

진화 전략 알고리즘을 이용한 L1B4 선형 초음파 모터의 형상 최적 설계

노종석, 정현교

서울대학교 전기컴퓨터공학부 전기역학연구소

Optimal Design of L1B4 Linear Ultrasonic Motor using Evolutionary Strategy Algorithm

Jong-Seok Rho and Hyun-Kyo Jung

School of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract

본 논문에서는 진화 전략 알고리즘(Evolution Strategy Algorithm)을 이용한 L1B4 선형 초음파 모터(L1B4-USM)의 최적 설계 기법을 제시하고자 한다. 유한요소법(Finite Element Method)을 정식화 하였고, 2차원 유한요소법을 L1B4-USM의 임피던스와 모드의 해석을 통해 검증 하였다. 검증된 2차원 유한 요소 해석을 통한 선형 초음파 모터의 임피던스 해석, mode 해석 및 최적 모드의 탐색 프로그램, 자동 요소분할 프로그램 그리고 진화 전략 알고리즘을 수행하였다. 이를 통해 선형 초음파 모터의 L1모드, B4 모드 각각이 발생하는 공진주파수를 일치시키며, 최대 속도를 얻기 위한 최적 설계기법을 완성 하였고, 최적화된 형상의 L1B4-USM를 설계하였다.

Key Words : L1B4, 초음파 모터, 선형 모터, 최적설계, 진화전략 알고리즘

1. 서 론

1989년 L1B4-USM가 처음으로 제안된 이래 국내의 많은 연구자들에 연구되어 왔다. 하지만 현재까지 L1B4타입의 최적 설계 기법이 전무한 상황이며, 설계 방법도 매우 단순하고 부정확하며 비효율적인 방법들이다. 지금까지 이 타입의 설계는 단순히 압전체를 전혀 고려하지 않은 진동자 탄성체 부분만의 L1, B4 각각 공진모드를 간단한 수식에 의해 찾아 대략적인 치수를 결정하거나, 혹은 여러 가지 치수들에 대해 해석이나 제작을 해보는 시행착오적인 방법을 통한 설계가 전부이다.

그리하여 본 논문에서는 지금까지의 L1B4-USM에 대한 부정확하고 시간과 비용 면에서 비효율적이었던 설계 방법들의 문제에 대한 해법으로 ES 통한 최적설계기법을 제안하고자 한다.

2. 유한요소해석

2.1 유한요소정식화

L1B4-USM는 압전체의 전기적 입력에 대한 기계적 변형에 의해 구동이 된다. 이러한 압전체의 기계적인 물리량과 전기적인 물리량의 상관관계를

표현하는 방정식은 행렬식 (1)과 같이 나타내어지며, 유한 요소 정식화의 기본이 되는 식이다. 해밀턴의 변분법을 적용하면 압전체를 해석하기 위한 선형 차분 방정식 (2)를 얻을 수 있다[1].

$$\begin{aligned} T &= c^E S - e^t E \\ D &= e S + \epsilon^t E \end{aligned} \quad (1)$$

T : 응력 벡터
 S : 변형 벡터
 E : 전계 벡터
 D : 유전 변위 벡터
 C^E : 기계 계수행렬식(E =상수)
 ϵ^S : 유전상수(S =상수)
 e : 압전상수

$$\begin{aligned} -\omega^2 M + j\omega D_{uu} u + K_{uu} u + K_{\psi\phi} \Phi \\ = F_B + F_S + F_P \end{aligned} \quad (2)$$

$$K_{\psi\phi}^t u + K_{\phi\phi} \Phi = Q_S + Q_P$$

K_{uu} : 기계 계수 행렬식
 D_{uu} : 기계 감쇄 행렬식
 $K_{\psi\phi}$: 압전 결합 행렬식
 $K_{\phi\phi}$: 유전 계수 행렬식
 M : 질량 행렬식
 F_B, F_P, F_S : 기계적인 체적 힘, 면적 힘, point 힘
 Q_S, Q_P : 면전하, 점전하
 u : 기계적인 변위
 Φ : 전위

2.2 L1B4-USM 해석을 통한 유한요소법 검증

압전체를 이용하는 압전 시스템의 인가된 전계에 따른 기계적인 특성은 공진 주파수에서 최대를 나타내며, 이로 인해 L1B4-USM는 L1모드와 B4 모드가 발생하는 공진주파수에서 구동을 하게 된다. 유한 요소를 통한 임피던스 해석은 (3)과 같다.[1]

$$Z(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{j\omega Q} \quad (3)$$

그림2는 그림1의 검증 모델을 사용하여 유한 요소법에 의한 2차원 및 3차원 임피던스 해석과 실험에 의한 임피던스 파형의 비교를 나타낸다. 그림3은 앞서 구한 공진주파수 값에서의 L1, B4 모드의 2차원 유한 요소 해석을 통한 결과를 보여준다. 이 결과들을 통해 본 논문에 사용된 유한 요소 해석의 타당성을 검증하였다.

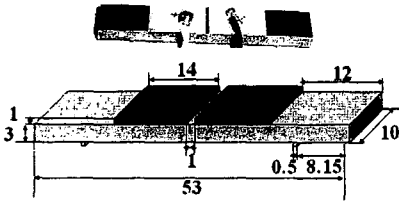


그림 1. L1B4-USM의 유한 요소 검증 모델[mm]

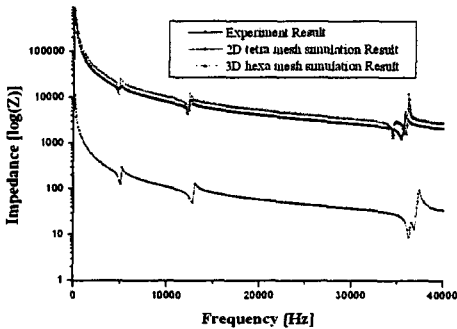


그림 2. L1B4-USM 검증모델의 임피던스 해석

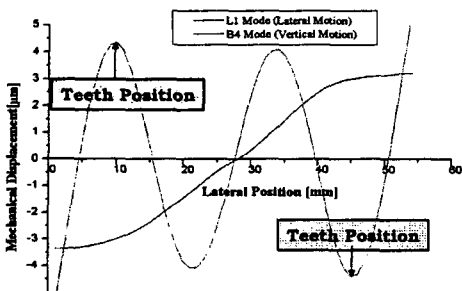


그림 3. L1B4-USM 검증모델의 모드해석

3. 진화전략알고리즘 (ES)

ES는 확률론적인 최적화 방법 중에서 신뢰성과 성능을 가장 잘 보장해주는 방법 중에 하나이다.[2] 그림4는 이러한 ES의 흐름도를 보여준다.

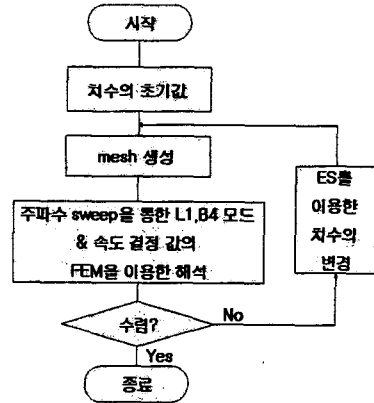
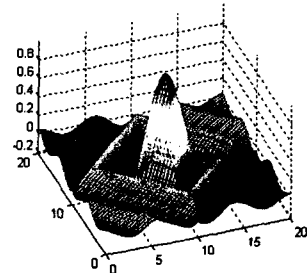


그림 4. 진화 전략 알고리즘(ES) 흐름도

ES의 타당성을 확인하기 위해서 그림5의 시험 함수(Sinc Function)를 이용한 수렴성을 확인 하여 보았다. 표1의 시험 함수(Sinc Function)의 수렴결과를 통해 확인할 수 있듯이 본 알고리즘이 최적화 알고리즘으로 적합함을 검증 할 수 있었다.



$$f = \frac{\sin(|x_1 - 10| + |x_2 - 10|)}{|x_1 - 10| + |x_2 - 10|}$$

그림 5. 시험 함수(Sinc Function)

표1. Sinc Function의 수렴 결과

x_1 의 초기치	x_2 의 초기치	x_1 의 수렴값	x_2 의 수렴값	반복 횟수
9	11	10.001360	10.024390	4
16	13	9.990341	9.978443	5
4	6	9.990341	9.978443	5
13	18	9.990341	9.978443	5

5. ES을 이용한 L1B4-USM의 최적 설계

5.1 요소분할 프로그램

ES에 의해 구현되는 형상의 특성 해석을 위해서는 자동 요소 분할 프로그램이 요구된다. 그림6은 자동 요소 분할 프로그램에 의한 선형 초음파 모터의 요소 분할을 나타낸다. 그림2에 나타난 것과 같이 선형 초음파 모터의 폭은 임피던스의 크기에 영향을 미치지 않지만 공진 주파수 및 mode 해석에는 영향을 미치지 않기 때문에 최적화 수행 시 계산 속도를 고려하여 본 연구에서는 2차원 형상 최적화를 수행하였다.



그림 6. Mesh generator를 이용한 mesh generation 결과

5.2 목적함수

L1B4-USM에서 L1과 B4 각각의 mode가 발생하는 공진주파수는 치수에 의해 결정된다. 이러한 L1과 B4 각각의 mode가 발생하는 공진주파수가 일치하지 않는다면, 최적의 타원 운동을 발생 시킬 수 없고 이는 효율 및 속도 저하 등의 동작 특성 저하를 초래한다. 따라서 두 모드가 발생하는 공진주파수를 일치 시키는 치수의 결정이 중요한 설계 변수 중 하나가 된다. 또한 L1B4-USM의 속도는 L1모드의 크기와 그때의 공진주파수에 의해 결정이 된다. 따라서 모터의 속도를 최대로 하는 형상을 찾기 위해서는 L1 모드의 크기와 그때의 공진주파수가 최대가 되는 치수를 결정하는 것도 중요한 설계 변수 중 하나가 되는 것이다.

따라서 본 연구에서는 L1, B4 두 모드의 공진주파수 일치 그리고 L1 모드의 크기와 그때의 공진주파수의 크기 최대화라는 두 가지를 동시에 목적함수로 하는 다중목적함수(Multi objective function)를 이용하였다.

F1: L1, B4 모드가 발생하는 공진주파수 값의 차이
F2: 선형 초음파 모터의 속도 결정값

5.3 설계변수

형상 최적 설계의 속도와 수렴성을 고려하여 압전체의 두께는 설계 변수에서 고려되지 않았다. 최적화를 위한 설계 변수는 그림7과 같고, 설계 변

수의 초기값과 제한 범위는 표2와 같다.

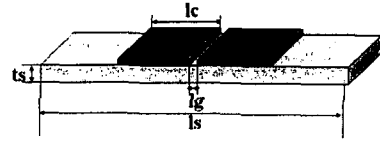


그림 7. L1B4-USM 최적화 설계 변수

표 2. 설계 변수의 초기값과 제한 범위 [mm]

	초기값	최소값	최대값
ts	2.2	0.5	2.7
lc	10.0	5.0	25.0
ls	35.0	20.0	52.0
lg	1.0	0.5	10.0

5.4 최적 설계 결과

본 연구에서의 ES는 2차원 유한 요소 해석 프로그램과 자동 요소 분할 프로그램, 모드 탐색 프로그램을 이용한다. 우선, F1, F2 각각의 목적함수에 대한 최적해로의 수렴성을 검증해 보았다. 표3은 L1B4-USM의 F1에 대한 최적화 결과, 표4는 L1B4-USM의 F2에 대한 최적화 결과를 보여주고 있다. 이 결과를 통해 본 연구에서 사용된 L1B4-USM 최적 형상 설계기법의 최적해로의 수렴성을 각각의 목적함수에 대해 검증하였다.

검증된 두개의 목적함수를 결합한 다중 목적함수를 사용하여 L1B4-USM의 최적화를 수행하였다. 표5는 L1B4-USM의 다중목적 함수(F1+F2)를 이용한 최적화 결과 중에서 공진주파수 차이가 500Hz 미만인 후보해들을 보여주고 있다. 이 중에서 속도 결정 값이 가장 크면서 다중목적함수 값도 가장 큰 첫 번째 해를 최적해로 선택하였다.

표 3. F1에 대한 최적화 결과

설계 변수				목적함수
ts	lc	ls	lg	F1(공진 주파수차이 Hz)
2.2000	10.0000	35.0000	1.0000	0.0001190335 (8400Hz)
1.3862	12.2955	34.7421	0.5620	0.0003124024 (3200Hz)
1.9000	9.75102	35.0608	1.2350	0.0003702333 (2700Hz)
1.7578	9.8971	34.8145	1.2712	0.002493766 (400Hz)
1.6015	9.5854	34.7740	1.5502	0.004975124 (200Hz)
1.3728	9.9532	42.2300	3.2832	0.009900990 (100Hz)

표 4. F2에 대한 최적화 결과

설계 변수				목적함수
ts	lc	ls	lg	F2
2.200000	10.000000	35.000000	1.000000	0.00304545
1.900014	9.751019	35.060810	1.234967	0.00309897
1.807095	10.082870	34.869690	1.278228	0.003156
1.464256	24.278570	40.867130	1.498402	0.00897102
1.123216	24.225640	37.440100	0.8645624	0.0105886
1.093115	24.757340	29.583440	0.6544969	0.01072609

표 5. F1+F2를 이용한 후보해

설계 변수				목적함수		
ts	lc	ls	lg	F1(공진주파수차이)	F2	F1+F2
2.052	13.489	40.485	0.586	0.00498 (200)	0.00454	0.00951
2.144	11.756	41.056	1.611	0.00332 (300)	0.00379	0.00711
1.754	10.057	34.344	0.523	0.00249 (400)	0.00374	0.00624
1.770	10.045	34.660	0.688	0.00249 (400)	0.00357	0.00607
2.024	9.529	39.037	0.959	0.00249 (400)	0.00349	0.00598
1.761	9.773	34.635	0.639	0.00249 (400)	0.00339	0.00588
1.659	10.014	33.167	0.825	0.00332 (300)	0.00334	0.00666

ES를 통해 최적화 된 L1B4-USM의 형상은 그림 8과 같으며, 최적 설계된 L1B4-USM의 공진 주파수와 모드해석 결과는 그림9, 그림10이다.

이를 통해 L1, B4 두 모드의 공진주파수 일치 그리고 L1 모드의 크기와 그때의 공진주파수의 크기 최대화 두 가지를 동시에 만족시키는 정확하면서 효율적인 L1B4-USM의 최적 설계 기법을 완성하였다.

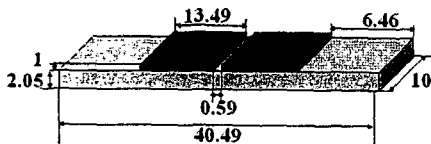


그림 8. L1B4-USM의 최적 설계 된 형상 [mm]

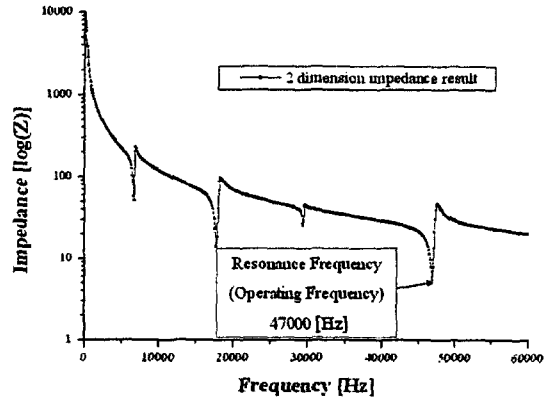


그림 9. 최적설계 된 L1B4-USM의 임피던스 해석

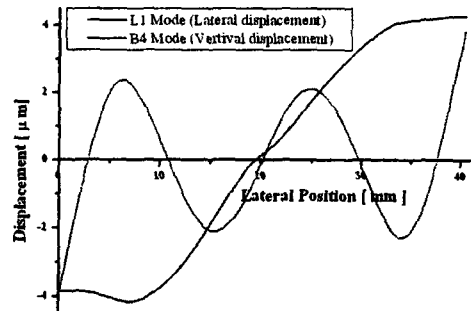


그림 10. 최적설계 된 L1B4-USM의 모드 해석

5. 결론

본 논문에서는 ES을 이용한 L1B4-USM의 최적 설계기법을 완성 하였다. 이로써 기존의 간단한 수식에 의한 해석적인 설계 혹은 여러 가지 치수들에 대해 해석이나 제작을 해보는 시행착오적인 설계 방법들에서는 불가능했었던, 정확성과 효율성의 극대화를 동시에 구현 할 수 있는 L1B4-USM의 설계를 가능하게 하였다.

참고 문헌

- [1]Reinhard Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two and Three Dimensional Finite Elements", IEEE. Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 37, pp. 233-247, May 1990. J.
- [2]T. Bäck, "Evolutionary Algorithms in Theory and Practice", Oxford, U.K.: Oxford Univ. Press, 1996