

단속류 통행시간 추정을 위한 적정 수집주기 결정에 관한 연구

Optimal Aggregation Interval Size for Travel Time Estimation on the Interrupted Traffic Flow

임형석

(아주대학교 교통공학 석사과정)

이승환

(아주대학교 환경·건설교통공학부 교수)

목차

I. 서론

II. 선행연구 고찰

III. 구간 통행시간 자료 특성 분석

IV. 단속류 AVI 자료 특성 분석

V. 적정 집계간격 결정 모형

VI. 실험개요 및 모형적용 결과분석

VII. 결론 및 향후 연구과제

참고문헌

I. 서론

1. 연구의 배경 및 목적

장래 통행하게 될 도로구간의 통행시간정보는 운전자가 가장 궁금해하는 정보이다. 왜냐하면, 운전자는 통행시간정보를 기초로 하여 목적지까지의 이동경로를 결정하기 때문이다.

이러한 통행시간정보를 운전자에게 제공할때 가장 중요한것은 정보의 신뢰성이며, 통행시간정보의 신뢰성을 확보하기 위해서는 교통정보를 체계적으로 수집하고 분석해야 한다.

특히, 구간 통행시간 정보는 수집된 자료를 일정집계간격으로 집계하여 대표치를 제공하기 때문에 집계간격을 얼마로 하느냐에 따라 제공되는 정보의 차이가 심하게 나타난다. 현재는 일반적으로 5분 집계시간간격을 적용하고 있으나, 이에 대한 연구는 미비한 실정이다.

최근 이러한 구간통행시간 정보제공시스템의 집계간격 결정에 관한 연구가 지속적으로 이루어지고 있으나, 연속류에 대한 연구에 그치고 있어 단속류에서의 구간통행시간 자료 집계간격에 대한 연구가 아쉬운 실정이다. 본 연구는 단속류에서 수집된 구간 통행시간자료의 특성분석 및 단속류에서의 최적 집계간격을 도출해 내는 것을 목적으로 한다.

2. 연구의 내용

본 연구에서는 단속류의 최적 집계간격을 결정하기 위하여 MSE(Mean Square Error)를 적용하였으며, 국도상에 설치된 AVI 구간검지체계를 이용하여 데이터를 수집하였다.

구체적인 연구내용으로는 크게 두가지로 구분할수 있으며, 그 내용은 다음과 같다.

첫째, 현재 설치되어있는 AVI 장치를 통하여 수집된 구간통행시간자료의 특성을 분석하고, 현장조사를 통해 얻어진 전수자료와의 비교를 통해 표본자료의 적합성을 판단하였다.

둘째, 전수조사를 통하여 얻어진 구간의 통행시간 자료를 이용하여 MSE 개념을 이용한 단속류 최적수집주기를 결정하였다.

II. 선행연구 고찰

집계시간간격에 대한 연구는 2001년에 박동주와 Gajewski에 의해 연속류를 대상으로 연구가 진행되었다.

1) 박동주 논문

박동주(2001)는 통행시간 산정 및 예측을 위한 최적 집계시간간격을 MSE(Mean Square Error)가 최소화되는 집계시간간격을 최적 집계시간주기로 결정하는 다음식과 같은 통계학적 모형을 제시하였다.

$$MSE(h) = E \left[\frac{\sum_{i=1}^{v(h)} (x^i(h) - \mu_{\bar{X}(h)})^2}{v(h)} \right]$$

(1)

$$\approx E \left[\frac{\sum_{i=1}^{v(h)} (x^i(h) - \bar{X}(h))^2}{v(h)} + (\bar{X}(h) - \mu_{\bar{X}(h)})^2 \right]$$

여기서 $v(h)$ = 시간간격 "h" 동안의 프로브 차량수

$x_i(h)$ = 시간간격 "h" 동안의 i번째 프로브 차량의 통행시간

$\mu_{\bar{X}(h)}$ = 시간간격 "h" 동안의 링크통행시간의 모평균(참값)

$\bar{X}(h)$ = 시간간격 "h" 동안의 관측된 평균 링크 통행시간

박동주가 제시한 모형의 MSE는 편의와 추정치의 변화성을 측정하는 지표로 이용되는 정밀성으로 구성되어있으며, 집계 시간간격이 짧을수록 편의는 감소하는 반면 집계 시간간격이 길수록 정밀성은 증가하는 특성을 나타낸다. 이에, 편의와 정밀성 사이의 trade-off 관계를 이용하여 MSE가 최소가 되는 집계 시간간격을 확인하여 적정 집계 시간간격을 결정하였다.

그러나, 이 논문에서는 MSE의 구성요소인 편의를 구하기 위하여 필요한 모수값 즉, 기준치를 구하기 위해 Gaussian kernel을 이용하여 추정하였다. 이로 인해 구해진 관측치는 모집단과 동일한 형태의 집단입을 가정하여 적정 집계 간격을 산출하였다. 그 결과 링크통행시간 추정을 위한 최적 집계 시간간격은 3-5분, 링크통행시간에측을 위한 최적 집계 시간간격은 10-15분으로 나타났다.

박동주의 논문에서는 최적수집주기 결정에 대한 결정적인 모형을 제안하였고 연속류에서 유효한 결론을 도출하였으나, 단속류 구간적용시 고려되어야할 표본자료의 적합성에 대해 고려하지 못하였다.

2) Gajeski 논문

Gajeski(2001)는 연속류에서 루프검지기를 통해 수집되는 자료를 이용하여 구간의 통행시간을 추정할 때 적용되는 최적의 집계 시간간격에 대해 연구하였다. 그 방법론으로 점추정 기법인 CVMSE방법과 구간추정 기법인 F-검정 방법을 이용하여 평가하였다.

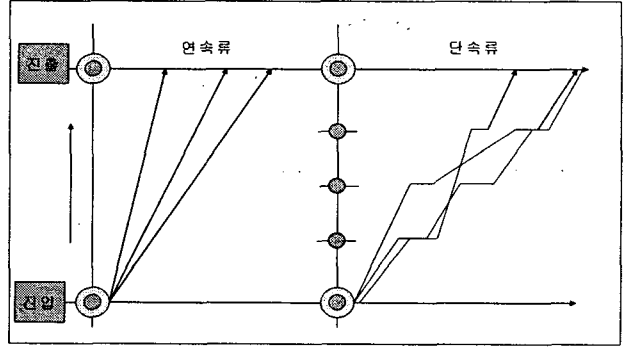
연구결과, 구간추정 기법 보다 점추정 기법이 집계간격 결정에 민감하게 작용하며, 구체적인 설명이 가능한 것으로 평가된 것으로 평가되었다.

Gajeski 연구에서는 지점검지체계를 이용하여 수집된 자료를 이용하기 때문에 구간검지체계를 통하여 얻어진 자료를 분석할 수가 없다.

III. 구간 통행시간 자료 특성 분석

1. 구간 통행시간의 정의

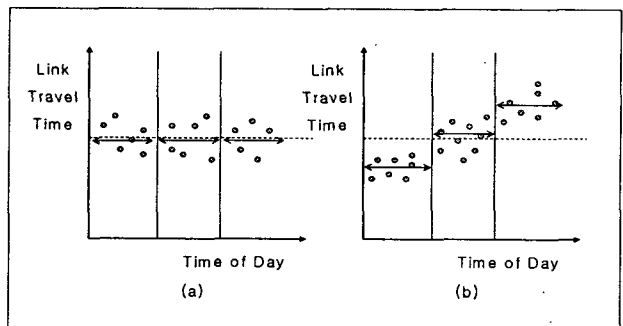
통행시간은 대상차량이 주어진 도로구간을 통과하기 위해 소요되는 총시간을 말한다.(1) 다시말해, 통행시간은 차량이 구간을 주행하는데 소요된 시간과 구간내에서 경험한 지체시간을 더한 시간개념이다. 특히, 아래 <그림 1>에서 보는 바와 같이 통행시간은 단속류와 연속류에서 각각 다른 특성을 보이며, 이로 인해 단속류에서 수집된 통행시간 데이터는 연속류 데이터보다 훨씬 데이터의 분산이 크고 범위가 넓게 형성된다.



<그림 1> 단속류와 연속류 통행시간 비교

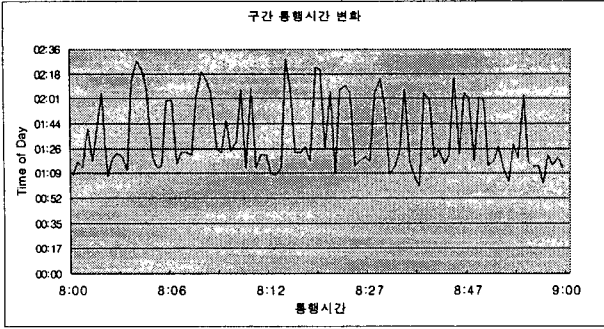
2. 집계간격변화에 따른 문제

구간의 통행시간 정보를 제공하기 위해서는 구간을 통행하는 차량을 검지하여 수집된 자료를 일정시간 간격으로 집계하여 제공하는데, 구간에서 혼잡의 발생여부에 따라서 아래 그림과 같은 특성을 나타낸다. 즉, 그림에서 보는 바와 같이 통행상태가 혼잡하지 않고 일정한 안정적인 흐름을 보일때(a)는 수집주기에 상관없이 제공되는 정보는 일정하게 되지만, 혼잡상황이 발생하여 통행시간이 증가하거나 감소하는 변화가 심하게 될 경우(b) 수집주기에 따라서 제공되는 통행시간 값도 틀려지게 된다.

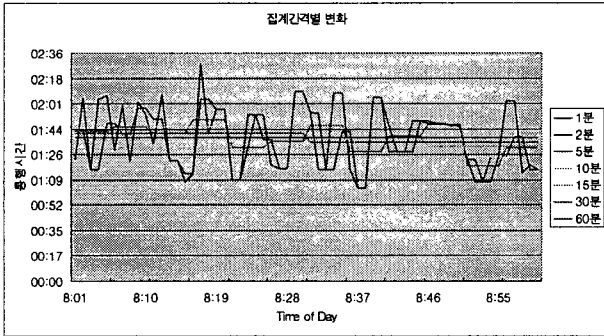


<그림 2> 통행상태에 따른 집계간격변화의 영향

실제로 구간을 통과하는 차량의 통행시간 데이터 분포는 아래 그림과 같이 변화가 매우 심하다. 그러므로, 아래 그림과 같이 집계시간을 달리할 경우 집계 시간간격에 따라서 제공되는 값의 차이가 발생하게 된다.



<그림 3> 구간 통행시간의 변화

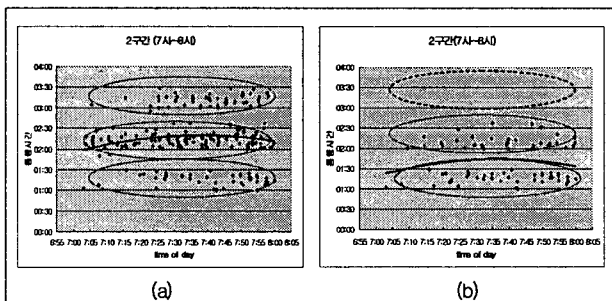


<그림 4> 집계시간간격 변화에 따른 평균 변화

IV. 단속류 AVI 자료 특성 분석

1. 단속류 구간 통행시간 자료 분석

통행시간은 차량이 주어진 도로구간을 통과하기 위하여 소요되는 시간으로서, 차량이 구간을 통과하는 동안 혼잡에 의한 영향, 도로기하구조에 의한 영향, 운전자의 운전형태에 의한 영향등을 모두 포함한 시간을 말한다. 특히, 단속류에서는 연속류와는 달리 신호에 의해 발생하는 각종 지체시간에 대한 영향을 포함한다. 이러한 연유로, 단속류에서는 구간내에서 신호제어가 이루어지므로 속도와 거리의 개념만을 이용하여 구간의 통행시간을 분석할 수가 없으며 데이터의 분산이 훨씬 크고 범위가 넓게 나타난다.



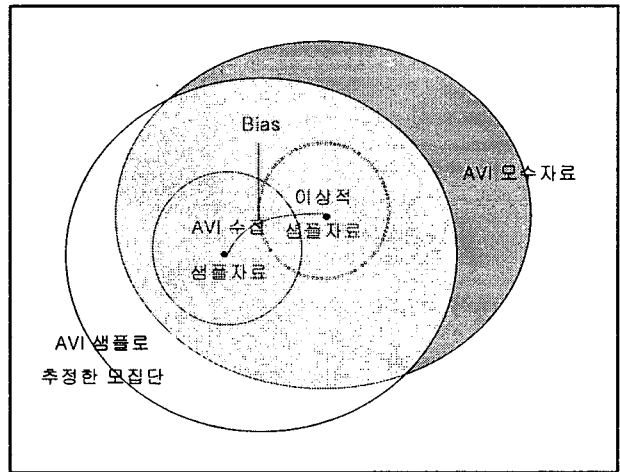
<그림 5> AVI 샘플자료와 구간통행시간 전수자료 비교

<그림 5>는 동일 시간대에 동일지점에서 검지된 자료로서 (a)는 구간을 통행하는 차량전체를 현장조사한 결과이고, (b)는 현장에 설치된 AVI 시스템을 통하여 얻어진 결과이다.

이 그림에서 보듯이 AVI를 통하여 얻어진 데이터수는 전수

자료의 20%에 미치지 못하고, 특히, 전수자료가 크게 3개의 부분으로 이루어졌으나 AVI 샘플자료는 2개의 부분에서 샘플이 조사되어져 점선으로 표시된 부분의 데이터가 수집되지 않음으로 인해 샘플로서 모집단의 특성을 대표할수 없게 되었다. 즉, AVI 시스템을 통해 얻어진 샘플자료는 일부 구간의 데이터가 수집되지 않음으로서 Random하게 수집되지 않고, 모집단과 Bias하게 수집됨으로서 표본수집에 의한 오차를 포함한다고 할수있다.

<그림 6>에서 보듯이 수집된 샘플이 Bias하게 수집되어서 이를 통하여 모수를 추정하더라도 실제 모집단(참값)을 대표하지 못하는 결과를 얻게 된다.



<그림 6> 표본수집오차의 개념

2. 단속류 표본 수집오차 분석

단속류에서 얻어진 AVI 샘플자료는 연속류에서와는 달리 구간의 참값과 비교할 때 표본수집에 의한 오차를 발생시킬 가능성이 매우 높다.

이에 실험대상구간 전체에 대한 전수조사자료와 샘플수집자료의 동일성검증을 실시하여 표본수집에 의한 오차의 정도를 분석한 결과 아래 표와 같은 결과가 도출되었다.

검증방법은 Kolmogorov - Smirnov 동일성 검증방식을 이용하였으며, 유의수준은 95%를 적용하였다. 결과에서 보듯이 총 11개 대상자료중 5개는 모집단이 동일함을 알수있으나, 6개는 전혀 다른 집단을 확인할수 있다. 이는 표본수집된 자료가 표본수집오차를 내재하고 있음을 나타내는 것이다.

AVI 샘플자료가 이와같은 표본수집오차를 포함하게 되는 이유는 AVI 장치가 일부차선에만 설치되었기 때문이다. 즉, 전수조사자료는 대상 구간의 전차선을 통과하는 차량을 조사하였으나, AVI 시스템을 통해 구해진 데이터는 대상구간의 일부차선에만 장치를 설치하고 표본을 수집하였기 때문에 Random 샘플링이되지 않고 일부의 자료는 샘플링되지 못하고 누락된 결과를 얻게 되었다. 특히, AVI가 설치된 차선의 특성을 수용하지 않는 차량들의 경우 대부분 샘플링 되지 않는 결과를 나타내었다.

구간	측정 시간	Kolmogorov - Smirnov	Pr > KS	비 고
1	7 - 8	0.553	0.9200	동일집단
	8 - 9	0.592	0.8752	동일집단
	16 - 17	자료없음	자료없음	자료없음
	17 - 18	0.714	0.6876	동일집단
2	7 - 8	3.517	< 0.0001	기각함
	8 - 9	4.474	< 0.0001	기각함
	16 - 17	2.175	0.0002	기각함
	17 - 18	4.654	< 0.0001	기각함
3	7 - 8	0.738	0.6471	동일집단
	8 - 9	0.851	0.4639	동일집단
	16 - 17	1.804	0.0030	기각함
	17 - 18	2.054	0.0004	기각함

<표 1> Kolmogorov - Smirnov 검증기법을 통해본 AVI 샘플자료와 전수자료간의 동일성 검증

이러한 특성은 차선이 많고, 통행량이 높은 지역에서 더욱 극명히 나타난다.

이러한 문제를 해결하기 위해서는 첫째, 대상구간 전 차선에 AVI 장치를 설치하여 표본조사를 함으로써 전차선에 대한 샘플을 수집할 수 있을 것이다. 둘째, 차선별로 통행에 미치는 목적함수를 규명하여 일부차선에만 AVI 장치를 설치하여 샘플을 수집한 경우 함수를 통한 모수추정이 가능하도록 알고리즘을 개발해야 하겠다.

V. 적정 집계간격 결정 모형

본 장에서는 단속류 구간 AVI로부터 수집된 통행시간 자료를 통해, 정확한 통행시간을 추정하기 위한 적정 집계간격을 결정하는 통계적 방법을 제시하였다.

본 연구에서는 단속류에서의 최적 집계간격을 산출하기 위해 박동주에 의해 제안되었던 MSE 개념을 적용하였으며, AVI로부터 구해지는 표본자료는 앞에서 살펴보았듯이, 모수자료와 편의가 발생할수 있으므로, 본 연구에서는 대상구간을 통과하는 모든 차량을 조사한 전수조사자료를 이용하였다.

통계적인 관점에서 볼때 가장 적합한 집계시간간격은 수집된 자료의 오차를 최소가 되게 하는 집계간격이다. 여기에서 오차는 모수와 관측치간의 오차를 말하며, 본 논문에서는 MSE 개념을 적용하였다.

MSE는 다시 모수와 관측치의 편의(Bias)와 관측치 자체의 중심으로 부터의 Variance로 나타낼수 있다.

1) MSE(Mean Square Error) 산정

아래식에서 보는바와 같이 MSE는 Bias 와 Variance로 구성되어진다. Bias는 모수(참값)과 샘플 관측치와의 편의도를 나타내는 수치이고, Variance는 샘플 자료 자체의 중심으로 부터의 오차도를 나타내는 수치이다.

$$MSE = \text{Variance} + \text{Bias}^2 \quad (2)$$

$$= \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x^i - \bar{X})^2}{n} \right) + (\bar{X} - \mu_{\bar{X}})^2$$

특정집계간격 h로 통행시간을 추정했을때의 MSE는 식(3)과 같이 정의 된다.

$$MSE(h) = E \left[\frac{\sum_{i=1}^{v(h)} (x^i(h) - \mu_{\bar{X}(h)})^2}{v(h)} \right]$$

(3)

$$\approx E \left[\frac{\sum_{i=1}^{v(h)} (x^i(h) - \bar{X}(h))^2}{v(h)} + (\bar{X}(h) - \mu_{\bar{X}(h)})^2 \right]$$

여기서 $v(h)$ = 시간간격 "h" 동안의 프로브 차량수

$x_i(h)$ = 시간간격 "h" 동안의 i번째 프로브차량의 통행시간

$\mu_{\bar{X}(h)}$ = 시간간격 "h" 동안의 링크통행시간의 모평균(참값)

$\bar{X}(h)$ = 시간간격 "h" 동안의 관측된 평균 링크 통행시간

위식의 첫 번째 부분은 Precision 으로서, 분석대상인 관측치 자체의 정밀도를 나타내며 이값은 관측치가 적을수록 오차가 적게 나오며 관측치가 많을수록 오차가 증가하게 된다. 즉, 집계간격이 길어질수록 오차는 증가하게 되며, 만일 집계시간 동안 관측치가 1개만 수집되었다면 오차는 0이된다.

두 번째 부분은 Bias 로써, 분석구간의 모집단(즉, 참값)과 관측치와의 차이를 나타내며 이값은 관측치가 적을수록 차이가 크게 나타나고, 관측치가 많을수록 모집단과의 차이가 적게 된다. 즉, 집계간격이 길어질수록 오차가 감소하게 된다.

2) 모수 추정

MSE를 구하기 위해서는 모집단과 관측치간의 차이 즉, Bias를 구해야하며, 그러기 위해서는 구간의 참값을 정의해야 한다.

본 연구에서는 t시간의 참값을 추정하는데 Gaussian Kernel 을 이용하였고 이 방식에 의거하여 h기간 동안의 추정된 평균통행시간($\mu_{\bar{X}(h)}$)은 다음과 같이 정의하였다.

$$\hat{E}(\bar{X}(h)) = \widehat{\mu_{\bar{X}(h)}} = \frac{\sum_{i=1}^{s(h)} \hat{E}(x(t))}{s(t)} \quad (4)$$

$$\hat{E}(\bar{X}(t)) = \frac{\sum_{i=1}^m \delta(x^i) f(x^i) x^i}{\sum_{j=1}^m \delta(x^j) f(x^j)} \quad (5)$$

$$f(x^i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp - (1/2) [(t^i - t)/\sigma]^2 \quad (6)$$

여기서, $\hat{E}(\bar{X}(h))$: t 시간에 예측된 통행시간

(Gaussian kernel)

w : kernel 추정의 창크기

s(t) : 시간창 w의 기간(초)
 x^j : j번째 차량의 통행시간
m : 시간창 w동안 관측된 차량수
 t^j : j번째 차량이 통과할 때 시간대

$$\delta(x^j) = \begin{cases} 1, & \text{if } |t^j - t| \leq \frac{w}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} j = 1, \dots, m$$

시간창 크기가 w일때 표준편차는 시간창 크기의 1/4로 가정하였다. 시간창 크기 w의 최적값은 일반화된 교차검증 (Generalized Cross Validation : GCV)를 이용하여 50초를 산출하여 적용하였다.

3) 최적 집계간격 결정

위의 방법을 통해 각각의 집계간격 h동안의 MSE가 구해졌으면, 이를 동일 수준에서 서로 비교하기 위해 아래식과 같이 1시간 기준의 평균치로 변환하는 과정을 거쳐야 한다.

$$\widehat{MSE}(H) = \frac{\sum_{h=1}^N \widehat{MSE}(h) \cdot v(h)}{\sum_{h=1}^N v(h)} \quad (7)$$

이는 각각의 관측치를 가중평균하여 1시간 단위의 평균값을 만들면 된다.

이렇게 구해진 각각의 데이터들중에 가장 최소가 되는 값을 선정하여 이때 적용한 집계시간간격을 적정 집계시간간격으로 선정하면 된다.

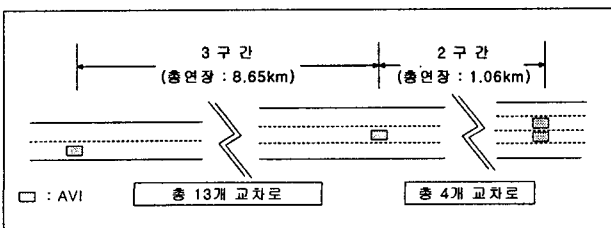
따라서, 적정집계간격을 확인하기 위한 목적함수는 다음과 같다.

$$\text{Minimize} = \frac{\sum_{t=1}^N \widehat{MSE}(t) \cdot v(t)}{\sum_{t=1}^N v(t)} \quad (8)$$

VI. 실험개요 및 모형적용 결과분석

1. 실험개요 및 자료수집

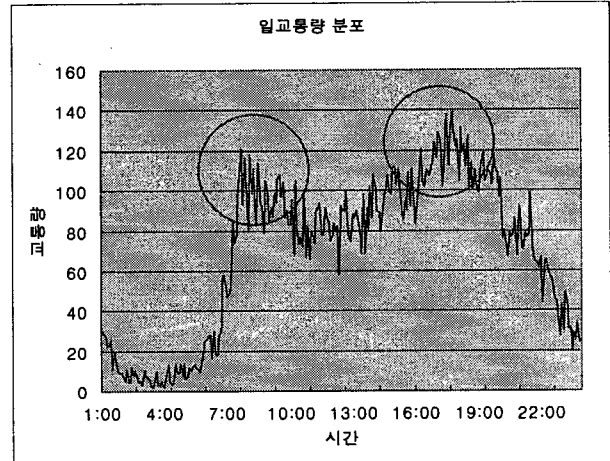
본 연구의 실험은 아래 그림과 같이 구성되어진 국도 42호선 양지-용인구간 14km에 대해 실시되었으며, 실험은 대상구간의 전차선에 영상장치를 설치하여 통행하는 전차량의 통행시간을 수집하였다.



<그림 7> 대상구간 구성도

실험대상구간의 일주일간의 평균 교통량 추이를 살펴보면 그림과 같이 오전 및 오후첨두를 나타내며, 이에 자료수집은 일일첨두시간인 오전 7시-9시(2시간), 오후16시-18시(2시간)의 총 4시간씩 일주일간 자료를 측정하였으며, 이중 자료의 상태가 양호한 구간 1과 2에 대해 분석을 실시하였다.

18시 이후에도 높은 교통량을 나타내었지만, 일몰로 인한 기기의 오류가 발생할 가능성이 높아 조사시간에서 제외하였다.



<그림 8> 대상구간 일 교통량 (평균)

모형적용에 사용된 자료는 전체 자료중 오류가 없는 일부 양질의 자료만을 선정하여 분석하였다.

2. 모형적용 결과분석

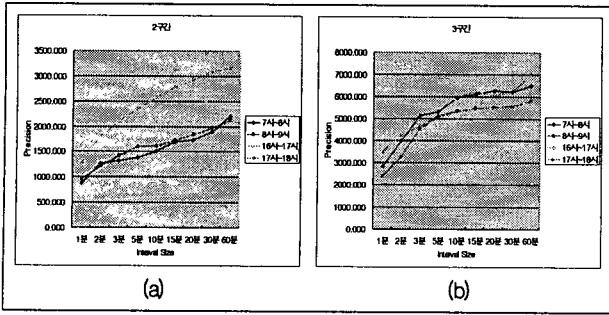
실제 수집된 구간통행시간 자료를 이용하여 4장에서 제안한 적정 집계간격 결정방법론에 적용하였다.

현장실험을 통하여 얻어진 구간을 통과한 전체 차량을 조사하여 수집된 자료를 바탕으로 4장에서 제안한 적정 집계간격 결정방법론에 집계간격 1분, 2분, 3분, 5분, 10분, 15분, 30분, 60분 순으로 적용하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

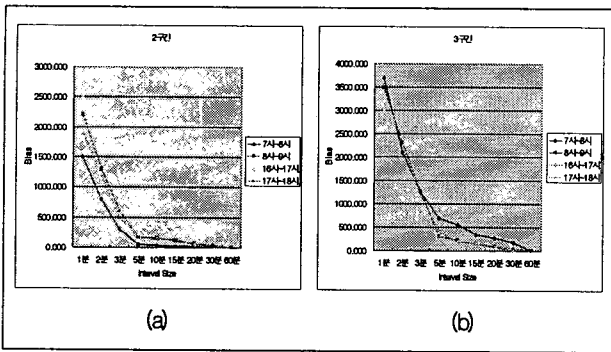
그림 8에서 보듯이 Precision은 집계간격이 증가하면서 값이 증가하는 경향을 보였고, 그림9에서 보듯이 Bias는 집계간격이 증가하면서 감소하다가 집계간격이 대상시간과 일치하는 60분에 0이 되었다.

위의 두가지 항목을 tradeoff하여 가중평균한 결과 MSE는 그림 10과 같이 도출되었고, 집계시간간격 5분에서 오차가 최소가 되는 경향을 나타내었다.

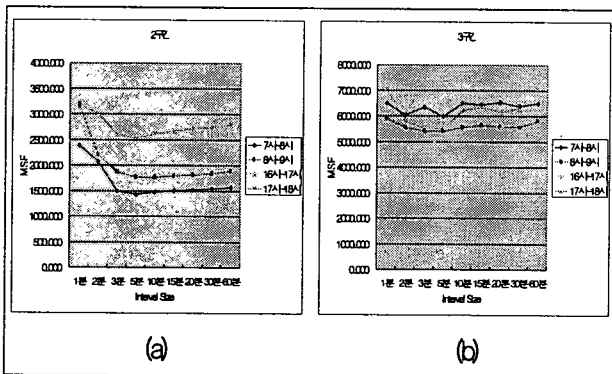
결론적으로 현재 사용중에 있는 5분 집계시간간격이 적절하다는 결론이 도출되었다.



<그림 9> Precision 비교



<그림 10> Bias 비교



<그림 11> MSE 비교

VII. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 MSE개념을 이용하여 단속류에서의 구간통행 시간을 산출하기 위한 적정 집계간격을 산출하였고, 단속류에서 AVI 장치를 이용한 구간통행자료 표본자료에 대한 표본수집오차에 대해 연구하였다. 본 연구에서 적용한 MSE개념을 이용한 적정수집주기산출 모형은 박동주(2001)가 제안한 모형을 적용하였다.(1)

모형에 적용한 데이터는 국도 42호선 양지-용인구간에서 수집되었으며, 구간을 통행하는 전차량을 조사하였다. 적용결과 단속류에서 구간통행시간 추정을 위한 적정 집계간격은 5분으로 분석되었다.

따라서, 현재 구간의 통행시간정보제공시스템에서 적용중에 있는 정확한 통행시간 추정을 위한 집계간격 5분 적용은 적

절하다고 분석되었다.

하지만, 본 연구에서 검토된 현재 운영중인 AVI 장치를 이용한 구간통행자료는 표본수집오차가 존재할 가능성이 내재된 것으로 분석되었다.

즉, 현재 설치된 AVI 시스템은 대상 도로의 일부차선에만 설치되어있기 때문에, AVI 시스템을 통해 얻어진 샘플자료는 일부구간의 데이터가 수집되지 않음으로서 Random 샘플링이 되지 않고, 모집단과 Bias하게 수집됨으로서 표본수집에 의한 오차를 포함한다. 이러한 오차를 포함한 수집데이터는 모수를 추정하더라도 실제 모집단(참값)을 대표하지 못하는 결과를 얻게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위해서는 첫째, 대상구간 전 차선에 AVI 장치를 설치하여 표본조사를 함으로써 샘플을 Random하게 수집할수 있을것이다. 둘째, 차선별로 통행에 미치는 목적합수를 규명하여 일부차선에만 AVI 장치를 설치하여 샘플을 수집한 경우 합수를 통한 모수추정이 가능하도록 알고리즘을 개발해야 하겠다.

본 연구는 단속류 통행시간 추정에 있어서 가장 기초적인 연구이며 여러 가지 측면에서 한계를 가지고 있다. 이 분야에 대한 연구가 기존에 활발하지 않은 관계로 앞으로 다양한 연구가 진행되어야 단속류에서의 보다 정확한 교통정보를 제공할수 있을것으로 판단된다. 본연구에 이어 연구되어야할 부분은 다음과 같다.

첫째, 본 연구는 단속류에서 가장 중요한 변수인 신호주기에 의한 단속류 통행시간의 영향을 밝혀내지 못하였으므로, 이에 대한 연구가 필요하다.

둘째, 적정 집계간격에 대한 분석 방법론으로 MSE개념을 이용한 방법모형을 적용하였으나, 통계적으로 다양한 방법이 존재하기 때문에 다양한 관점에서 적정 집계간격을 분석하는 연구가 요구된다.

셋째, AVI 장치를 일부차선에만 설치했을 경우 표본수집오차를 제거하기 위해서는 신호주기를 고려하여 대상구간내의 통행시간에 대한 특성을 정의하여 일부차선에서 수집하였을 경우에도 적용가능한 알고리즘이 필요하기 때문에 이에 대한 연구도 진행되어야 할것으로 판단된다.

참고 문헌

1. Dongjoo Park(2001), Identifying Optimal Data Aggregation Interval Sizes for Link and Corridor Travel Time Estimation and Forecasting"
2. Gajewski, B.J., Turner. SM, Eisele, WL., Spiegelman, O.H,(2001) "ITS Data Archiving : Statistical Technique for Inductance Loop Detector Speed Data", Transportation Research Record 1719, pp. 85-93
3. Park, D., Rilett, LR, Pattanamekar,(2002) "Estimating Travel Time Summary Statistics of Larger Intervals form Smaller Intervals without Storing Individual Data". Transportation Research Record 1804, pp. 39-47
4. 최영훈(1997), 비모수 통계학

5. 박병호(1995), 교통공학
6. 강병현(1995), 의사결정을 위한 현대통계학
7. 전명식(1994), 수리통계학
8. 심상우(2004), 링크미통과데이터를 활용한 링크통행시간 추정기법 개발, 아주대학교
9. 이정희(2001), 교통정보제공을 위한 구간통행시간 산출방법론 연구 ; 적정표본수 결정방법을 중심으로, 서울시립대학교
10. 홍은주, 김영찬(2002), “지점검지체계를 이용한 남산1호터널 구간통행시간 추정”, 한국ITS학회, 제1회 학술대회, pp173-176