

반응표면법과 유한 요소법을 이용한 단상 스위치드 릴럭턴스 전동기의 최적 설계

박재범*, 임승빈*, 최재학*, 김종교*, 이 주*, 김운현**, 최승길***

*: 한양대학교 전기공학과, **: 한밭대학교 전기공학과, ***: 안산공과대학 전기공학과

Single Phase Switched Reluctance Motor Optimum Design Using Response Surface Methodology and Finite Element Method

Jae-Bum Park*, Seung-Bin Lim*, Jae-Hak Choi*, Jung-Gyo, Kim*, Ju Lee*, Youn-Hyun Kim**, Seung-Kil Choi***

*: Dept. of E. E. at Hanyang University, **: Hanbat University. ***: Ansan College of Technology

Abstract - This paper presents Single Phase Switched Reluctance Motor Optimum Design using Response Surface Methodology and 2-D Finite Element Method that is coupled with the circuit equation of the rectifier and converter. Moreover, A design process for SPSRM has been proposed. The optimum process has been performed with geometric parameters (β_s & β_r) that influence the inductance variation for design variables. In this paper, SPSRM performances have been analyzed according to variations of electric and geometric parameters after determining design models in terms of efficiency and power factor maximization.

1. 서 론

전기 기기를 포함한 여러 가지 공학적인 설계문제들은 주어진 요구 사항에 대해 최적의 해결책을 구하는 작업이다. 특히 전동기의 설계는 많은 설계 변수들과 그 설계 변수들 간의 상호 작용 그리고 경험적인 인자들 때문에 매우 복잡한 공학적인 문제라고 할 수 있다. 기존의 전동기 설계는 장하분배법등의 설계 과정과 유한요소법등의 수치해석을 기반으로 하여 기본 설계치를 보완하는 상세 설계 과정으로 구분하여 진행하고 있다. 장하분배법은 기존의 경험적인 자료를 근거로 하여 설계하는 방법으로 역사가 오래된 종래의 전동기의 설계는 가능하나 스위치드 릴럭턴스 전동기 등의 새로운 전동기의 설계에서는 경험적인 자료가 부족하여 장하분배법을 이용하는 것은 적합하지가 않다. 또한 스위치드 릴럭턴스 모터는 자체의 비선형 영역에서의 운전이 대부분이므로 산술적인 특성 계산식만으로 설계를 수행하면 부정확한 결과를 초래할 수 있어 자체의 비선형성을 고려한 유한요소법등의 수치해석 방법을 이용하여 설계 작업을 수행해야한다. 그러나 수치해석적인 방법은 해석 시간이 많이 필요하며 스위치드 릴럭턴스 전동기의 경우는 구동 각이라는 구동 변수가 설계 시 고려되어야 하므로 전동기의 설계를 위해서는 장기간의 시간이 요구된다. 스위치드 릴럭턴스 전동기(SRM)의 설계이론 기초사항은 1980년대 Lawrenson에 의해 제시되어 현재에도 연구되고 있으나 아직까지는 구체적이고 체계적인 설계 이론이 부족한 실정이다[1]. 특히, 스위칭 파워 소자의 수를 줄여 전체적인 구동 컨버터의 가격을 낮추어 가진 기기 분야에 적용하려고 하는 단상 스위치드 릴럭턴스 전동기(SPSRM)의 설계에 관한 연구는 전무한 상황으로 현재 효과적인 SRM 구동의 적용을 위해서는 설계과정이 많은 시간을 요구하지 않으며 만족스런 결과를 도출할 수 있는 타당한 새로운 설계 방법론의 제안이 요구되고 있다[2]. 따라서 본 논문은 SPSRM의 설계 방법으로 2차원 유한 요소법으로 얻은 해석 데이터를 직접 이용하여 반응표면법(RSM)에 적용함으로써 근사 최적화를 수행했으며 특히 고속 응용을 위한 SPSRM의 설계를 목표로 하여 그 설계 결과를 제시하였다. 또한 본 논문의 SPSRM의 설계는 고정자와 회전자 극호각과 턴 은, 턴 오프 각의 구동 변수도 고려하였으며 근사 방정식을 구성할 때 컨버터를 포함한 구동회로를 고려하여 토크 맥동 등의 문제점을 해결하여 더욱 정확한 해석을 하려고 하였다. 고정자 극호각과 회전자 극호각(β_s & β_r)를 결정하기위해서 중심합성계획법(CCD)을 사용하여 근사 반응함수를 생성

하였으며 반응 표면에서 얻어진 모델들을 요구치 정격출력을 만족시키면서 효율과 역률을 최대화시킨다는 관점에서 최적의 설계 모델을 제시하였다.

2. 본 론

2.1 해석 모델

그림 1은 본 연구에서 최적의 설계 모델로 제안한 6/6 단상 스위치드 릴럭턴스 전동기(SPSRM)의 단면도와 구동회로를 나타내고 있다. 단상으로써 3극에 자기 저항을 감소시키기 위해 짧은 자로 형성을 가능하도록 각 권선들을 병렬로 결선하였다.

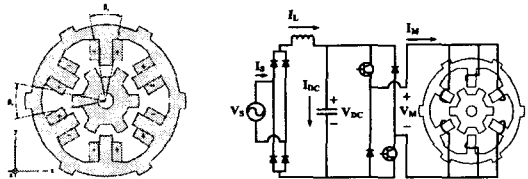


그림 1. SPSRM의 단면과 구동 회로

본 논문에서 설계하고자 하는 SPSRM은 고속도용의 진공청소기 구동을 목표로 하였다. 구동 컨버터의 DC Link단 커패시터는 컨버터 가격 상승을 제한하기 위해 커패시턴스 값이 작은 것을 사용하기 때문에 DC Link단 전압은 평활 전압이 아닌 가정용 교류 전압 220[V]를 전파 정류한 값의 평균치인 190[V]로 설정하였다. 정격속도는 35,000[RPM]으로 하였으며 그 외의 다른 주요 사양은 표 1에 나타내었다.

표 1. SPSRM의 주요사양

항 목	값	단 위	항 목	값	단 위
정격 출력	1000	[W]	회전자 지름	35	[mm]
정격 전압	190	[V]	고정자 지름	80	[mm]
동작 속도	35,000	[RPM]	공극 길이	0.3	[mm]
정격 전류	10.5	[A]	적층폭	33	[mm]
극 수 비	6/6		점적율	30	[%]

2.2 SPSRM의 설계 과정

일반적으로 전동기를 설계할 때 제일 먼저 고려할 사항은 제시한 설계 방법이 정격 속도에서 요구 토크를 발생시키고 정격 출력 조건을 만족시키는가하는 타당성의 문제이다. 즉, 전동기에 충분한 전류를 인가하여 요구 토크를 만족시킬 수는 있지만 요구 동작 속도에서 요구전력이 입력 전압보다 크다면 결국 충분한 전류를 흘리지 못하여 토크도 줄어들게 되어 토크와 정격속도 사양을 만족시키지 못하게 된다. 따라서 토크와 정격속도 사양을 만족하는 최적의 전류값의 결정은 중요한 설계 과정 중의 하나이다. 그러나 이러한 전류값의 선정은 어려운 일일뿐만 아니라 여러 가지 설계 요구 사항들을 만족시키기 위해 어디에서부터 설계를 시작해야 할지를 결정하는 것도 난해하고 중요한 사항이다. 기존 설계의 첫 과정은 요구 출력을 만족시키는 주요 설계 변수를 선택하는 것으로부터 시작하며 이러한 토크와 속도의 출력을 만족시키는 설계의 첫 번째 변수로 전기장하에 해당하는

전류와 자기장하에 해당하는 자속의 비를 선택하였다. 그러나 이 장하비는 이론적인 수식에 의해 결정되지 않고 경험적으로 결정되어지고 있으므로 SPSRM과 같이 새로운 형태의 전동기 설계에는 경험적인 데이터가 없어 적용하기가 곤란하다. 그러므로 본 논문에서는 SPSRM의 설계를 위해 장하비와 같은 전동기 설계의 초기 변수들을 제안하였으며 이 변수들은 SRM의 토크 식 (1)과 역기전력 식 (2)으로부터 구할 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta} \quad (1) \quad E = i \frac{dL}{d\theta} \omega \quad (2)$$

식(1)과 식(2)로부터 요구 토크와 정적 속도를 만족하는 전류와 $dL/d\theta$ 를 계산할 수 있다. 본 논문에서는 이 전류와 $dL/d\theta$ 를 SRM 설계의 초기 변수들로 선정하고 산정된 전류에서 $dL/d\theta$ 를 만족하는 코일 사양과 턴 수 그리고 고정자와 회전자의 극호 형상들을 RSM라는 최적화 이론을 적용하여 결정하는 설계 과정을 제안하였다. RSM을 적용하기 위한 실험 점들의 추출은 1972년 미국 펜실베이니아 주립대학에서 개발된 MINITAB을 사용하였다[3]. $dL/d\theta$ 의 분석은 유한 요소 해석을 통해 수행하였으며 최소 인덕턴스와 최대 인덕턴스 값을 고려하여 전류의 상승시간과 하강 시간도 검토하였다. 최적의 모델을 결정하는 과정에서는 $dL/d\theta$ 값을 만족하는 모델들중 충분한 유효 토크 발생 범위를 확보하여 턴은, 턴 오프 각을 고정시킨 후 전압원 구동에 의해 해석을 수행하였다. 각각의 모델들이 요구하는 전동기 출력을 만족하면서 효율과 역률 측면에서 성능을 최대화할 수 있는 모델을 결정하였다. 그림. 2는 본 논문에서 제안한 설계 과정을 보여주고 있다.

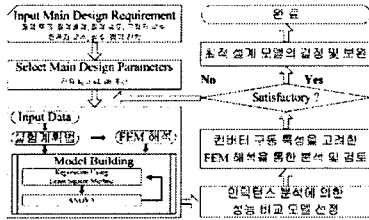


그림 2. SPSRM의 설계 과정

2.3 최적화 기법

2.3.1 반응표면법(Response Surface Methodology)

본 논문에서는 설계자가 관심을 가지고 있는 반응과 설계 인자들의 관계를 근사적으로 모델링하고 개선 및 최적화하기 위한 유용한 수학적, 통계적 기술들의 집합인 반응표면법(RSM)을 이용하여 SPSRM 설계에 적용하였다. 이 RSM은 1951년 Box와 Wilson에 의해 처음 소개되었으며, 그 후 주어진 설계 영역에서 적절한 설계 변수들의 점을 선택하는 실험 계획법(Design of Experiments)에 대한 연구가 활발하게 이루어졌다[4]. 근사함수를 생성하기 위한 방법으로는 크게 최소자승법(Least Square Method)과 변수선택법(Variable Selection Method), 근사화된 함수를 평가하기 위한 분산분석(ANOVA), 그리고 반응치를 구하기 위해 설계 공간에 실험 점들을 선택하는 실험계획법(DOE)이 있다. 이 중에서 최소의 실험횟수에서 최대의 정보를 얻기 위하여 어떻게 실험을 행하고 데이터를 어떻게 취하여 어떠한 통계적 방법으로 분석하면 되는가를 계획하는 실험 계획법을 채택하였으며 다항식 모형에서 널리 사용되는 실험계획법으로서의 중심합성계획법(Central Composite Design)을 이용하였다.

그림. 3은 설계변수 개수가 2일 때 실험 점들을 나타내고 있다. 중심 합성 계획법의 실험 횟수는 다음 식 (3)과 같이 계산 할 수 있다.

$$n = 2^k + 2k + n_c \quad (3)$$

여기서 2^k 는 요인 배치법에 의한 설계를 위한 실험수이

고 2^k 는 축상의 점의 수이며 n_c 는 중심점에 대한 반복 실험 횟수이다. 이와 같은 실험 점들을 가지고 수치해석 기법중의 하나인 유한 요소해석을 수행하여 얻어진 반응 값 y 을 토대로 n 개의 설계변수와 실제 응답 사이의 관계를 통계적으로 근사 하는 것이 RSM이다.

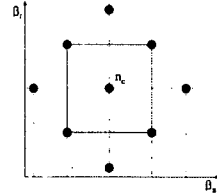


그림 3. 2수준 2인자 중심합성계획법

시뮬레이션을 통한 반응 값은 어느 정도의 근사 오차로 인해 실제 응답과는 다르며 식 (4)와 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) + \epsilon \quad (4)$$

여기서 $u = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 는 m 개의 설계 변수를 가진 실제 응답 함수이며 ϵ 는 응답에 대한 오차 항이다.

실제 응답 함수는 테일러 급수 전개로부터 1차 또는 2차의 다항식 형태로 나타낼 수 있고 반응표면은 식 (5)에 의해서 표현된다.

$$u = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j x_j + \sum_{j=1}^m \beta_j x_j^2 + \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \beta_{ij} x_i x_j \quad (5)$$

2.4 유한요소 정식화

전압원 해석을 위한 SPSRM의 전압방정식은 그림. 1에서 나타낸 것처럼 구동 컨버터의 다이오드 정류기와 스위칭 전력 소자들 그리고 역률 보상용 LC 필터를 포함하고 있으므로 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$E_M + \left(R_m + L_m \frac{d}{dt} \right) I_M - k_s V_{DC} = -V_d \quad (6)$$

여기서, E_M 은 코일에 유기된 역기전력, R_m 은 상저항, L_m 은 코일단부에서의 누설 인덕턴스, I_M 은 SPSRM의 입력전류, V_{DC} 는 DC 링크단의 전압, V_d 는 다이오드의 전압강하, k_s 는 전원장치의 상태를 나타내는 스위칭 변수이며 (1: On, 0: Soft or Open, -1: Off)로 정의할 수 있다. 즉, 전원스위치의 상태에 따라 전동기에 V_{DC} 나 $-V_{DC}$ 가 공급된다.

DC 링크단 전압은 회로내의 커패시터에 흐르는 전류 I_{DC} 에 의해서 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dV_{DC}}{dt} - \frac{1}{C} I_{DC} = 0 \quad (7)$$

KCL 법칙에 의해서 인덕터 L 에 흐르는 전류 I_L 과 전동기의 입력전류 I_M 그리고 DC 링크단 전류 I_{DC} 사이의 관계를 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_{DC} = I_L - k_s I_M \quad (8)$$

식 (9)는 DC 링크단을 기준으로 하여 인덕터 L 를 포함한 전원 측 회로를 고려한 회로 방정식이며 다이오드 정류기의 특성상 I_L 은 전원에서 DC 링크단 쪽으로 흐르지만 반대방향으로는 강제적으로 차단된다.

$$L \frac{dI_L}{dt} + V_{DC} = |V_s| \quad (9)$$

SRM의 지배방정식에 Galerkin 방법을 적용한 후, 전압 방정식 (6)부터 식 (9)을 결합하고 시간 차분법을 이용하면 식 (10)과 같은 게 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S] & [Q] & [0] & [0] \\ [F]/\Delta t & [R] + [L_m]/\Delta t & [0] & -k_s \\ [0] & [0] & -[L]/\Delta t + k_s & \\ [0] & k_s/C & -k_s/C & 1/\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A) \\ (I_M) \\ (I_L) \\ (V_{DC}) \end{bmatrix}^{t+\Delta t}$$

$$= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [0] \\ [F]/\Delta t & [L_m]/\Delta t & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [L]/\Delta t & [0] \\ [0] & [0] & [0] & 1/\Delta d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A) \\ (I_m) \\ (I_L) \\ (V_{DC}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -V_d \\ |V_d| \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

2.5 최적화 기법 결과 및 분석

MINITAB을 사용하여 중심합성법으로 실험점들을 추출하였고 유한 요소해석을 통한 반응값들을 구하였다. 그림. 4는 이 실험 점들에 의한 회귀분석 결과를 보여주고 있다. AVOVA표에서 선형, 제곱, 교호작용항의 p값이 모두 0.05보다 작으므로 이 분석이 유의함을 알 수 있다. R-Sq가 92.8%로 전체 변동 중 회귀 곡선에 의해 설명되는 변동이 매우 높은 편임을 알 수 있어 반응표면이 잘 묘사되었음을 알 수 있다.

그림. 5는 극호각의 변화에 따른 dL/dθ의 반응값을 분석이 유리하게 3차원 표면으로 출력한 반응표면의 그래프를 보여주고 있다. 그림. 6은 설계 변수들의 조합에 대한 dL/dθ의 반응값의 곡선을 나타내는 것으로 등고선의 모든 지점에서의 반응값은 동일하다.

Response Surface Regression Gradient L versus Br, Bθ
The analysis was done using model 00101.

Estimated Regression Coefficients For Gradient

Term	Coeff	SE Coef	T-Value	P
Constant	-0.20811	0.11181	-1.862	0.061
Br	0.30544	0.17097	1.761	0.080
Bθ	0.20817	0.11074	1.879	0.060
Br*Br	-0.00008	0.12001	-0.671	0.500
Bθ*Bθ	-0.00009	0.12000	-0.741	0.459
Br*Bθ	-0.00009	0.12000	-0.741	0.459

S = 0.1009282 R-Sq = 92.81% R-Sq(Adj) = 87.61%

Analysis of Variance For Gradient

Source	F	DF	MS	SS	P
Regression	17.1	3	0.00221	0.00663	11.71
Residual	0.25	16	0.00156	0.00250	0.00
Total	17.3	19	0.00277	0.00913	
Model	17.1	3	0.00221	0.00663	11.71
Br	10.0	1	0.00221	0.00221	0.00
Bθ	7.1	1	0.00156	0.00156	0.01
Br*Bθ	0.0	1	0.00000	0.00000	1.00
Normal Error	0.25	16	0.00156	0.00250	
Total	17.3	19	0.00277	0.00913	

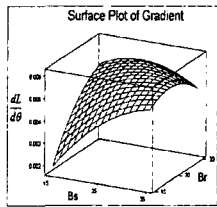


그림 4. 회귀 분석 결과

그림 5. dL/dθ의 3차원 반응표면

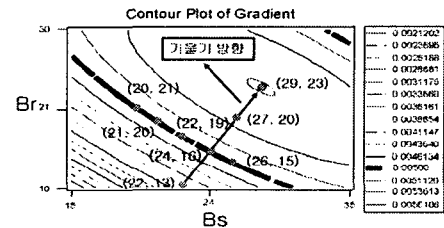


그림 6. dL/dθ의 2차원 평면 그래프

요구 dL/dθ인 5[mH/rad]를 발생시키는 여러 가지의 극호 조합이 존재하는 것을 알 수 있었다. 고정자 극호 각(β_r)과 회전자 극호각(β_θ)이 (29°, 23°)일때 최대의 dL/dθ값을 나타내고 있으며 (24°, 16°)일때 요구치를 만족하고 있음을 알 수 있다. 성능 비교 모델 선정을 위해 등고선상의 기울기가 증가하는 선상에서 4개의 극호 조합을 선택하여 구동 회로를 고려한 수치해석 기법을 적용하였다. 또한 SRM의 특징중 하나인 자계에서의 비선형성 고려를 감안 할 수 있는 영역의 극호 값 조합들을 위한 요구 dL/dθ값 선상의 4개의 실험 점을 추출하여 성능을 비교 분석하였다.

2.6 해석 결과 및 성능 비교 분석

6/6 SPSRM은 한 주기가 60도이며, 최소 인덕턴스 구간에서 턴 온하여 충분한 전류를 확보하고 턴 오프는 최대 인덕턴스 구간 전에 하여 하강 인덕턴스 구간에서의 부 토크 발생의 영향을 적게 받도록 유효 토크발생 구간을 20도로 정하여 반응표면에선 선정된 실험 점들을 가지고 DC Link단 전압을 190[V]로 일정하게 유지하면서 유한 요소 해석을 수행하였다.

표. 2의 결과에서 기울기 방향의 실험 점들의 성능을 분석해 볼 때 dL/dθ의 값이 작아질수록 전동기 출력이 증가하였다. 왜냐하면 출력은 토크에 비례하여 증가하고 토크는 전류의 제곱에 비례하여 증가하는 SRM의 특성상 식 (6)에서 역기전력성분중 dL/dθ의 값이 점점 감소한다면, 전압방정식을 만족하기위해 전류가 증가하기 때문이다. 요구 출력인 1000[W]를 만족하면서 효율과 역률

이 최대인 설계 모델은 dL/dθ의 기울기 방향과 요구 dL/dθ 이 5[mH/rad]인 두선의 교차점(24°, 16°)이었다. 그래서 같은 등고선상의 극호각의 조합이 다른 4개의 실험 점들에서도 동일한 해석을 수행하였더니 요구치를 만족하는 적정 설계 점들을 알 수 있었고 그 결과를 제시하였다.

표 2. 해석 모델에 따른 성능

해석모델 (β _r , β _θ)	입력 [W]	출력 [W]	전류 [A]	역률 [%]	효율 [%]
(29, 23)	593.5	508.9	9.0	30.4	85.7
(27, 20)	789.6	694.9	10.7	33.8	88.0
(24, 16)	1185.6	1059.9	14	37.8	89.4
(22, 13)	1550.3	1378.1	17.2	39.5	88.9
(20, 21)	1179.3	1052.3	13.4	38.2	89.2
(21, 20)	1169.2	1042.4	13.7	38.2	89.2
(22, 19)	1157.2	1031.9	13.6	38	89.2
(26, 15)	1080.4	959.9	13.4	36.3	88.9

본 논문에서 제시하고자하는 적정한 설계 극호각의 조합은 요구 dL/dθ 등고선 상에서 점적률을 고려한 위치에 존재한다. 보다 정확한 해석을 위해 정류부와 구동부의 회로정수를 고려한 해석을 하였으며 DC Link 단을 일정하게 두고 해석한 출력결과가 28%차이가 있었다. 이러한 차이는 일정한 전압을 인가 시와 순시 전압을 인가에 따른 결과라고 생각된다. 그림. 7은 구동회로를 고려했을 때의 DC Link 단 전압과 입력 전류를 나타내고 있으며 그림. 8은 이러한 입력으로 인해 발생한 토크 파형을 나타내고 있다.

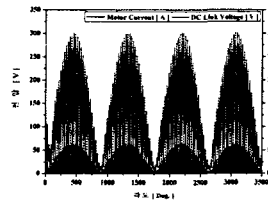


그림 7. 전압 전류 파형

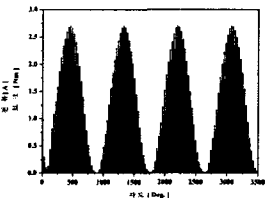


그림 8. 토크 파형

3. 결 론

본 논문에서는 반응표면법과 정류기와 컨버터를 고려한 유한 요소 해석을 이용하여 단상 스위치드 릴럭턴스 전동기의 설계를 제시하였다. 최적화 이론인 반응표면법을 형상변수인 극호각 조합에 적용하면서 SPSRM의 설계 파형도 제시하였다. 실제 구동 회로를 회로 방정식에 적용하여 유한 요소 해석을 진행하면서 보다 정확한 설계점을 찾는데 주력하였으며 최적의 SRM 연구를 위해 설계 파라미터들과 그 성능들을 최적설계 관점에서 검토하였다. 또한, RSM과 유한 요소법을 결합한 설계 방법은 전기 기기의 최적 설계에 효과적일 것으로 사료된다.

감사의 글
본 논문은 산업자원부에서 시행한 전력산업 인프라인프라구축지원사업으로 수행된 논문입니다.

[참 고 문 헌]

- [1] T. J. E. Miller, "Electric Control of Switched Reluctance Machines", Jordan hill, Oxford: Reed Educational and Professional Publishing Ltd: A division of Reed Educational, 2001.
- [2] 릴럭턴스 모터 조사전문위원회, "스위치드 릴럭턴스 모터의 기술 동향", 대한 전기학회, 1994.
- [3] 이레테크 미니텔사업부 and 새한미디어주식회사 공저, "MINITAB 실무 완성", 경기도 안양시: 이레테크, 2001.
- [4] Box, G. E. P. and Willson, K. B., "On the Experiment Attainment of Optimum Conditions", Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 13, pp. 1~14, 1951.