

## 4-Terminal-Pair 형 공기유전체 전기용량표준기의 주파수 특성

김한준, 이래덕, 강전홍, 한상옥\*

한국표준과학연구원, 충남대학교\*

### Frequency Characteristics of the Air Dielectric Standard Capacitors having 4-terminal-Pair connector Type

Han Jun Kim, Rae Duk Lee, Jeon Hong Kang and Sang Ok Han\*

KRISS, Chungnam Uni.\*

#### Abstract

현재 전기용량의 국가표준은 1 kHz, 1592 Hz에서만 유지 및 보급이 되고 있다. 그러나 전기용량 및 임피던스를 측정하는 브리지와 LCR meter들은 비교적 넓은 주파수 범위에서 측정이 가능하도록 생산이 되고 있다. 따라서 이러한 기기들의 교정은 실제적으로 사용되고 있는 주파수 전 영역이 아닌 1 kHz 만 되고 있어서 완전한 교정이라고 할 수 없다. 본 논문에서는 이를 해결하기위하여 임피던스 analyzer의 one-port 측정기술을 사용하여 4-terminal-pair(이하 4TP) 전기용량 표준기 각각의 terminal에서 임피던스를 필요 주파수에서 측정하고, 측정된 임피던스 matrix를 이용하여 4TP의 transfer 어드미턴스와 출력임피던스를 계산 하였다.

**Key Words :** 전기용량 브리지, LCR meter, 4-terminal-pair, standard capacitor, frequency characteristics, 교정, 표준소급

#### 1. 서 론

저주파수에서 전기용량 측정에 사용되는 브리지 혹은 LCR meter 등은 일정범위의 주파수(예를 들면, 50 Hz에서 10 MHz까지)에서 전기용량을 측정할 수 있도록 생산이 되고 있다. 따라서 이러한 기기들의 교정은 측정 가능 주파수 범위 전체를 일정구간으로 나누어 하는 것이 원칙이다. 그러나 현재 국가표준의 정점기관인 한국표준연구원(KRISS)에서는 단지 1 kHz에서와 1592 Hz에서만 표준유지와 보급을 하고 있기 때문에 이 외의 주파수범위에서는 교정이 불가하다. 한편 1 kHz 혹은 1592 Hz에서의 전기용량 값을 다른 주파수에서의 전기

용량 값으로 표준소급을 해 주기위해서는 주파수 변화에 따른 유전율(dielectric constant)의 변화를 무시할 수 있는 건조한 공기(dry air)를 유전체로 사용하는 금속 평행판(parallel plate) 전극의 전기용량 표준기가 사용이 되고 있다. 1 kHz에서의 전기용량을 보다 높은 주파수에서의 전기용량으로 소급하기 위해서는 측정하고자하는 주파수에서 전기용량기를 구성하고 있는 전극과 lead wire에서 나타나는 기생 직렬 인덕턴스(stray series inductance)를 정확히 측정 혹은 추산해 주어야 한다. 종래에는 이 직렬 인덕턴스를 전기용량 표준기의 단자를 단락시키고 공진주파수에서의 인덕턴스를 측정하는 방법으로 측정하였다.[1] 그러나 본

논문에서 제안하는 방법은 air dielectric 4-terminal-pair(이하 4TP) type terminal의 전기용량 표준기와 이미 증명된 one-port 측정기술을 사용하여 임피던스 analyzer로써 전기용량 표준기 각각의 terminal에서 임피던스를 필요 주파수에서 측정하고 측정된 임피던스 matrix를 이용하여 4TP의 transfer 어드미턴스와 출력임피던스를 계산하는 방법이다.

## 2. Z-matrix에 의한 4TP 교정법

앞에서도 언급하였듯이 air를 유전체로 한 금속 parallel plate를 전극으로 사용하는 4TP type의 전기용량 표준기가 4TP type의 LCR meter와 impedance analyzer의 주파수 약 10 MHz까지의 교정에 사용이 되고 있다. 이 전기용량 표준기의 주파수 특성은 high potential port(H<sub>POT</sub>)의 출력 임피던스 Z<sub>OHP</sub>와 low current port(L<sub>CUR</sub>)의 출력 임피던스 Z<sub>OLC</sub>로써 표시되어진다. Y<sub>4TP</sub>, Z<sub>OHP</sub>, Z<sub>OLC</sub>는 현재 상품화 된 network analyzer를 사용하여 필요한 한 set의 driving-point impedance를 측정함으로써 얻어진다. 그림 1은 LCR meter와 4TP 표준기의 연결과 parameter를 보여주는 그림이다. 연결된 전기용량 표준기를 black box라고 가정하면 전기용량 표준기 각 터미널에서의 전압, 전류, 임피던스의 관계는 아래의 Z-matrix를 사용하여 쓸 수가 있다.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

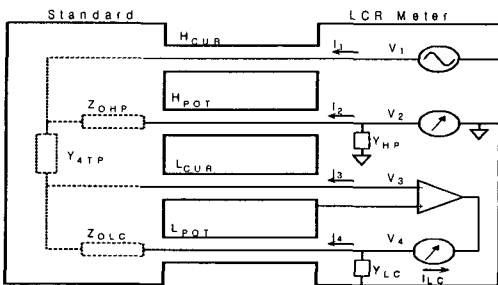


그림 1. Schematic diagram of a typical 4TP measuring system using a standard and an LCR meter.

한편 실제의 LCR meter는 H<sub>POT</sub>에서 입력 어드미

턴스 Y<sub>HP</sub>와 L<sub>CUR</sub>단자에서 어드미턴스 Y<sub>LC</sub>를 가지며, 실제의 LCR meter의 동작은 수학적으로 아래의 식과 같이 풀 수가 있다.

$$I_2 = -V_2 Y_{HP} \quad (2)$$

$$I_4 = -I_{LC} - Y_{LC} V_4 \quad (3)$$

LCR meter는 감지된 전압(V<sub>2</sub>)과 감지된 전류(I<sub>LC</sub>)의 비로써 측정된 어드미턴스를 표시하기 때문에 측정된 어드미턴스는

$$Y_{MEA} = \frac{I_{LC}}{V_2} \mid I_3=0, V_3=0 \quad (4)$$

로 된다.

식(1), (2), (3)을 식(4)에 대입하여 정리하면 측정되는 어드미턴스 Y<sub>MEA</sub>는

$$Y_{MEA} = Y_{4TP}(1 + e_P + e_C + e_P e_C) + Y_0 \quad (5)$$

로 된다. 여기서

$$Y_{4TP} = \frac{Z_{31}}{(Z_{21}Z_{34} - Z_{31}Z_{24})} \quad (6)$$

$$e_P = Y_{HP}Z_{OHP} \quad (7)$$

여기서 e<sub>P</sub>는 H<sub>POT</sub> 단자에서의 전압 전송오차임

$$\therefore Z_{OHP} = \frac{(Z_{22}Z_{31} - Z_{21}Z_{32})}{Z_{31}} \quad (8)$$

$$e_C = Y_{LC}Z_{OLC} \quad (9)$$

e<sub>C</sub>는 L<sub>CUR</sub> 단자에서의 전류 전송오차임

$$\therefore Z_{OLC} = \frac{(Z_{44}Z_{31} - Z_{41}Z_{34})}{Z_{31}} \quad (10)$$

$$Y_0 = Y_{HP}Y_{LC} \cdot \frac{(Z_{42}Z_{31} - Z_{41}Z_{34})}{Z_{31}} \quad (11)$$

Offset 어드미턴스 Y<sub>0</sub>는 터미널 H<sub>POT</sub>와 L<sub>CUR</sub> 사이, Y<sub>HP</sub>와 Y<sub>LC</sub> 사이에서의 lead에서 나타나는 상호 인덕턴스에 의해서 발생한다. 4TP 어드미턴스는 Cutkosky에 의해서 아래의 식으로 정의되어진다.[2][3]

$$Y_{STD} = I_4 / V_2 \mid I_2 = I_3 = 0, V_3 = 0 \quad (12)$$

따라서

$$Y_{STD} = Y_{4TP} \quad (13)$$

이상적인 LCR meter는 Y<sub>HP</sub>와 Y<sub>LC</sub>를 갖지 않는 경우, 즉 0일 때를 말한다. 따라서 4TP 어드미턴스 Y<sub>4TP</sub> 값은 이상적인 LCR meter에 의해서 측정되어 나타나는 값이다.

### 3. $Z_{ij}$ 측정을 위한 이론적 고찰

식(6), (8), (10)등에 사용된  $Z_{ij}$ 는 network analyzer 로써 직접 측정할 수가 없다. 그러므로  $Z_{ij}$ 를 측정 하기 위해서는 아래에 언급하는 이론적인 접근이 필요하다.

#### 3.1 $Z_{ii}$ 측정법

$Z_{ii}$ 는 그림 2에서처럼 #i port에는 network analyzer를 연결하고 그 외의 다른 port는 open 시킨 상태에서의 측정을 말한다. 따라서 port에서의 current는 #i를 제외하고는 0이다. 따라서 식(1)은

$$V_i = Z_{ii} I_i \quad \therefore Z_{in} = V_i / I_i \equiv Z_{ii} \quad (14)$$

로 간단히 된다.

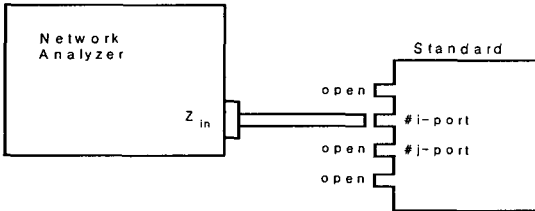


그림 2. A connection of  $Z_{ii}$  measurement.

#### 3.2 $Z_{ijsj}$ 측정법

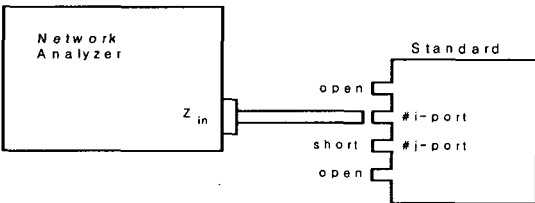


그림 3. A connection of  $Z_{ijsj}$  measurement.

$Z_{ij}$ 는 그림 3과 같이 #i port에는 network analyzer를 연결하고, #j port는 short, 그 외의 다른 port는 open 시킨 상태에서의 측정을 말한다. 그러면 식(1)은 아래의 식으로 변환이 된다.

$$V_i = Z_{ii} I_i + Z_{ij} I_j \quad (15)$$

$$V_j = Z_{ji} I_i + Z_{jj} I_j = 0 \quad (16)$$

식(15)와 (16)으로부터  $V_i / I_i$  는

$$Z_{in} \equiv Z_{ijsj} = V_i / I_i = Z_{ii} - Z_{ij} Z_{ji} / Z_{jj} \quad (17)$$

로 된다. 여기서  $Z_{ijsj}$ 는 #j port가 short 되었을 때

#i port에서 측정되는 driving-point 임피던스를 의미한다. 전기용량 표준기가 선형적이고, 능동소자이므로 호환성의 원칙이 Z-matrix에 성립되어진다. 즉

$$Z_{ij} = Z_{ji} = \pm \sqrt{Z_{ji}(Z_{ii} - Z_{iisj})} \quad (18)$$

$Z_{ij}$ 는 #i port와 #j port 사이의 보통의 임피던스를 말한다. 일상적으로 전기용량 표준기의 임피던스는 stray capacitance이므로 식(18)은

$$Z_{ij} = Z_{ji} = -\sqrt{Z_{ji}(Z_{ii} - Z_{iisj})} \quad (19)$$

로 된다. 따라서  $Y_{4TP}$ ,  $Z_{OHP}$ ,  $Z_{OLC}$ 는  $Z_{ii}$ ,  $Z_{ij}$ ,  $Z_{iisj}$ 로 변환된다. 4TP 어드미턴스  $Y_{4TP}$ 는

$$Y_{4TP} = \sqrt{\frac{Z_{11} - Z_{11s3}}{Z_{22}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(Z_{11} - Z_{11s2})(Z_{44} - Z_{44s2})} - \sqrt{(Z_{11} - Z_{11s3})(Z_{44} - Z_{44s2})}} \quad (20)$$

로 되고 따라서  $Z_{OHP}$ ,  $Z_{OLC}$ 도  $Y_{4TP}$ 처럼 같이하여 계산된다. 결국 식(20)은 4TP 표준기의 대칭성을 이용하여 간단히 하면

$$Y_{4TP} = \sqrt{\frac{(Z_{11} - Z_{11s3})}{Z_{22}}} \cdot \frac{1}{(Z_{11s3} - Z_{11s2})} \quad (21)$$

이 된다.

### 4. Network analyzer를 사용한 전기용량 표준기의 one-port 임피던스 측정

측정은 HP 8751A network analyzer를 사용하였으며 식(20)에서의 임피던스 element, 즉  $Z_{11} - Z_{11s3}$ ,  $Z_{22}$ ,  $Z_{11} - Z_{11s2}$ ,  $Z_{44} - Z_{44s2}$ 를 각각의 필요한 port에서 40 MHz ~ 60 MHz 범위를 1 MHz step으로 측정을 하였다. 각각의 port에서 측정되는 등가회로 및 측정모습을 그림 4에서 그림 7에 보였다. 1 kHz에서의 전기용량값은 AH2500A를 사용하여 측정하였다.

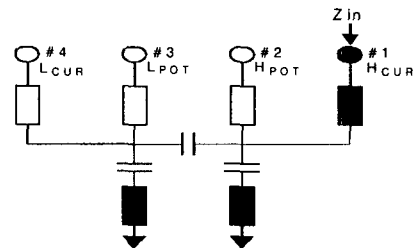


그림 4. Equivalent circuit measured at  $Z_{in} = Z_{11}$ .

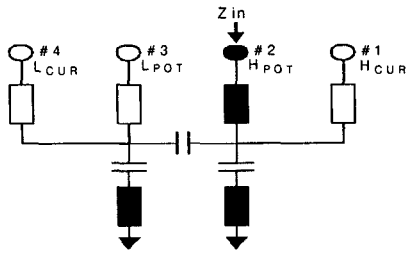


그림 5. Equivalent circuit measured at  $Z_{in}=Z_{22}$ .

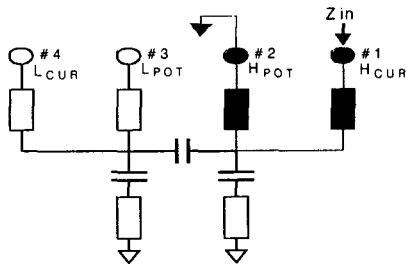


그림 6. Equivalent circuit measured at  $Z_{in}=Z_{11s2}$ .

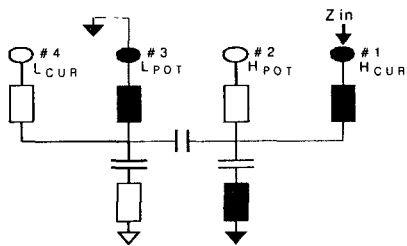


그림 7. Equivalent circuit measured at  $Z_{in}=Z_{11s3}$ .

### 5. 측정결과 및 분석

측정된 값으로 식(20)을 이용하여 주파수 40 MHz ~ 60 MHz까지의  $Y_{4TP}$  값을 계산한 후 이 결과를 1 kHz ~ 60 MHz까지 추세 선을 확대한 다음, 각각의 전기용량 표준기 값  $Y_{4TP}$ 의 주파수 1 kHz ~ 13 MHz 사이의 특성을 이 추세선을 이용하여 실현하였다. 한편 이 주파수 특성은 1 kHz에서 AH2500 브리지를 사용하여 수십 ppm의 정확도로 측정된 전기용량 표준기의 값과 추세선에 의한 1 kHz의 값을 중첩시킴으로서 일반화하였다. 한편 total uncertainty는 식(20)에서 요구하고 있는 각각의 port에서 측정불확도와 추세선의 불확도를 분석한 것을 통계처리 하였으며 자세한 불확도 수치는 표 2에 보였다. 본 연구로서 Network analyzer의 one-port 측정법과 3-terminal 전기용량 브리지 AH 2500 브리지를 이용하여 4TP type의 air dielectric 금속 plate의 전기용량 표준기 1~1000

pF의 1 kHz~13 MHz까지의 국가 소급성을 확립 하였다.

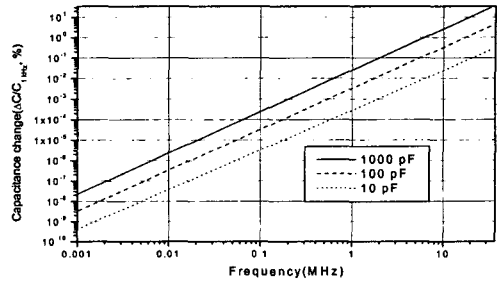


그림 8. Calibrated frequency characteristics of 10, 100, and 1000 pF capacitor.

표 1. The calculated uncertainty of the standard capacitors.

	1 pF	10 pF	100 pF	1000 pF
1 kHz	$44 \times 10^{-6}$	$39 \times 10^{-6}$	$38 \times 10^{-6}$	$41 \times 10^{-6}$
1 MHz	$90 \times 10^{-6}$	$39 \times 10^{-6}$	$40 \times 10^{-6}$	$64 \times 10^{-6}$
2 MHz	0.023 %	$40 \times 10^{-6}$	$48 \times 10^{-6}$	0.015 %
3 MHz	0.041 %	$43 \times 10^{-6}$	$66 \times 10^{-6}$	0.028 %
4 MHz	0.063 %	$47 \times 10^{-6}$	$91 \times 10^{-6}$	0.044 %
5 MHz	0.088 %	$54 \times 10^{-6}$	0.013 %	0.062 %
10 MHz	0.25 %	0.012 %	0.033 %	0.19 %
13 MHz	0.37 %	0.016 %	0.049 %	0.28 %

### 참고 문헌

- [1] Jones, R. N., "A Technique for extrapolating the 1 kHz Values of Secondary Capacitance Standards to Higher Frequencies," NBS Tech. Note 201, p16, Nov. 1963.
- [2] R. D. Cutkosky, "Four-terminal-pair Networks As Precision Admittance and Impedance Standards," *Commun. and Electronics*, vol. 70, pp.19-22, Jan. (1964)
- [3] R. D. Cutkosky, "Techniques for Comparing Four-terminal-pair Admittance Standards," in *J. Res. Nat. Bur. Stand. (Engineering and Instrumentation)*, vol. 74C, nos. 3 and 4, July-Dec., (1970)