

LSMC를 이용한 전자기 위상 최적화

고 유리, 임 창환, 정 현교
 서울 대학교 전기 컴퓨터 공학부

Electromagnetic topology optimization using large-step markov chain method with novel local optimization algorithm

Yuri Koh, Chang-Hwan Im, Hyun-Kyo Jung
 School of electrical engineering and computer science, Seoul National University

Abstract - In this paper, a new technique for electromagnetic topology optimization is proposed. The proposed technique is based on the large-step Markov chain (LSMC) method with novel local optimization algorithm. Because the proposed algorithm keeps a good convergence characteristic of LSMC, fast convergence is assured. The proposed LSMC is verified by an application to an inverse reconstruction problem.

1. 서론

최적화 알고리즘은 결정론적 알고리즘(deterministic algorithm)과 확률론적 알고리즘(stochastic algorithm)으로 분류할 수 있다. 결정론적 알고리즘은 많은 변수를 효율적으로 다룰 수 있고 수렴 속도가 빠르다는 장점을 가지고 있으나, 국소 최적점(local optimal solution)에 빠질 위험이 크다는 단점이 있다 [1,2]. 반면에, 확률론적 알고리즘은 국소 최적점에 빠질 위험은 적지만, 많은 변수를 사용할 수 없고 수렴 속도도 느리다는 단점을 가지고 있다[3-5]. 따라서 결정론적 알고리즘과 확률론적 알고리즘을 적절히 결합하면 빠른 수렴속도를 유지하면서도 국소최적점에 빠질 가능성을 낮출 수 있다. 본 논문에서는, 전자기 위상 최적화(electromagnetic topology optimization)를 위한 새로운 최적화 기법을 제안한다. 이 기법은 큰 스텝 마르코브 체인(Large-step markov chain method: LSMC)과 새로운 국소최적 알고리즘에 기본 바탕을 두고 있으며 위에서 언급한 결정론적 알고리즘과 확률론적 알고리즘의 조화로운 결합을 시도하였다. 본 논문에서 제안된 방법을 검증이 용이한 위상 최적화 역문제에 적용하여 기존의 유전알고리즘과 비교한 결과, 더 빠르고 정확한 해를 얻을 수 있었다.

2. 큰 스텝 마르코브 체인(LSMC) 기법과 새로운 국소 최적화 알고리즘 소개

2.1 큰 스텝 마르코브 체인 기법(LSMC)

LSMC는 확률론적 알고리즘의 일종으로 국소 최적화 알고리즘과 교란(perturbation)을 결합시킨 기법으로 최근에 다양한 최적화 문제를 푸는데 널리 사용되고 있다[6,7]. 큰 스텝 마르코브 체인 기법에 사용 되는 국소 최적 알고리즘은 초기해의 근처에서 최적해를 구하기 위하여 사용된다. 이와 같이 구해진 국소 최적해를 교란시켜서 새로운 해를 생성한 다음 다시 국소 최적화 알고리즘을 적용하는 과정을 반복적으로 수행하는 것이 LSMC의 기본적인 원리이다.

```

s = initial solution;
repeat {
    repeat {
        s' = perturb(s);
        s' = local-optimization(s');

        if ( f(s') > f(s) or random() < e(f(s)-f(s'))/T )
            then s = s';
    } until (time to change temperature);
    adjust T;
} until (stopping condition);
    
```

그림 1. LSMC의 전반적인 알고리즘의 흐름

그림 1은 LSMC의 구조를 보여주고 있다. 먼저, 초기 해들을 임의로 선정하고 교란 시킨다. 교란 시킨다는 것은 임의로 해들을 변화시켜서 새로운 해들을 생성하는 것이다. 교란의 과정을 통해서 국소 최적화 과정에서 국소 최적점에 빠질 위험을 줄여준다. 교란과 국소 최적화 단계를 거쳐서도 해의 비용(cost)이 향상되지 않을 수 있다. 해가 좋아졌는지 나빠졌는지 판단을 한 후에 기존의 해를 버리고 새로운 해로 교체할 것인지를 선택(selection)을 하게 된다. 선택 과정에서 향상이 되지 않은 경우에도 위와 같은 확률 식을 이용하여 해가 선택될 수 있는 가능성을 부여한다. 이 방법은 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing)에서와 동일한 개념이다. 이 과정을 반복적으로 수행하는 것이 LSMC의 전반적인 과정이다. 이와 같이, LSMC는 해를 찾는데 있어서 빠른 수렴을 하는 국소 최적화 알고리즘이 중요한 부분을 차지하고 있음을 알 수 있다.

2.2 새로운 국소 최적화 알고리즘

본 논문에서는 전자기 위상 최적화를 위한 새로운 국소 최적화 알고리즘을 제안하고자 한다. 전자기 위상 최적화는 전류원, 자성체 등의 분포를 최적화 하는데 쓰인다 [1,2]. 본 논문에서는 이진 코딩을 사용하여 특정 영역의 물질이나 전류원의 유무를 0(off), 1(on)을 이용하여 표현하였다. 본 논문에서 제안하고자 하는 국소 최적화 알고리즘은 민감도법(sensitivity analysis)과 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing)의 개념들을 적용하고 있다. 이 알고리즘의 과정은 다음과 같이 4가지 단계로 나누어 나타낼 수 있다.

[단계 1] On/Off 민감도의 계산: 각 격자의 상태를 바꾸어준다. 상태가 0(off)인 경우 1(on)로 바꾸어주고 상태가 1일 경우 0으로 바꾸어서 비용의 변화(민감도)

를 살펴본다. 해의 민감도가 음수인 것은 해의 상태를 바꿔 주면서, 비용이 향상되었음을 의미한다.

[단계 2] 해의 상태 변환: 전체 해의 민감도를 계산한 후에 선택적으로 몇 개의 해 상태를 바꾸어준다.

$$N_c = N_i \times P \quad (1)$$

여기서 N_c 는 상태를 바꾼 격자의 수, P 는 0과 1 사이의 확률, N_i 는 긍정적 민감도를 가진 해의 수이다.

[단계 3] 어닐링(annealing): 변이 시킨 후의 해의 값을 알아본다, 값이 전혀 향상되지 않았다면, 다음과 같이 P 의 값을 줄인다.

$$P(\text{new}) = P(\text{old}) \times 0.85 \quad (2)$$

이때 0.85 대신 다른 값을 써도 무관하다. 해의 값이 향상 될 때까지 [단계 2]에서 [단계 3]를 반복한다.

[단계 4] 반복과정: [단계 1]에서 [단계 3]을 전체해의 비용이 더 이상 향상되지 않을 때까지 반복한다.

그림 2는 국소 최적화 알고리즘을 적용한 예이다. (a)는 최적해, (b)는 초기해 그리고 (c)는 계산된 민감도를 나타낸다. 민감도 값이 음의 값을 가지면서 큰 절대값을 가지는 것은 격자의 상태가 바뀌므로 인해 비용이 크게 향상되었음을 나타낸다. (d)에서와 같이 민감도가 가장 낮은 해의 상태를 변화 시키면 전체해의 값이 향상되는 것은 분명한 일이다. 그러나, 민감도가 가장 낮은 해 보다 2개 이상의 해의 상태를 변환 시키는 것이 더 효율적인 가능성도 배제할 수는 없다. 우리가 시뮬레이티드 어닐링의 개념을 도입하는 것은 바로 그 이유이다. (e)에서와 같이 P 값이 클 경우에 향상이 되지 않으면 (f)에서와 같이 변화 개수를 줄인다. 그 이후 (g), (h)에서와 같이 반복적으로 민감도를 적용하게 된다.

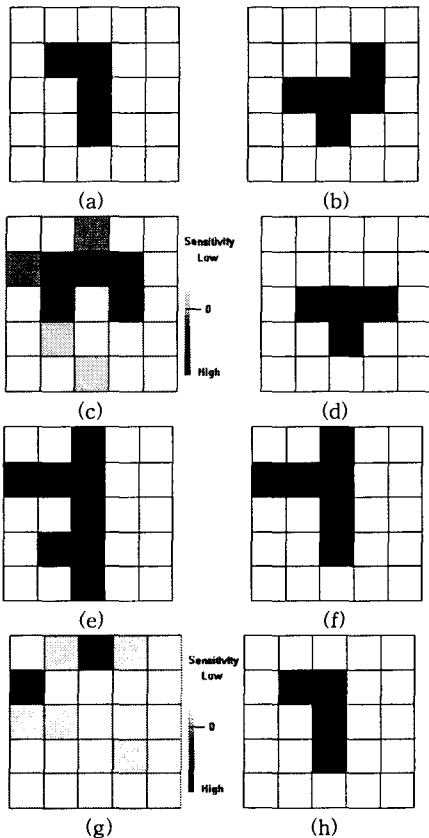


그림 2. 국소 최적화 알고리즘의 적용 사례

2.3 큰 스텝 마르코브 체인 기법을 적용한 예

위에서 언급한 LSMC를 적용 과정을 살펴보고자 하자. 그림 3은 문제 적용 과정을 보여준다. (h)는 LSMC를 이용하여 구할 최적해이다. (a)는 임의로 정한 초기해이고, 초기해를 교란 시킨 결과가 (b)이다. (b)에 국소 최적화를 적용하여 (c)와 같은 해가 구해졌다고 가정하자. 이때, (c)가 선택되지 않았다면 (d)에서와 같이 (a)의 값으로 되돌아간다. (e)는 (d)를 교란시켜 얻은 결과이고, (f)는 (e)를 국소 최적화한 결과이다. 해 (f)의 값이 선택 되면 동일한 과정을 거쳐 가면서 (h)와 같이 최적해를 구할 수 있다. 그림 4는 LSMC의 전체 순서도를 나타낸 것이다.

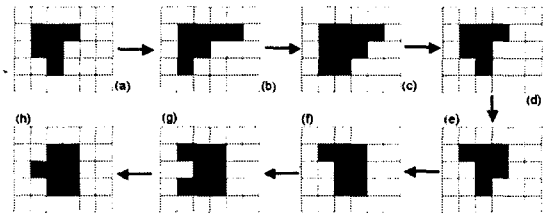


그림 3. LSMC 적용 사례

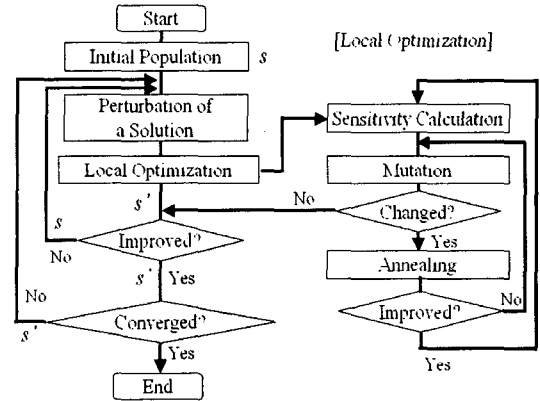


그림 4. 제한된 알고리즘의 전체적 순서도

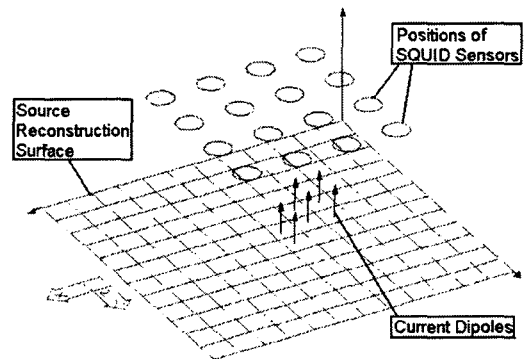


그림 5. MEG를 이용한 시뮬레이션 모델

3. 시뮬레이션(Simulation) 결과

본 논문에서는 새로운 알고리즘의 검증이 더 중요하다고 여겨졌기 때문에 쉽게 검증이 가능한 단순한 역문제에 적용하였다. 검증에 사용한 역문제는 너자도(MEG) 전류원 복원 문제를 단순화시킨 것으로 그림 5에 나타낸 것과 같다. 수평 방향의 자기장을 측정할 수 있는 16개의 x, y 방향 SQUID 자력계(magnetometer)와 그 아래 평면에 $12 \times 12 = 144$ 개의 균등 격자를 가정하였다. 또한, 각 격자의 중심에는 균등한 크기(0 또는 1)를 가지는 쌍극자가 평면에 수직인 방향으로 놓여진다고 가정하였다. 이 문제를 선택한 이유는, 정해(exact solution)를 우리가 임의로 가정할 수 있고, 측정되는 자속밀도를 매우 쉽게 계산할 수 있기 때문이다. 전류 쌍극자 모멘트(Current dipole moment)에 의해 유발된 자기장은 Biot-Savart의 법칙을 이용하여 계산할 수 있다:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{Q} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3} \quad (3)$$

\mathbf{Q} 는 전류 쌍극자 모멘트 벡터,

\mathbf{r} 는 센서의 위치 벡터,

\mathbf{r}_0 는 쌍극자의 위치 벡터,

\mathbf{B} 는 센서에서 측정된 자기장 값이다.

최적화 알고리즘을 적용하기 위한 목적함수는 각 센서의 위치에서 측정된 자기장 값과 복원된 쌍극자 분포로부터 계산한 자기장 값의 차이로 정의된다. 그림 6(a)는 우리가 가정한 정해를 나타낸다. 제안된 알고리즘을 통하여 얻은 최적해와 유전알고리즘(GA)으로 구한 해를 비교해 보았다. 유전알고리즘은 12개의 이진 배열과 12개의 독립변수를 가지고 있고, 교차(crossover)와 변이(mutation) 등의 과정을 이용하여 해를 구한다. 그림 6의 (b)는 GA를 이용하여 20번의 과정 거쳐서 나온 결과들 중에서 가장 좋은 해를, 그림 6(c)는 제안된 LSMC의

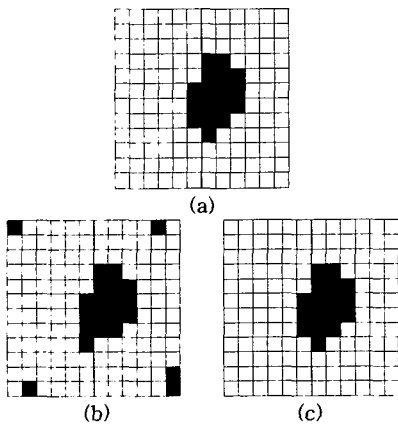


그림 6. 결과 해 비교

적용을 통하여 구한 가장 좋은 해를 보여준다. 그림으로부터, 제안된 LSMC가 해를 더 정확하게 찾아냄을 확인할 수 있다. 이를 보다 정량적으로 비교하기 위하여 각 알고리즘을 20회 실행하였을 때, 목적함수의 가장 좋은 값, 가장 나쁜 값 그리고 평균값을 비교하였다. 표 1은 이 값들과 목적함수 평균 호출 횟수를 보여준다. 이 표로부터, 제안된 알고리즘의 우수성을 쉽게 확인할 수 있

다.

표 1. 유전알고리즘과 LSMC의 결과 비교

	GA	LSMC
가장 좋은 해 [$\times 10^{-12} T$]	1.9	0.0
평균 해 [$\times 10^{-12} T$]	12.3	2.2
가장 나쁜 해 [$\times 10^{-12} T$]	28.1	5.8
함수 평균 호출 횟수	32277	1146

4. 결 론

본 논문에서는 새로운 국소 최적화 알고리즘을 가지는 LSMC를 제안 하였다. 유전 알고리즘과 같은 확률론적 알고리즘과 비교하여 LSMC는 매우 빠르게 수렴하기 때문에 전자기 위상 최적화에 있어 보다 효율적이라 말할 수 있다. 본 논문에서 제안된 방법을 검증이 용이한 위상 최적화 역문제에 적용하여 기존의 유전알고리즘과 비교한 결과, 더 빠르고 정확한 해를 얻을 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] Jin-Kyu Byun, Song-Yop Hahn, Il-Han Park, "Topology Optimization of Electrical Devices Using Mutual Energy and Sensitivity," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 2, pp. 3718-3720, Sept. 1999.
- [2] Jin-Kyu Byun, Ju-Hyun Lee, Il-Han Park, Song-Yop Hahn, "Inverse Problem Application of Topology Optimization Method with Mutual Energy Concept and Design Sensitivity," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1144-1147, July 2000.
- [3] Jae-Kwang Kim, Dong-Hyeok Cho, Hyun-Kyo Jung, and Cheol-Gyun Lee, "Niche Genetic Algorithm Adopting Restricted Competition Selection Combined with Pattern Search Method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 2, pp. 1001-1004, Mar. 2002.
- [4] Shiyou Yang, J.M. Machado, Cuangzheng Ni, S.L. Ho, and Ping Zhou, "A Self-learning Simulated Annealing Algorithm for Global Optimizations of Electromagnetic Devices," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1004-1008, July 2000.
- [5] Chang-Hwan Im, Hong-Kyu Kim, and Hyun-Kyo Jung, "Optimization of the Coil Shape in Deflection Yoke Considering Practical Coil Winding Processes," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 2, pp. 1077-1080, Mar. 2002.
- [6] O. Martin, S. Otto, and E. Felten, "Large-step markov chains for the traveling salesman problem," *Complex Systems*, vol. 5, pp. 299-326, 1991.
- [7] I. Hong, A.B. Kahng, B. R. Moon, "Improved large-step Markov chain variants for the symmetric TSP," *Journal of Heuristics*, vol 3, pp. 63-81, 1997.