

# AWE를 이용한 고효율 고전력 밀도 압전 변압기의 최적설계

서정무, 주현우, 정현교

서울대학교

## Optimal Design of Piezoelectric transformer for High Efficiency and High Power density using AWE

Jung-Moo Seo, Hyun-Woo Joo, Hyun-Kyo Jung

Seoul National Univ.

### Abstract

본 논문에서는 유한요소법과 등가회로법을 이용하여 윤곽 진동형 압전변압기의 특성을 해석하고 이를 통해 압전변압기의 매칭 임피던스와 기계 및 전기적 결합계수를 계산하였다. 실험적 결과를 통하여 수치해석의 타당성을 검증한 후, 진화 전략에 기초한 멀티 모드 함수의 최적 알고리즘을 이용하여 고효율 고전압 밀도 압전 변압기의 형상 최적화를 수행하였다. 최적화 과정에서의 계산 시간을 단축시키기 위하여 AWE(Asymptotic Waveform Evaluation)를 적용한 유한요소법을 사용하였다.

**Key Words** : 압전 변압기, 유한 요소법, 형상 최적화, AWE

### 1. 서론

본 논문에서 연구된 윤곽 진동형 압전 변압기는 링 모양의 입력부에 인가된 전기적 입력이 역압전 효과에 의해 기계적 진동을 일으키고, 도트 모양의 출력부로 전달된 진동이 순압전 효과에 의해 전기적인 출력을 발생시키게 된다. 이러한 윤곽 진동형 압전 변압기는 링/도트 구조로 인해 입력부와 출력부의 절연성을 증가시킬 수 있고, 길이 진동 형태에 비해 전기 및 기계적 결합계수( $k_{em}$ )가 높아 고효율 에너지 변환이 가능하다[1]. 윤곽 진동형 변압기의 기본 형태는 그림 1과 같다.

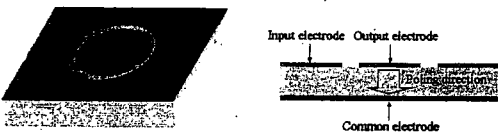


그림 1. 윤곽 진동형 압전 변압기의 구조.

기존의 압전 변압기의 최적화 방법은 해석적인 수식이나 각 설계변수간의 관계를 고려하지 않은 상황에서 이루어진 형태가 대부분이었다. 수식에

의한 해석적인 방법은 대체적으로 쉽게 변압기의 특성을 계산할 수 있으나, 복잡한 형상이나 전극의 위치는 제대로 고려할 수 없으며 특정 목적에 부합하는 형상을 찾아가는 과정은 지나친 시간의 낭비를 초래할 수 있다. 본 논문에서는 모든 설계변수를 동시에 고려하면서 빠르고 간편한 최적화를 수행하기 위해 멀티 모드 함수를 갖는 진화전략 알고리즘을 사용하였다[2]. 목적 함수로는 우선, 높은 효율과 온도상승의 최소화를 위한 부하와 변압기의 출력 임피던스간의 매칭이 선택되었고, 고효율 에너지 변환과 전달, 구동회로상의 ZVS(zero voltage switching)를 만족시키기 위하여 높은 전기 및 기계적 결합계수가 선택되었다. 압전 변압기의 해석 방법으로는 AWE를 적용한 유한 요소법과 등가 회로법을 이용하였으며 그 결과를 실험값과 비교하여 검증하였다.

### 2. 유한 요소 해석

#### 2.1 압전 변압기의 임피던스 해석

유한 요소법을 통한 임피던스 해석은 (1)과 같이

전극에서의 외부 전하량과 전위와의 비를 이용하여 계산된다[3].

$$Z(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{j\omega Q} \quad (1)$$

그림 2는 유한 요소 해석을 통해 얻은 압전 변압기의 구동부 및 발전부의 임피던스 파형을 나타낸다. 그림에서 보는바와 같이 구동부 및 발전부의 공진 및 반공진 주파수는 표 1[1]의 실험값과 거의 유사한 값을 보인다. 이는 본 논문에서 사용된 유한 요소 적용의 타당성을 보여주는 동시에, 최적 형상을 위한 하나의 목적함수로 선택된 전기 및 기계적 결합 계수 또한 실험값과 매우 근사한 값을 가지게 된다는 사실을 확인할 수 있다. 유한 요소 해석을 통한 이러한 결과들을 등가회로법과 결합하여 압전 변압기의 등가회로 정수들이 모두 계산된다[4]. 그림 3은 67.05 kHz의 공진 주파수에서 압전 변압기의 모드 해석 결과이다.

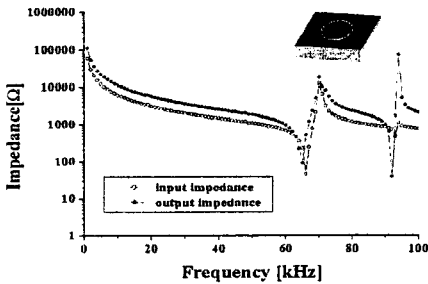


그림 2. 압전 변압기의 임피던스 해석.

변압기의 플레이트 사이즈는 31.5 × 31.5 × 2.5이고 내부 및 외부 원의 반지름은 각각 9.5, 11이다.[mm]

표 1. 압전 변압기의 실험적 특성

fr_input [kHz]	66.75
fa_input [kHz]	70.15
fr_output [kHz]	64.95
fa_output [kHz]	70.15
keff	0.308
Zout [Ω]	1186
Efficiency (1kΩ의 부하 연결시) [%]	97.21



그림 3. 공진 주파수에서의 모드 해석.

## 2.2 AWE 정식화

유한 요소법을 이용하여 압전 변압기의 주파수

특성을 해석하기 위해서는 관심 주파수 대역에서의 반복적인 계산이 필요하다. 이는 단일 형상 해석시 크게 문제되지 않지만 최적화 과정에서는 상당한 계산 시간을 요구하게 된다. 본 논문에서는 주파수 특성 해석에서 요구되는 계산 시간을 단축시키기 위하여 AWE(Asymptotic Waveform Evaluation)을 적용한 유한 요소법을 사용하였다. AWE는 본래 고속 회로 해석을 위해 고안된 알고리즘으로 회로의 전달 함수는 급수로 전개되고 회로 모델은 모멘트 매칭에 의해 저차 전달함수로서 근사화 된다[5]. 먼저 (2)와 같은 행렬 방정식을 가정한다.

$$A(k)E(k) = B(k) \quad (2)$$

주파수에 대한 (2)의 해를 구하기 위해서  $E(k)$ 를 아래와 같이 테일러 급수로 전개한다.

$$E(k) = \sum_{n=0}^Q m_n (k - k_0)^n \quad (3)$$

여기에서  $k_0$ 는 전개 포인트이다. (3)을 (2)에 대입하고 행렬  $A(k)$ 와 벡터  $B(k)$ 를 테일러 급수로 전개한 후 양변  $k - k_0$ 승의 계수를 맞추면 다음과 같은 모멘트 벡터에 대한 순환적인 관계를 유도할 수 있다.

$$m_0 = A^{(-1)}(k_0)B(k_0) \quad (4)$$

$$m_n = A^{(-1)}(k_0) \left[ \frac{B^{(n)}(k_0)}{n!} - \sum_{i=1}^n \frac{A^{(i)}(k_0)m_{n-i}}{i!} \right], n \geq 1 \quad (5)$$

$A^{(-1)}$ 는  $A$ 의 역행렬이고  $A^{(i)}$ 와  $B^{(n)}$ 는 각각  $i$ 계 및  $n$ 계 도함수를 나타낸다. 테일러 급수는 제한된 주파수 대역을 가지고 있기 때문에  $E(k)$ 를 Padé 근사식으로 표현함으로써 주파수 대역을 확장시킬 수 있다.

$$E(k) = \frac{\sum_{i=0}^L a_i (k - k_0)^i}{1 + \sum_{j=1}^M b_j (k - k_0)^j} \quad (6)$$

$L+M=Q$ 이고 미지수  $a_i$ 와  $b_j$ 는 (3)을 (6)에 대치시키고  $k - k_0$ 승의 계수를 맞추어 계산할 수 있다. 이는 아래와 같은 행렬식으로 표시된다.

$$\begin{bmatrix} m_L & m_{L-1} & m_{L-2} & \dots & m_{L-M+1} \\ m_{L+1} & m_L & m_{L-1} & \dots & m_{L-M+2} \\ m_{L+2} & m_{L+1} & m_L & \dots & m_{L-M+3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{L+M-1} & m_{L+M-2} & m_{L+M-3} & \dots & m_L \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_M \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{L+1} \\ m_{L+2} \\ m_{L+3} \\ \vdots \\ m_{L+M} \end{bmatrix} \quad (7)$$

위 행렬식으로부터  $b_j$ 를 구한후 아래의 식에 의해  $a_i$ 를 구한다.

$$a_i = \sum_{j=0}^i b_j m_{i-j}, \quad 0 \leq i \leq L \quad (8)$$

위 수식들에서 보는 바와 같이  $A(k)$ 의 역행렬을 단 한번만 계산함으로써 방정식의 해를 구할 수 있는데, 이는 곧 본 논문의 유한 요소 해석에 AWE를 적용한 주된 이유라고 할 수 있다. 그림 4는 AWE를 적용한 유한요소법을 이용하여 변압기의 임피던스를 해석한 결과이다. 그림에 의하면 유한요소법만을 이용한 해석 결과와 거의 유사한 경향을 나타내며 계산 속도 측면에서도 기존 해석에 비해 약 70배 정도 빠른 특성을 나타낸다.

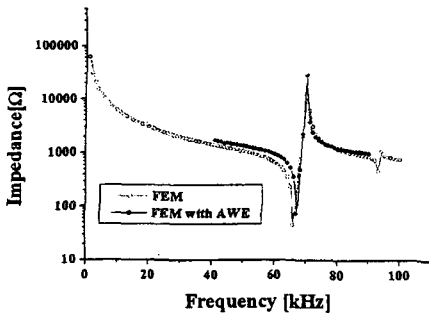


그림 4. AWE를 적용한 변압기의 임피던스 해석.

## 2. 압전 변압기의 특성해석

유한 요소법과 등가 회로법을 이용하여 계산된 회로 정수들을 이용하여 부하의 변화에 따른 변압기의 공진 주파수를 계산하였다. 이 결과를 기초로, 변화된 공진주파수에 대해 재구성된 등가회로를 이용하여 계산한 변압기의 효율이 그림 5에 나타나있다. 부하저항이  $1250\Omega$ 일 때 99.37%의 최대 효율이 얻어지며 이는  $R_L = 1/\omega C_{out}$ 일때 최대 효율을 갖는다는 아래의 변압기 효율에 대한 해석적 수식의 결과와 유사하다.

$$\eta = \frac{R_L}{R\{1 + (\omega R_L C_{out})^2 N^2\} + R_L} \quad (9)$$

본 논문에서 사용된 형상에 대해  $R_L$ 의 값은  $1178\Omega$ 이고 이는 표 1에서의 변압기의 출력 임피던스값인  $1186\Omega$ 과도 거의 일치함을 보인다. 즉, 부하 임피던스와 변압기 자체의 출력 임피던스간에 매칭이 일어난 것으로 이러한 조건에서 진동에 의한 온도상승은 최저가 되고 에너지 변환 효율은 최대가 된다. 이러한 임피던스 매칭은 본 논문에서 전기 및 기계적 결합계수에 이은 형상 최적화의

또 다른 목적함수가 된다.

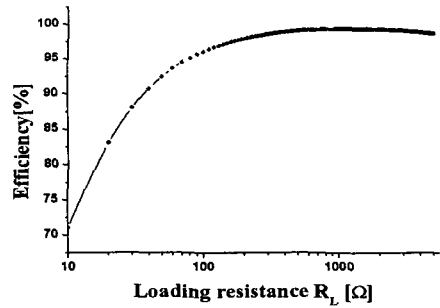


그림 5. 부하에 따른 효율의 변화.

## 3. 형상 최적화

### 3.1 멀티 모드 최적 알고리즘

본 논문에서는 진화 전략을 기본으로 멀티 모드 함수를 위한 새로운 최적화 기법을 이용하여 압전 변압기의 최적화를 구현하였다[2]. 적용된 알고리즘을 검증하기 위하여 아래와 같은 시험함수가 사용되었다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^2 x_i^2 / 4000 - \prod_{i=1}^2 \cos(x_i / \sqrt{i}) \quad (10)$$

$-30 \leq x_i \leq 30$  이고 함수의 형태와 알고리즘을 적용하기 위한 수행 조건은 각각 그림 6, 표 2와 같다. 그림 7은 해석과정에서의 해집단 분포를 나타내며, 이 그림을 통해, 본 알고리즘은 매우 빠른 수렴특성과 정확한 다중해 탐색 능력을 가지고 있음을 확인할 수 있다.

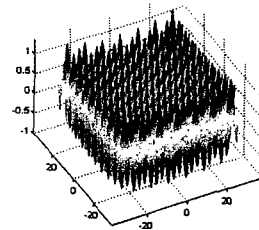


그림 6. 시험 함수.

표 2. 알고리즘 수행 조건.

Number of variables	2
Number of total iterations	100
Number of members in elite set	100
Number of children per each member	5
Number of initial population	500
Number of shaking population	10

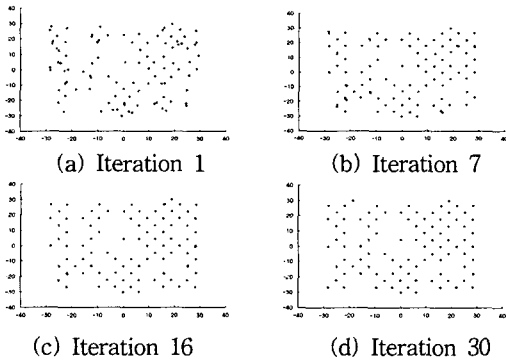


그림 7. 시험 함수의 최적화 수행 결과.

### 3.2 최적화 방법과 결과

본 논문에서는 전기 및 기계적 결합 계수와 임피던스 매칭을 동시에 고려한 형상 최적화를 위해 멀티 모드 최적화 알고리즘을 이용하였다. 우선 일정 부하( $1k\Omega$ )와 임피던스 매칭을 만족하는 여러 개의 해들을 찾아낸 후에 각각의 해들에 대해 전기 및 기계적 결합 계수값을 비교하여 최적의 형상을 선택하였다. 설계 변수로는 변압기의 길이, 출력부 전극의 반지름 그리고 절연부분을 포함한 외부 원의 반지름(그림 1 참조)으로 정하였고 일정한 체적에 대해 최적화를 수행하였기 때문에 변압기의 두께는 길이에 의해 결정되었다. 표 3과 4는 각각 설계 변수의 범위와 알고리즘 수행 조건을 나타내고, 이를 통한 압전 변압기의 형상 최적화 결과는 표 5에 나타나 있다. 표 5로부터, 두 번째와 세 번째 해는  $1k\Omega$ 의 부하저항과 거의 유사한 출력 임피던스를 가지는 것을 볼 수 있다. 그러나 두 번째 해의 전기 및 기계적 결합 계수가 나머지 해와 비교할 때 가장 높은 값을 가지기 때문에 이를 본 논문에서의 최적해로 선정하였다.

표 3. 설계 변수의 범위.

	Length	Inner radius	Outer radius
Min. (mm)	27.5	9	10.5
Max. (mm)	35.5	10	11.5

표 4. 알고리즘 수행 조건.

Number of variables	3
Number of total iterations	50
Number of members in elite set	10
Number of children per each member	3
Number of initial population	30
Number of shaking population	5

표 5. 최적화 결과.

Solutions	1	2	3	4
Length	33.60	35.12	34.58	33.56
Inner circle radius	9.38	9.21	9.55	9.93
Outer circle radius	11.48	11.41	11.22	11.45
$Z_{out}(\Omega)$	1023.1	1001.5	1000.3	1005.6
$k_{eff}$	0.311	0.319	0.316	0.312
Efficiency (%)	99.30	99.16	99.14	99.30

## 4. 결론

유한 요소법과 등가회로법을 이용하여 윤곽 진동형 압전 변압기의 특성을 해석하고 이를 실험적으로 검증하였다. 이를 기반으로 멀티 모드 최적화 알고리즘을 적용하여 전기 및 기계적 결합 계수와 임피던스 매칭을 목적함수로 하는 변압기의 최적형상 설계를 수행하였다.

## 참고 문헌

- [1] J.H. Yoo, K.H. Yoon, S.M. Hwang, S.J. Suh, J.S. Kim and C.S. Yoo, "Electric characteristics of high power piezoelectric transformer for 28W Fluorescent lamp", Sensors and Actuators, vol. 90, pp. 132-137, 2001
- [2] Chang-Hwan Im, Hong-Kyu Kim, Hyun-Kyo Jung and Kyung Choi, "A Novel Algorithm for Multimodal Function Optimization Based on Evolution Strategy", IEEE Transaction on Magnetics, vol. 40, No. 2, March, 2004
- [3] Reinhard Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Elements," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 37, pp. 233-247, May 1990
- [4] Hyun-Woo Joo, Hyun-Kyo Jung, "Analysis of Piezoelectric Transformer by using Finite Element Method and Equivalent Circuit considering Load variation", IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 459-462, 2001
- [5] L.T.Pillage and R.A.Rohrer, "Asymptotic waveform evaluation for timing analysis", IEEE Trans Computer-Aided Design, vol. 9, pp. 352-366, 1990