

# 탄소 방적사의 열전도도 모델링

조영준\*·설인환\*·강태진\*·박종규\*\*

## Modeling of Thermal Conductivity of Carbon Spun Yarn

Young Jun Cho, In Hwan Sul, Tae Jin Kang and Jong Kyoo Park

**Key Words:** Thermal conductivity, Spun carbon yarn, Finite difference method, Voxel

### Abstract

A thermal model of carbon spun yarn is presented. The unit cell of spun carbon yarn is divided into a number of volume elements and the local material properties have been given to each element. By using Finite Difference Method (FDM), temperature distribution in the unit cell can be obtained. Effective thermal conductivity of the spun carbon yarn unit cell is calculated using the temperature distribution and thermal conductivities of local elements.

### 1. 서론

탄소섬유는 뛰어난 내삭마성 및 내열성, 낮은 열팽창성, 우수한 내열 마모 특성 등의 특징으로 인해 우주항공 및 군사 분야에서 적용 범위가 확대되고 있다. 탄소섬유의 미세 구조적 특징은 인장강도 등의 역학적 성질을 향상시키는 한편으로, 높은 열/전기 전도도 특성을 갖도록 하는 원인이 되기도 한다. 고온 내열재의 경우 내삭마성, 내열성과 함께 상대적으로 높은 열/전기 절연성을 요구하는 경우가 많기 때문에 저열전도도 특성을 갖는 탄소섬유 및 복합재료의 개발이 필요하다. 특히 PAN계 탄소 섬유는 레이온계 탄소섬유에 비해 열전도도가 높다는 단점을 갖기 때문에 이를 개선하기 위한 연구가 진행되고 있다.

저열전도도 특성을 갖는 탄소섬유를 제조하기

위해 상대적으로 낮은 온도에서 탄화를 진행하는 방법이 있다. 안정화 PAN 섬유(내염화 섬유)를 400~1200℃ 사이의 비교적 낮은 온도에서 열처리하면 부분적으로 탄화된 준탄소섬유(quasi-carbon fiber) 또는 부분탄소섬유(partially carbonized fiber)를 얻을 수 있다. 준탄소섬유는 분자의 배향도가 떨어지기 때문에 역학적 물성은 떨어지지만, 열/전기 전도도가 낮아 상대적으로 높은 절연성을 나타낸다.

저열전도도 탄소섬유를 얻기 위해 안정화 PAN 섬유를 연속사(continuous yarn)가 아닌 방적사(spun yarn)의 형태로 제조하는 방법이 있다. 방적사는 길이가 짧은 스테이플 파이버(staple fiber)에 적당한 꼬임과 장력을 주어 만든 실(yarn)로 장섬유(filament fiber)로 만든 연속사와 구별된다. 방적사 형태의 섬유를 사용한 탄소/페놀 복합재료의 경우 일반 연속사 형태의 섬유를 사용한 경우보다 섬유방향으로 열전도도가 약 30% 감소한다는 연구결과가 있다 [1].

본 연구에서는 방적사를 섬유와 매트릭스로 이루어진 복합재료로 가정하여 방적사의 기하학적

\* 서울대학교 재료공학부

\*\* 국방과학연구소

형태를 모사하고 복셀화 기법과 수치해석적인 방법을 이용하여 열전도도를 해석하기 위한 방법을 제시하였다.

## 2. 방적사 모델링

방적사는 많은 수의 단섬유를 가지고 적당한 꼬임을 주어 섬유간 응집력을 갖게 하여 만든 실이다. 그림 1.은 방적사의 개략적인 구조를 보여주고 있다.

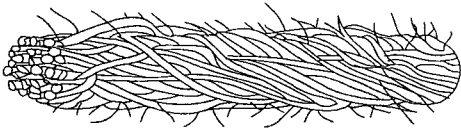


그림 1. 방적사의 구조

### 2.1 방적사의 단위구조

방적사 단위구조를 모델링하기 위해서 다음과 같은 가정을 하였다. (1) 방적사의 단위구조는 단면은 정사각형이며 길이방향으로 기다란 막대 형태로 되어 있다, (2) 단위구조는 단섬유들과 모재로 구성되어 있는 복합재료이다, (3) 단섬유는 단면은 원이며 원기둥 형태를 가진다.

하나의 단위구조 내에는 많은 수의 단섬유들이 존재하고 있다. (그림 2.) 비어있는 영역은 매트릭스를 나타낸다. 단위구조 내에는 많은 수의 단섬유들이 배열되어 있는데 이들은 임의의 배향각을 가지고 분포하고 있다. 방적사의 수는 실에서 섬유가 차지하고 있는 부피분율에 의해 결정된다. 이 그림에서 섬유의 부피분율은 0.35이다. 방적사는 이 단섬유들에 적당한 꼬임을 주어서 서로 결합력을 갖게 해 주는 것이다. 그림 3.은 단섬유들에 임의의 꼬임을 준 방적사 단위구조를 보여주고 있다.



그림 2. 방적사 단위구조 (꼬임 전)



그림 3. 방적사 단위구조 (꼬임 후)

### 2.2 복셀화 기법 (Voxelization)

위의 단위구조를 부피를 가진 많은 수의 세부 엘리먼트 복셀(voxel)로 나누었는데 각 복셀은 서로 다른 물성정보를 가지고 있다. 그림 4.와 5.는 각각 꼬임 전후의 단위구조를 복셀화한 것이다. 전체 복셀의 수는 40,000개이다. (50×20×20) 전체 복셀은 매트릭스형 복셀과 섬유형 복셀로 나눌수 있다. 복셀 중앙에 섬유가 존재하면 이는 섬유형 복셀이며 (단위구조 중앙부분) 아닐 경우 매트릭스형 복셀이다. 매트릭스형 복셀은 모두 같은 성질을 가지고 있지만 섬유형 복셀의 경우 각 복셀마다 섬유의 배향이 다르기 때문에 각기 다른 복셀 성질을 나타내게 된다. 각 복셀의 중앙에서 섬유의 배향을 결정하여 방향벡터를 구하게 되며 각 복셀은 이 방향성분에 따른 물성을 지니게 된다.

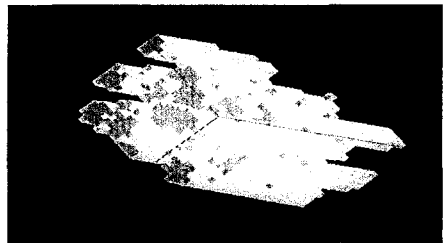


그림 4. 복셀화된 단위구조 (꼬임 전)

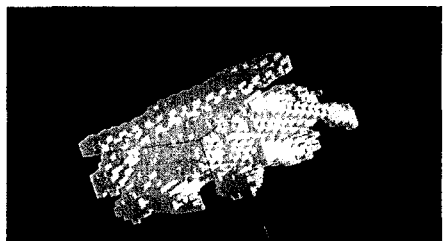


그림 5. 복셀화 된 단위구조 (꼬임 후)

### 2.3 지배방정식 구성

방적사 단위구조 내에서 열은 다음의 Laplace 방정식을 만족해야 한다. (식 1)

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

여기서  $q_i$ 는  $i$ -방향으로의 열유동(heat flux)을 나타낸다. 비등방성 물질의 경우 열전도도는 방향성에 영향을 받게 되는데, 일반 직교좌표계에서 비등방성 물질의 열전도 현상은  $x$ - $y$ - $z$  세 방향에 따라 다음 식(2)와 같이 세 개의 일반화된 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial T / \partial x \\ \partial T / \partial y \\ \partial T / \partial z \end{pmatrix} \quad (2)$$

따라서 식(2)는 다음 식(3)과 같이 일반화된 Laplace 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial T}{\partial y} + k_{xz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{yx} \frac{\partial T}{\partial x} + k_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} + k_{yz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{zx} \frac{\partial T}{\partial x} + k_{zy} \frac{\partial T}{\partial y} + k_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (3)$$

그러나 섬유류의 경우 열전도도는 그 방향성 때문에 위치마다 변하게 되므로 위 식에서 열전도도 성분도 함께 미분해야 하며 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & k_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_{zz} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \left( \frac{\partial k_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial k_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial k_{xz}}{\partial z} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \\ & + \left( \frac{\partial k_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial k_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial k_{yz}}{\partial z} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + \left( \frac{\partial k_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial k_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial k_{zz}}{\partial z} \right) \frac{\partial T}{\partial z} \\ & + 2 \left( k_{xy} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + k_{yz} \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial z} + k_{zx} \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x} \right) = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

위 식을 풀면 단위구조 내에서 온도의 분포를 알 수 있다. 본 연구에서는 위의 편미분 방정식

을 풀기 위해서 유한차분법(Finite Difference Method)을 도입하였다. 그림 6.은 유한차분법을 사용하기 위해 필요한 인접한 7개의 점들을 나타내고 있다. 미분방정식의 각 항을 다음과 같이 근사화(discretization) 시켜 정리하면 식(5)와 같다.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{k_{i,j,k}^x}{(\Delta x)^2} + \frac{k_{i+1,j,k}^x - k_{i-1,j,k}^x}{4(\Delta x)^2} \right) u_{i+1,j,k} + \left( \frac{k_{i,j,k}^x}{(\Delta x)^2} - \frac{k_{i+1,j,k}^x - k_{i-1,j,k}^x}{4(\Delta x)^2} \right) u_{i-1,j,k} \\ & + \left( \frac{k_{i,j,k}^y}{(\Delta y)^2} + \frac{k_{i,j+1,k}^y - k_{i,j-1,k}^y}{4(\Delta y)^2} \right) u_{i,j+1,k} + \left( \frac{k_{i,j,k}^y}{(\Delta y)^2} - \frac{k_{i,j+1,k}^y - k_{i,j-1,k}^y}{4(\Delta y)^2} \right) u_{i,j-1,k} \\ & + \left( \frac{k_{i,j,k}^z}{(\Delta z)^2} + \frac{k_{i,j,k+1}^z - k_{i,j,k-1}^z}{4(\Delta z)^2} \right) u_{i,j,k+1} + \left( \frac{k_{i,j,k}^z}{(\Delta z)^2} - \frac{k_{i,j,k+1}^z - k_{i,j,k-1}^z}{4(\Delta z)^2} \right) u_{i,j,k-1} \\ & - 2 \left( \frac{k_{i,j,k}^x}{(\Delta x)^2} + \frac{k_{i,j,k}^y}{(\Delta y)^2} + \frac{k_{i,j,k}^z}{(\Delta z)^2} \right) u_{i,j,k} = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

여기서  $u_{i,j,k} = T(x_i, y_j, z_k)$ 로 이는 각 복셀의 중심에서의 온도를 의미하며  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 는 복셀에서  $x, y, z$  방향으로 인접복셀과의 거리, 즉 복셀의 크기를 각각 나타낸다.  $k_{i,j,k}^x, k_{i,j,k}^y, k_{i,j,k}^z$ 는 임의의  $i, j, k$  위치에서의 열전도도 매트릭스  $[K]$ 의  $xx, yy, zz$ 성분을 각각 의미한다.

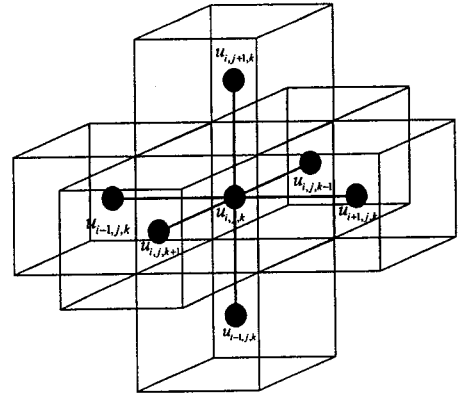


그림 6. 유한차분법에 사용되는 포인트들  
식(5)를 행렬을 이용해 나타내면 다음과 같다.

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (6)$$

여기서  $[K]$ 는 열전도도 매트릭스,  $\{u\}$ 는 온도

벡터,  $\{F\}$ 는 경계조건을 각각 나타낸다. 방정식에서 열전도도 값은 섬유 고유의 열전도도 값과 섬유 배향각을 이용하여 구할 수 있다.

#### 2.4 좌표변환

열전도도 매트릭스  $[K]$ 는 섬유의 배향에 따라 그 성분이 변한다. 따라서 이를 고려해주어야 한다. 실린더 형태의 섬유는 열적 성질에 있어서 실의 반지름 방향으로 등방성(transversely isotropic)이다. 따라서 열전도도 매트릭스는 다음과 같다.

$$[K_{123}] = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{22} \end{pmatrix} \quad (7)$$

그러나 섬유는 그림 7.과 같이 공간상에 위치하고 있으므로 로컬 1-2-3 좌표계에서의  $[K_{123}]$ 을 글로벌 x-y-z 좌표계의  $[K_{xyz}]$ 로 변환시켜주어야 하며 결과는 식(8)과 같다.

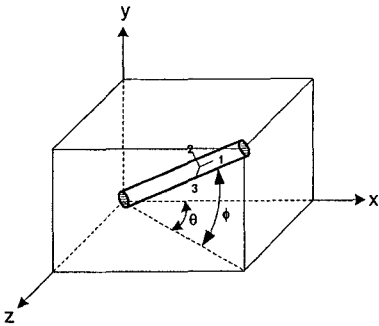


그림 7. 실의 공간분포 형태

$$[K_{xyz}] = [T]^T [K_{123}] [T] \quad (8)$$

여기서  $[T]$ 는 변환매트릭스이며 다음과 같이 정의된다.

$$[T] = \begin{pmatrix} m & np & nq \\ -n & mp & mq \\ 0 & -q & p \end{pmatrix} \quad (9)$$

여기서,  $m = \cos \theta, n = \sin \theta, p = \cos \phi, q = \sin \phi$ 를

각각 나타낸다.

각 복셀마다 섬유의 배향에 의해 열전도도 값이 변하므로 식(8)을 이용해 각 복셀에서의 열전도도 값을 구하여 식(5)의 방정식에 대입한다. 전체 방정식을 구성하여 식(6)을 풀어  $\{u\}$ 에 해당하는 해를 얻을 수 있다. 모든 복셀에서의 온도 분포를 구하게 되면 전체 단위구조의 온도평균 유효 열전도도  $k^{eff}$ 는 다음 식(10)과 같이 구할 수 있다.

$$k^{eff} = \frac{\sum_{ijk} k_{ijk} u_{ijk}}{\sum_{ijk} u_{ijk}} \quad (10)$$

### 3. 결과

실 양 끝 경계조건을 일정 온도 조건( $T_1=80^\circ\text{C}$ ,  $T_2=65^\circ\text{C}$ ), 나머지 경계에 대해서는 단열조건( $q=0$ ), 섬유부피분율 0.65, graphite/epoxy 경우에 대해 위의 단위구조에 적용해 보면 섬유길이 방향의 유효열전도도는 5.2901 W/mK이며 이는 혼합률 법칙에 적용했을 때의 5.5265 W/mK보다 작은 값이다. 방적사일 경우 단섬유의 절단으로 인해 연속사의 경우보다 열전도도가 작음을 알 수 있었다.

### 후 기

본 연구는 2000년 과학기술부 지정 국가지정연구실 사업의 과제 지원을 받아 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

- (1) R.L.Noland, Ablative and insulative structures and microcellular carbon fibers forming same, US Patent 5298313, 1994.
- (2) A. Dasgupta, RK Agarwal. Orthotropic thermal conductivity of plain-weave fabric composites using a homogenization technique. Journal of Composite Materials 1992;26(18):2736-2758