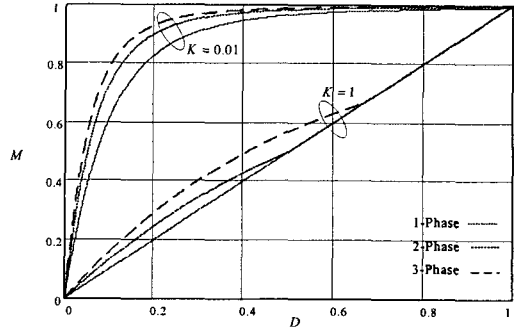


Fig. 3 The dc conversion ratio according to duty and the number of phase.

$$Q = \frac{-D + \sqrt{D^2 + \frac{8L}{NRT_s}}}{2} \quad (25)$$

그리고 식(25)을 식(19)에 대입하여 정리하면 아래 식이 된다.

$$M = \frac{2D}{D + \sqrt{D^2 + \frac{4K}{N}}} \quad (26)$$

여기서 $K=2L/RT_s$ 을 나타내는 상수이다. 식(26)에 $N=1$ 을 대입하면 불연속 모드에서 동작하는 단상 강압컨버터의 직류변환비와 같다.[6]

그림3은 듀티비와 상수에 따른 직류변환비를 보여준다. 더 작은 K 와 상수의 증가는 직류변환비를 더 크게하고, 듀티비의 변화에 직류변환비가 일정한 값을 유지하도록 한다. 이는 듀티비 변환에 대한 출력전압의 변화를 둔감하게 하는 역할을 한다.

2.3 동작조건

불연속 인덕터 전류모드에서 동작하기 위해 D, Q 의 조건은 다음과 같다.

$$D+Q < 1 \quad (27)$$

식(27)에 식(25)을 대입하여 정리하면 불연속 인덕터 전류모드(DICM)의 조건을 얻을 수 있다.

$$K < K_{DICM} \quad (28)$$

여기서 $K_{DICM} = (1-D)N$ 이다.

인덕터 전류가 불연속으로 흐르면서 출력전류가 연속으로 흐르기 위한 조건은 다음과 같다.

$$D+Q \geq \frac{1}{N} \quad (29)$$

식(25)을 식(29)에 대입하여 정리하면 연속 출력전류모드의 조건을 얻을 수 있다.

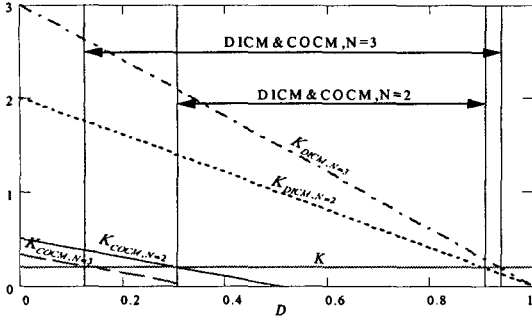


Fig. 4 The range of DICM and COCM according to the number of phase.

$$K \geq K_{COCM} \quad (30)$$

여기서 $K_{COCM} = 1/N - D$ 이다.

그림 4는 상수의 증가에 따른 불연속 인덕터 전류모드와 연속 출력 전류모드의 범위를 보여 준다. K 와 상수가 증가할수록 불연속 인덕터 전류·연속 출력 전류모드의 영역을 더 확장시킬 수 있다.

2.4 손실 및 효율

그림 1의 불연속 모드에서 동작하는 다상 교호 강압컨버터는 MOSFET의 도통저항, 인덕터의 권선저항, 다이오드의 순방향 포화전압의 기생요소를 포함하고 있고, 기생요소는 컨버터의 동작에 영향을 주게 되어 전력변환에 손실로 작용한다. 이런 손실은 다상 교호 강압컨버터의 변환 효율을 저하시킴과 동시에 부하 전류의 증가에 따라 출력전압을 저하시키게 된다.

그림 5는 정상상태의 스위치 전류와 다이오드 전류, 전압을 보여준다. 스위치가 켜질 때 전류는 스위치를 통해 흐르고 스위치가 꺼질 때 전류는 다이오드를 통해 흐르게 된다. 그러므로 스위치가 켜지고 꺼짐에 따라 전류의 실효치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_{rms,on} &= I_p \sqrt{D/3} \\ I_{rms,off} &= I_p \sqrt{Q/3} \end{aligned} \quad (31)$$

스위치의 ON/OFF에 따라 도통저항과 권선저항에서 발행하는 손실은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{on} &= I_{rms,on}^2 (r_{on} + r_L) \\ P_{off} &= I_{rms,off}^2 r_L \end{aligned} \quad (32)$$

N 개의 컨버터에서 손실이 모두 발생하므로 식(31),(32)로부터 도통저항과 권선저항에 의한 손실은 다음과 같다.

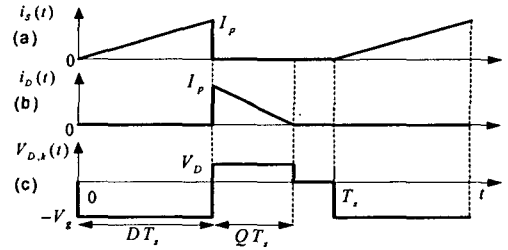


Fig. 5 Steady-state waveforms: (a) switch current, (b) diode current, (c) diode voltage.

$$\begin{aligned} P_{loss,r} &= N(P_{on} + P_{off}) \\ &= NI_p^2 r / 3 \end{aligned} \quad (33)$$

여기서 $r = (r_{on} + r_L)D + r_L Q$ 이다.

스위치가 꺼질 때 다이오드의 순방향 포화전압에 의한 손실이 발생하므로 그림 5(c)로부터 다이오드 전압의 실효치는 다음과 같다.

$$V_{D,rms} = V_D \sqrt{Q} \quad (34)$$

식(31),(34)로부터 다이오드 순방향 포화전압에 의한 손실은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{loss,D} &= NI_{rms,off} V_{D,rms} \\ &= NI_p V / \sqrt{3} \end{aligned} \quad (35)$$

식(33),(35)로부터 효율을 구하면 다음과 같다.

$$\eta = \frac{V_{o,rms} I_{o,rms}}{V_{o,rms} I_{o,rms} + P_{loss,r} + P_{loss,D}} \quad (36)$$

필터용 커패시터가 매우 커서 출력전압은 거의 일정하므로 출력전압과 출력전류의 실효치는 정상상태의 출력전압과 전류이므로 다음 식을 만족한다.

$$V_{o,rms} I_{o,rms} = I_o^2 R, \quad (37)$$

식(37)을 식(36)에 대입하여 효율을 정리하면 다음과 같다.

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{4(rI_p + \sqrt{3}V)}{3(D+Q)^2 NRI_p}} \quad (38)$$

여기서 식(38)은 불연속 인덕터 전류모드와 연속 출력전류모드에서 만족하는 식이다.

그림 6은 상수와 듀티비에 따른 효율을 보여 준다. 스위치의 도통저항과 인덕터의 권선저항은 부하저항의 1%로 하고, 다이오드의 순방향 포화전압은 0V로 하였다. 불연속 전류·연속 출력전류모드에서 동작할 때 효율은 각 그래프에서 화살표 범위에 들어오는 값이다. 그림(a)는 상이 두 개일때 K 값에 따른 효율을 보여준다. 상이 같을 경우 더 큰 K 값에 효율이 좋아지나

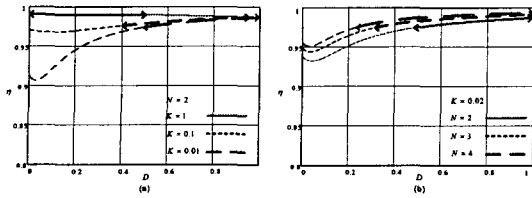


Fig. 6 The efficiency according to the number of phase and duty, duty, and K.

듀티비 0.4이상에서는 거의 비슷한 효율을 보인다. 그림(b)는 K=0.02일 때 상수에 따른 효율을 보여준다. 상이 증가할수록 효율이 더 좋아짐을 볼 수 있다.

3. 시뮬레이션 결과

입력 5V, 스위치 등가저항과 인덕터의 권저항이 부하저항의 1%, 이상적인 다이오드, $L = 100\mu H$, $C = 200\mu F$ 로 하여 2-4상 교호 강압 컨버터에 대해서 시뮬레이션을 하였다.

그림 7은 듀티비와, 상수, K값에 따른 효율을 보여주고 있다. 식(38)에 의한 그림6과 거의 비슷한 효율을 보여준다. 다상 교호 강압컨버터가 불연속 인덕터 전류모드, 연속 출력전류모드에서 동작하므로 동작모드에 맞는 효율은 듀티비가 높은 쪽이다. 그림 7로부터 컨버터를 불연속 출력전압 모드로 동작할 경우 효율이 낮다는 것을 알 수 있다. 즉, 불연속 인덕터 전류모드에서의 다상 교호 강압컨버터의 효율을 높이기 위해서 연속 출력전류모드에서 동작시켜야 한다.

4. 결론

본 논문에서는 불연속 전류모드와 연속 출력전류모드에서 동작하는 다상 교호 강압컨버터의 평균상태방정식을 유도하였고, 정상상태 해석을 하였다. 이를 바탕으로 직류변환비와 효율에 대한 일반적인 식을 유도하였다. K를 작게 하고 상수를 증가시켜 듀티비 변화에 대해 출력전압의 변화를 둔감하게 할 수 있지만, K를 작게 하면 할수록 불연속 전류·연속 출력전류모드의 영역을 좁게 하고, 효율을 감소시킴을 알 수 있다. 본 논문은 불연속 인덕터 전류모드에서 동작하는 다상 교호 강압컨버터의 이해 및 설계에 도움이 되고 더 나아가, 이와 유사한 분야의 해석에 유용할거라 기대된다.

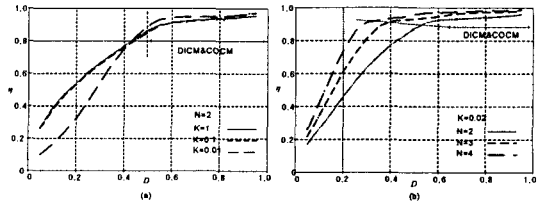


Fig. 7 Simulation results of the efficiency according to the number of phase, duty, and K.

감사의 글

이 논문은 산업자원부에서 시행한 전력산업 인프라구축지원 사업의 지원에 의하여 수행된 연구 결과입니다.

[참 고 문 헌]

- [1] M. Veerachary, T.Senju, and K.Uezato, "Maximum Power Point Tracking of Coupled Inductor Interleaved Boost Converter Supplied PV system," *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, vol. 150, no. 1, pp.71-80, January 2003.
- [2] J.G.Park, S.D.Chang, H.W.Shin, and H.G.Kim, "Steady-State Analysis of N-phase Interleaved Boost Converter," *Trans. KIEE*. vol. 53B, no. 3, pp196-205, MAR. 2004.
- [3] X. Zhou, P.L. Wong, P.Xu, F.C.Lee, and A.Q.Huang, "Investigation of Candidate VRM Topologies for Future Microprocessors," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 15, no. 6, pp.1172-1182, 2000.
- [4] V.Vorperian, "Simplified Analysis of PWM Converter Using the Model of the PWM Switch," parts I and II, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, vol. 26, no.3, pp.490-505, May 1990.
- [5] J.Sun, D.M.Mitchell, M. Greuel, P.T.Krein, and R.M.Bass, "Averaged Modelling of PWM converters in Discontinuous Conduction Mode : a Reexamination," *IEEE Power Electron. Specialists Conference, 1998 Record*, pp.615-622, June 1998.
- [6] R.W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics. 2nd Ed.*, Kluwer Academic publishers, 2001.