

자기부상시스템의 외란에 대한 칼만필터와 저역통과필터의
필터링 성능 비교

성호경, 정병수*, 조정민, 장석명*, 유문환, 이종민
한국기계연구원 자기부상열차개발팀, 충남대학교 전기공학과*

Comparison of Filtering Performance between Kalman Filter and Low Pass Filter
for disturbance of Magnetic Levitation System

H.K. Sung, B.S. Jung*, J.M. Cho, S.M. Jang*, M.H. Yu, J.M. Lee
KIMM Maglev Team, Chung-Nam National Univ*

Abstract - The existing problems of the Electro-Magnetic Suspension system such as air-gap disturbance, mass variation and actuator/sensor failure are described in amore specific manner. General active filter has a bad influence on suspension stability. Kalman Filter is based on statistical parameter. Thus, in this paper, It is shown that filtering performance of Kalman Filter and Active filter is excellent with simulation and experiment, stability analyze for air-gap disturbance.

1. 서 론

자기부상시스템은 전자석의 고유한 성질을 이용하여 두 물체사이의 공극을 일정하게 유지시키는 시스템으로서 자기부상열차나 자기베어링 등 그 이용범위가 매우 다양하다. 이러한 자기부상시스템의 대표적인 응용분야로는 자기부상열차를 들수 있는데, 자기부상열차는 상전도 흡인식과 초전도 반발식이 있다.상전도 흡인식은 레일 밑에 전자석을 배치한 구조로 전자석의 흡인력을 이용하여 부상하는 방식으로 한국기계연구원의 UTM[1]과 독일의 Transrapid, 일본의 HSST가 이 방식을 채택[2]하고 있고, 초전도 반발식은 일본의 MLX가 있다.[3] 현재 한국 기계연구원에서 기 개발중인 자기부상열차는 상전도 흡인식으로서 원하는 공극을 일정하게 유지시키기 위한 부상제어기의 역할은 매우 중요하다. 부상제어기의 입력으로서 공극과 가속도를 사용하는데 열차주행시 레일의 불규칙으로 인해 발생하는 저주파성분을 가진 공극외란은 부상안정도에 좋지 않은 영향을 줄 수 있다. 따라서, 저주파성분을 가지는 공극외란에 대해 필터링할 수 있는 필터가 필요하며 일반적인 저역통과필터를 사용하여 차단 주파수를 낮추게 되면 부상제어제 전체에 영향을 미칠 수가 있기 때문에 위험할 수가 있다. 통계학적 파라미터를 토대로 재귀적 알고리즘을 수행하는 칼만필터[4]는 들어오는 센서값의 분포를 공분산 행렬을 통해 미리 알고 있으므로 부상제어에 영향을 미치지 않고 저주파 공극외란에 대해 필터링이 가능하다. 본 논문에서는 자기부상열차 주행시 발생하는 저주파수 공극외란에 대한 칼만필터와 저역통과필터의 성능을 시뮬레이션 및 실험 그리고 안정도해석을 통해 비교해본다.

2. 본 론

2.1 자기부상시스템 모델링

자기부상시스템은 전압방정식 식(1)과 운동방정식 식(2)로 모델링 될 수 있으며 힘의 평형조건의 식은 식(3)과 같다.[5]

$$e = Ri + L_0 \frac{z_0}{z_g} \left(\frac{di}{dt} - \frac{i}{z_g} \frac{dz_g}{dt} \right) \quad (1)$$

$$F = -\frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left(\frac{i}{z_g} \right)^2 = -\frac{1}{2} L_0 z_0 \left(\frac{i}{z_g} \right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{F}{m} + g + \frac{\Delta f}{m} = -\frac{L_0 z_0}{2m} \left(\frac{i}{z_g} \right)^2 + g + \frac{\Delta f}{m} \quad (3)$$

여기서

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{2z_0} \quad (4)$$

F는 흡인력, μ_0 는 진공상태의 투자율, N은 코일의 감은 수, A는 유효 단면적, L_0 와 z_0 는 공칭동작점에서의 공칭인덕턴스와 공칭공극, m은 전자석의 질량, g는 중력가속도, Δf 는 힘의 외란이다. R은 전자석 코일의 저항, z는 절대공극, z_g 는 상대공극, h는 공극외란, $L(z_g)$ 는 상대공극에서의 인덕턴스이며 i는 코일에 흐르는 전류이고 e는 코일에 인가되는 전압이다. 실제와 거의 유사한 레일불규칙을 갖는 자기부상시스템을 그림1에 도시한다.

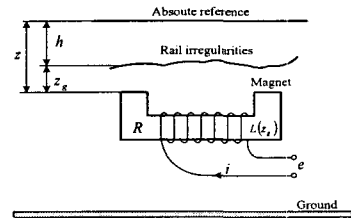


그림1 전자석과 레일간의 구조도

식(1)과 식(3)을 이용하여 공극 및 속도와 전류를 상태변수로 하여 상태방정식으로 나타내면 식(5)-(7)과 같다.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{L_0 z_0}{2m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 + g + \frac{\Delta f}{m} \quad (6)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{x_2}{x_1} \cdot x_3 - \frac{R}{L_0 z_0} \cdot x_1 x_3 + \frac{x_1}{L_0 z_0} \cdot u \quad (7)$$

x_1 은 z_g , x_2 는 z_g , x_3 는 i , u 는 v 를 나타내는 상태변수와 제어입력이다. 식(1)과 식(3)을 이용하여 공극외관을 갖는 자기부상시스템의 블록선도를 그림2로 나타낼 수 있다.

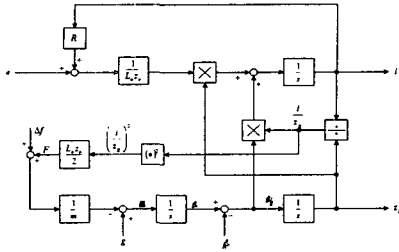


그림2 공극외관을 갖는 자기부상시스템의 블록선도

2.2 칼만필터의 설계와 안정도

자기부상시스템을 위해 설계된 선형 칼만필터는 식(8)-(9)와 같다.[6]

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0002 & -0.0001 & 1 & 0 & 0 \\ 0.2428 & 1.0000 & -0.0009 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0000 & 0.0708 & 0.9969 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} u_k \quad (8)$$

$$y_k = [1 \ 0 \ 0] x_k + v_k \quad (9)$$

칼만필터는 시간영역으로 간주되는 필터로서 시간에 따라 변화하는 칼만게인이나 여러 공분산값등의 상수에 적용하는 능력이 있지만 충분히 반복계산된 후에는 정상상태로 도달하게 된다. 이 때, 샘플링 시간이 고정되어 있다면 칼만필터는 일반적인 디지털 필터와 유사한 조건을 갖는다고 할 수 있다. 따라서 일반적인 디지털 필터의 z 변환 방식을 통해 안정도에 대해 대략 해석할 수 있다. 칼만필터가 반복된 계산후에 정상상태에 도달하여 칼만게인이 일정한 상태에 있다고 하면 상태값의 추정은 식(10)과 식(11)의 반복을 통하여 이루어진다.[7]

$$\hat{x}_k(-) = \Phi_{k-1}(\hat{x}_{k-1}(+)) \quad (10)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k(-) + K_{steady-state}(z_k - H_k \hat{x}_k(-)) \quad (11)$$

위 수식을 1차 벡터 차분방정식으로 표현하기 위해 사후 추정자 표기를 없애고 시간개신치를 측정개신치에 대입하여 다시 쓰면 식(12)와 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \Phi_{k-1}(\hat{x}_{k-1}(+)) + K_{steady-state}(z_k - H_k \Phi_{k-1}(\hat{x}_{k-1}(+))) \\ &= (\Phi_{k-1} - K_{steady-state} H_k \Phi_{k-1}) \hat{x}_{k-1} + K_{k-1} z_k \end{aligned} \quad (12)$$

위 식을 z 변환하면 식(13)과 같다

$$\begin{aligned} \hat{x}_k(z) &= (\Phi_{k-1} - K_{steady-state} H_k \Phi_{k-1}) z^{-1} \hat{x}_k(z) \\ &+ K_{steady-state} Z_k(z) \end{aligned} \quad (13)$$

다시 정리하면

$$\begin{aligned} [zI - (\Phi_{k-1} - K_{steady-state} H_k \Phi_{k-1})] \hat{x}_k(z) \\ = z K_{steady-state} Z_k(z) \end{aligned} \quad (14)$$

식(14)의 좌변의 대괄호안의 식은 설계된 시스템의 고유모드를 나타낸다. 따라서, 시스템의 고유모드를 나타내는 식(15)와 같은 특성다항식의 근으로부터 칼만필터의 안정도를 해석할 수가 있다.

$$\lambda = |zI - (\Phi_{k-1} - K_{steady-state} H_k \Phi_{k-1})| \quad (15)$$

특성다항식의 근이 z 평면에서 단위원 안에 존재하면 칼만필터는 안정한 것이고 단위원 밖에 존재하면 안정하지 않은 것이다. 그림 3에서 보듯이 극은 모두 z 평면에서 단위원 내에 존재하기 때문에 설계된 칼만필터는 안정하다고 볼 수 있다.

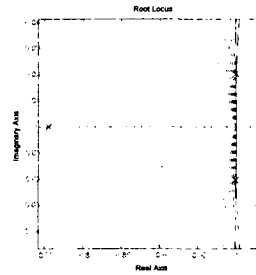


그림 3 z 평면에서의 극의 위치

2.3 2차 저역통과 필터의 설계와 안정도

저역통과필터가 시스템제어기에 영향을 주지 않는범위에서 사용하기 위해서는 제어기의 4-5배되는 대역주파수를 갖는 저역통과필터가 설계되어야 한다. 이를 고려하여 차단주파수를 결정한 후 설계된 2차 저역통과필터는 식(16)과 같으며 그림 4는 제어기와 주파수응답을 비교하고 있다.

$$f = \frac{90000}{s^2 + 320s + 90000} \quad (16)$$

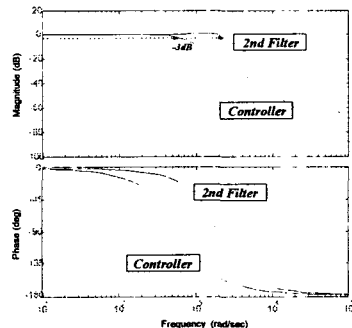


그림4 제어기와 2차 저역통과필터의 주파수 응답비교

2.4 시뮬레이션 및 실험

시뮬레이션을 통하여 설계된 칼만필터와 2차 저역통과필터가 안정함을 그림 3과 4에서 확인하였다. 그림 5는 공극의란을 갖는 자기부상시스템 칼만필터와 2차 저역통과필터 적용시 응답을 보기위한 시뮬레이션 블록다이어그램이다. 외란은 1-200Hz의 주파수를 갖는 랜덤잡음을 인가하였다.

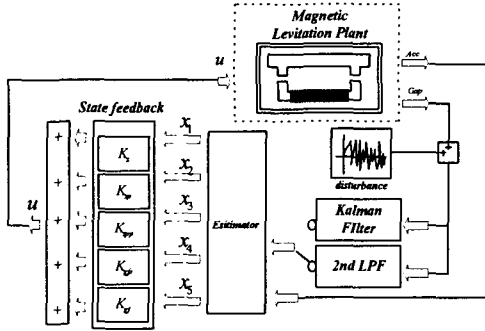


그림 5 시뮬레이션 블록다이어그램

그림 8은 실험에 쓰인 부상제어기와 잡음 발생기 및 실험ZIG를 나타낸다. 그림 6은 자기부상시스템 칼만필터와 2nd LPF적용시 응답을 비교한것이다. 그림에서 보는 바와같이 칼만필터가 1-200Hz의 주파수를 갖는 랜덤한 잡음에 대해 필터링하는데 더 효과적임을 볼 수있다. 그림 7은 실험결과로서 시뮬레이션과 마찬가지로 비슷한 응답을 보이고 있다.

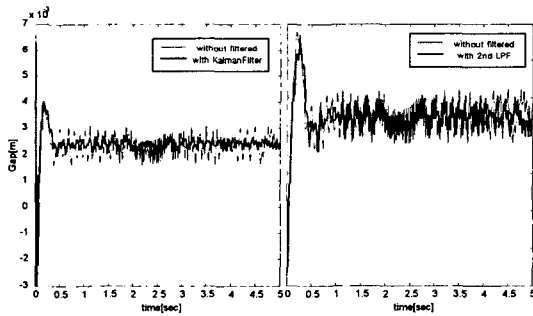


그림 6 자기부상시스템에 칼만필터와 2nd LPF적용시 시뮬레이션 응답

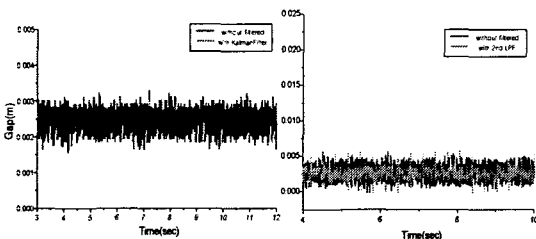


그림 7 자기부상시스템에 칼만필터와 2nd LPF적용시 실험 응답

3. 결 론

본 논문에서는 자기부상시스템에서 발생하는 저주파성분의 공극외란에 대해 칼만필터와 2차 저역통과필터를 설계하여 안정도를 해석한 다음 시뮬레이션 및 실험을 통하여 비교해 보았다. 결과 자기부상시스템에서 발생하는 외란에 대해 칼만필터가 더 효과적이라는 것을 검증하였다.

따라서, 자기부상시스템의 대표적인 적용사례라 볼 수 있는 자기부상열차에 칼만필터를 실제 적용하여 주행시 발생하는 공극외란에 대한 실험 또한 이루어져야 할 것이다.

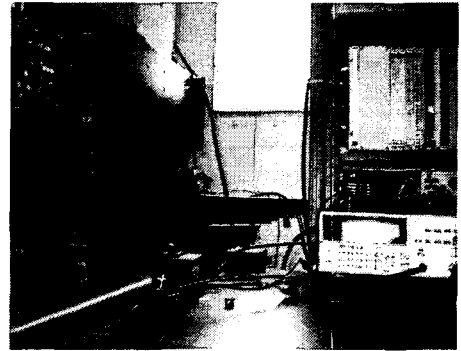


그림 8 실험장치

[참 고 문 헌]

- [1] In-Kun Kim, Mun-Hwan Yoo, Kyu Hwan Han, Gye-Seo Park, Heung-Sung Bae, "Status of the Maglev Development in KOREA", The 15th International Conference on Magnetically Levitated System and Linear Drives, 12-15, April, 1998, pp. 34-38
- [2] PADDISON, Jonathan. E., GOODALL, Roger, M., "EMS Maglev suspension comparison and Trends", MAGLEV'98 pp. 324-329, 1998
- [3] Nakashima, Hiroshi, Isoura, Katsutoshi, "Superconducting Maglev Development in Japan", The 15th International Conference on Magnetically Levitated System and Linear Drives, 12-15, April, 1998, pp.25-33, 1998
- [4] Kalman. R. E, "A New Approach to Filtering and Prediction Problems", Transaction ASME-Journal of Basic Engineering, pp35-45, 1960.
- [5] 성호경, 정병수, 장서명, "자기부상 시스템을 위한 강인 및 신뢰제어기 설계에 관한 연구", 한국과학기술원 박사학위논문, pp6-13 2001.
- [6] 성호경, 정병수, 장서명, "이산형 칼만필터를 이용한 자기부상시스템의 공극외란 감쇄" 대한전기학회 춘계학술대회 pp253-255 2004.
- [7] Brown and Hwang, "Introduction to random signals and applied Kalman Filtering", 3rd Edition, p275-276, Wiley.