탄소성 구성 방정식을 이용한 삼차원 브레이드 복합재료의 역학적 해석

류한선*, 이명규*, 김지훈*, 정관수*

Mechanical Analysis of 3D Circular Braided Glass Fiber Reinforced Composites Using Elastic-Plastic Constitutive Equations

Hansun Ryou, Myoung-Gyu Lee, Jihoon Kim and Kwansoo Chung

Abstract

In order to describe the mechanical behavior of highly anisotropic and asymmetric materials such as fiber-reinforced composites, the elastic-plastic constitutive equations were used here based on the recently developed yield criterion and hardening laws. As for the yield criterion, modified Drucker-Prager yield surface was used to represent the orthotropic and asymetric properties of composite materials, while the anisotropic evolution of back-stress was accounted for the hardening behavior. Experimental procedures to obtain the material parameters of the hardening laws and yield surface are presented for 3D Circular Braided Glass Fiber Reinforced Composites. For verification purpose, comparisons of finite element simulations using the elastic-plastic constitutive equations, anisotropic elastic constitutive equations and experiments were performed for the three point bending tests. The results of finite element simulations showed good agreements with experiments, especially for the elastic-plastic constitutive equations with yield criterion considering anisotropy as well as asymmetry and anisotropic back stress evolution rule.

Key Words: 3D Braided Glass Fiber Reinforced Composites, Modified Drucker-Prager Yield Criterion, Elastic-Plastic Constitutive Equations, asymmetry

1. 서 론

섬유 강화 복합 재료는 뛰어난 내구성, 경량성, 가공성 등의 이점 때문에 널리 사용되고 있지만, 이에 대한 연구는 탄성 영역에 국한 되어 왔다[1]. 본 연구에서는 복합 재료의 응력-변형률의 비선형 관계를 모사하기 위하여 소성 이론을 도입하였다.

일반적으로 복합 재료는 각 방향의 성질이 다른 이방성(anisotropic)과 인장과 압축의 성질이 다른 비대칭성(asymmetric or bi-modular)을 가지고 있다. 이들 성질을 동시에 고려하기 위하여 본 연구에서는 수정된 Drucker-Prager 항복 표면과 이방성 이동 응력 법칙(anisotropic back stress evolution law) [2]을 사용한 탄소성 구성 방정식을 제안하였다.

본 연구에서 제안된 탄소성 구성 방정식의 검증을 위하여, 3 차원 브레이드 복합 재료를 제조하여 3 점 굽힘 실험을 한 결과와 탄소성 구성 방정식이 고려된 유한 요소 해석 결과를 비교해 보았다.

2. 이 론

2.1 탄성 구성 방정식

* 서울대학교 재료공학부

평면 응력 상태에서 직교 이방 탄성 응력-변형률 관계는 다음과 같다.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_{\mathrm{T\,or\,C}} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \mathbf{C}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}^{e} \quad (1)$$

강성 계수들은 다음과 같이 정의한다.

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}}, \quad Q_{22} = \frac{E_T}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}}, \quad Q_{66} = G_{LT}$$

$$Q_{12}(=Q_{21}) = \frac{\nu_{TL}E_L}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}} = \frac{\nu_{LT}E_T}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}}$$

여기서 E_L, E_T, G_{LT}, ν_{LT}, ν_{TL} 들은 축 방향(axial)과 가로 방향(transverse)의 영률, 전단상수, 포아송비를 나타내며, T 와 C 는 각각 인장과 압축 실험 결과 얻어지는 재료의 성질들을 의미한다.

2.2 수정된 Drucker-Prager 항복표면

Drucker-Prager 가 제안한 항복 표면은 다음과 같다.

$$\Phi = J_2^{'1/2} - qJ_1 - \bar{\sigma}_{iso} = 0 \quad (2)$$

여기서 $J_2^{'} = \frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}, J_1 = \sigma_{kk}$ 이고 $\bar{\sigma}_{iso}$ 는 항복 표면의 크기를 나타낸다.

본 연구에서는 식 (2)에 평면 응력 상태에서 복합 재료의 이방성과 비대칭성의 성질을 고려하기 위하여 다음과 같이 재료 상수와 초기 이동 응력을 부여하였다.

$$\begin{aligned} \Phi^{*} = p[&(\sigma_{xx}-\alpha_{xx0})^2 - \beta_{22}(\sigma_{xx}-\alpha_{xx0})(\sigma_{yy}-\alpha_{yy0}) \\ &+ \beta_{22}^2(\sigma_{yy}-\alpha_{yy0})^2 + 3\beta_{33}^2(\sigma_{xy}-\alpha_{xy0})^2]^{1/2} - \\ &q((\sigma_{xx}-\alpha_{xx0}) + \beta_{22}(\sigma_{yy}-\alpha_{yy0})) - \bar{\sigma}_{iso} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서는 식의 단순화를 위하여 초기에 y 방향으로 만의 이동을 가정하였다. 즉 $\alpha_{xx0} = \alpha_{xy0} = 0$ 이고 $\alpha_{yy0} = \alpha_0$ 이다.

2.3 경화 규칙

등방-이동 경화 법칙에서의 항복 표면은 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{\Phi}(\sigma - \alpha, \bar{\sigma}_{iso}) = 0 \quad (4)$$

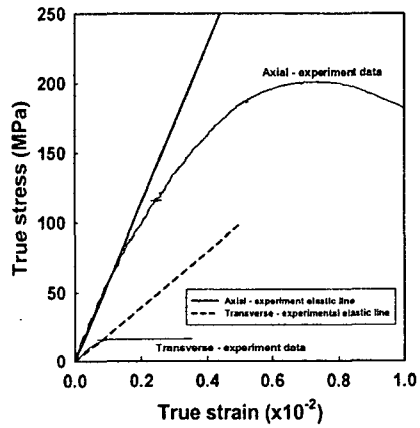
이동 응력 증가량은 응력-변형률간의 비선형 관계를 모사하기 위하여 Chaboche 의 모델을 사용하였는데, 본 연구에서는 복합 재료와 같이 방향성이 큰 재료의 거동을 모사하기 위하여 다음과 같이 수정된 모델을 제안하였다.

$$d\alpha = \Gamma_1 \cdot \frac{(\sigma-\alpha)}{\bar{\sigma}_{iso}} d\bar{\varepsilon} - \Gamma_2 \cdot \alpha d\bar{\varepsilon} \quad (5)$$

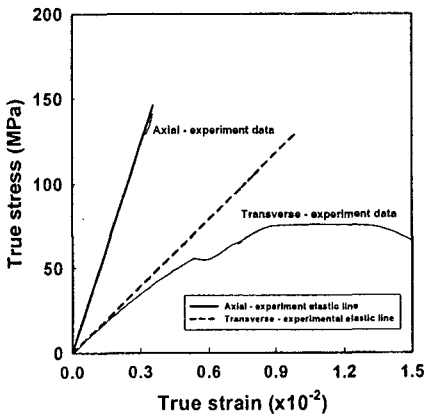
여기서 Γ_1 과 Γ_2 는 실험적으로 결정되는 4 차 텐서이다.

직교 이방 재료의 평면 응력 상태에서는 식 (5)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d\alpha_{11} \\ d\alpha_{22} \\ d\alpha_{12} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{11} \\ n_{22} \\ n_{12} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & 0 \\ 0 & h_{22} & 0 \\ 0 & 0 & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{12} \end{bmatrix} \right) d\bar{\varepsilon} \quad (6)$$



(a)



(b)

Fig. 1: Experimental results of (a) tensile test (b) compression test.

3. 실 험

3.1 복합 재료 제조

3 차원 브레이드 유리 섬유 강화 복합 재료의 preform 을 3 차원 braiding machine 을 사용하여 제작하였다. 완성된 preform 을 가지고 RTM 공정을 통하여 에폭시 수지를 입힌 후, 이를 130℃에서 90 분간 경화시켰다.

3.2 물성 측정

3 차원 브레이드 복합 재료의 인장, 압축 실험은 축 방향과 가로 방향에 대하여 각각 시행되었다. 실험으로부터 얻어진 응력-변형률 관계는 Fig. 1 과 같다. Fig. 1 에서 보는 바와 같이 축 방향과 가로 방향에 대한 각각의 인장과 압축 거동이 모두 다르게 측정 되었다. 이것은 3 차원 브레이드 복합 재료가 다른 복합 재료와 마찬가지로 인장과 압축 거동이 다른 비대칭 성질과 각 방향의 성질이 다른 이방성을 가지고 있음을 보여주는 것이다. 또한 초기 변형 구간에서는 응력-변형률 관계가 선형으로 나타나지만, 선형 구간을 벗어나면 비선형 거동을 보여주고 있으며 이것은 전체 응력-변형률 곡선의 대부분을 차지하고 있다.

4. 응 용: 3점 굽힘 실험

본 연구에서 개발된 구성 방정식의 검증을 위하여 경계치 문제인 3 점 굽힘 실험을 시행하여 유한 요소 해석 결과와 비교해 보았다. 유한 요소 해석을 위하여 유한 요소 상용 프로그램인 ABAQUS/Standard 가 사용되었으며, 본 연구에서 제안된 항복 표면을 모사하기 위하여 사용자 서브루틴 UMAT 이 사용되었다[3].

우선 탄성 구성 방정식을 이용하여 얻은 결과를 각 방향에 대하여 실험에서 얻은 힘-변위 곡선과 비교하였다. Fig. 2 는 비대칭 성질이 고려된 힘-변위 곡선이 인장과 압축의 unimodulus 를 사용한 두 경우보다 실험값에 더 잘 일치하는 것을 보여주고 있다. 탄성 구성 방정식에 의한 힘-변위 곡선은 선형 거동만을 나타내고 있음에도 불구하고, 변위가 작은 구간, 특히 축 방향인 경우에는 실험값과 잘 일치하고 있다. 하지만 탄성 영역을 벗어나게 되면 비선형 거동을 보여주고 있는데, 탄성 구성 방정식으로는 이를 예측할 수 없고 축 방향인 경우보다 가로 방향인 경우 이러한 비선형 거동은 지배적이다.

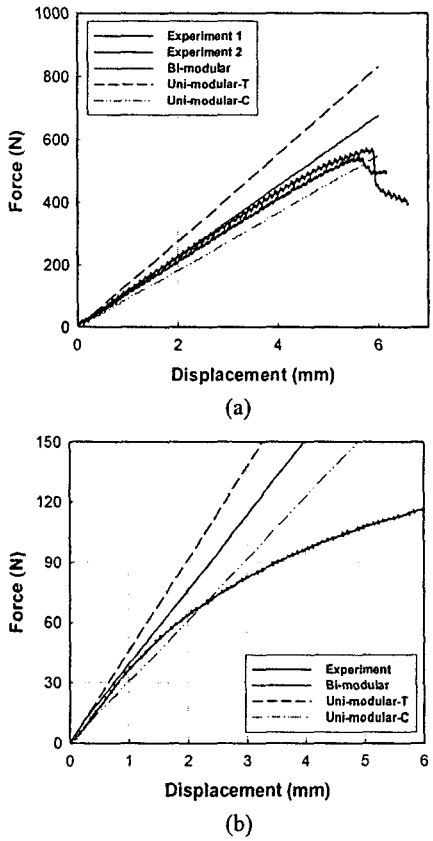
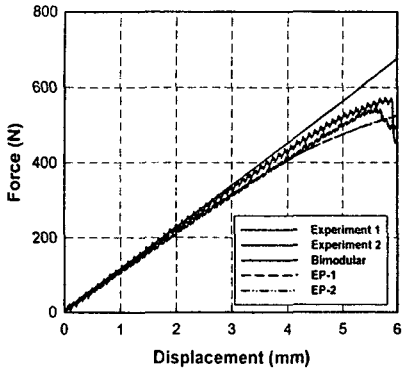


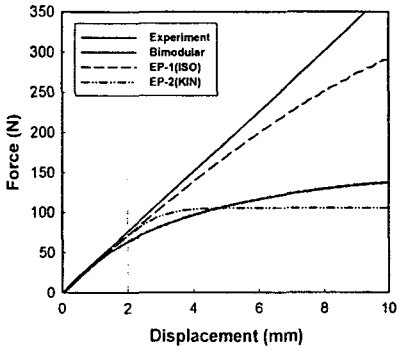
Fig. 2: Comparison of calculated load-displacement curves by anisotropic elasticity with experiments: (a) axial (b) transverse directions

힘-변위 곡선의 비선형 관계를 모사하기 위하여 본 연구에서 개발된 탄소성 구성 방정식이 사용되었다. 비대칭 성질이 고려되었으며, 경화 규칙으로는 다음과 같은 두 가지 경화 규칙을 이용한 유한 요소 해석 결과를 실험값과 비교하였다.

(EP-1) 등방 경화 (Isotropic hardening, ISO)
(EP-2) 이방성 이동 응력 법칙을 사용한 이동 경화 (Kinematic hardening, KIN)



(a)



(b)

Fig. 3: Comparison of calculated load-displacement curves by elastic-plasticity with experiments: (a) axial (b) transverse directions

Fig. 3 을 보면, 등방 경화를 이용하여 계산된 결과는 축 방향의 힘-변위 곡선과 잘 일치하지만 가로 방향인 경우는 잘 맞지 않고 있다. 이것은 등방 경화에 사용된 기준 축이 재료의 축 방향이기 때문에 발생하는 현상인데 만약 기준 축을 가로 방향으로 설정하게 되면 반대의 결과를 얻게 될 것이다. 하지만 이방성 이동 응력 법칙을 사용한 이동 경화인 경우, 각 방향에 대하여 실험값과 일치하고 있음을 알 수 있는데, 이것은 이동 경화 법칙이 이동 응력의 방향성을 고려하고 있기 때문이다. 탄성 구성 방정식과 탄소성 구성 방정식의 결과를 비교해 보면, 탄소성 구성 방정식을 사용한 경우 복합 재료의 역학적 거동을 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 특히 직교 이방 탄성 이론과 방향성을 고려한 이방성 이동 응력 법칙을 사용한 경우 복합 재료와 같이 이방성이 큰 재료를 정확하게 모사할 수 있다.

5. 결 론

복합 재료와 같이 이방성과 비대칭성이 큰 재료의 역학적 거동을 모사하기 위하여 항복 표면과 경화 법칙에 근거한 탄소성 구성 방정식을 제안하였다. 항복 표면은 Drucker-Prager 항복 표면을 수정하여 사용하였고, 재료의 방향성을 표현하기 위하여 이방성 이동 응력 법칙을 사용하였다. 제안된 탄소성 구성 방정식의 검증을 위하여 3 차원 브레이드 유리 섬유 강화 복합 재료를 제조하여 3 점 굽힘 실험을 한 결과와 탄성 구성 방정식과 탄소성 구성 방정식을 사용한 유한 요소 해석 결과를 비교하였다. 그 결과 이방성과 비대칭성이 모두 고려된 탄소성 구성 방정식을 사용한 경우 실험값을 가장 잘 예측할 수 있다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실 사업에 의해 지원되었으며 이에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

(1) Agarwal, B.D., Broutman, L.J., *Analysis and Performance of Fiber Cimposites*, John Wiley & Sons, NY, 1980.

(2) M.G.Lee, D.Kim, K.Chung, J.R. Youn and T.J. Kang, "Combined Isotropic-Kinematic Hardening Laws with Anisotropic Back-Stress Evolution for Orthotropic Fiber-Reinforced Composites," *Polymer and Polymer Composites*, 12, 2004, pp 225-234

(3) Hibbitt, Karlson and Sorensen, *ABAQUS User's manual*, Version 6.2.6. 2001.