

The Program for Teaching on Type I error and Type II error

Hyun-Seok Choi¹⁾

Abstract

At the conclusion from the hypothesis testing, there is a possibility of making Type I error and Type II error. The purpose of this article is to use this program in statistics teaching through developing the program for studying on the concept about these two errors, two kinds of the probability of errors by the variation of rejection region, two kinds of the probability of errors by the variation of sample size, the relations of the probability α and β by these two errors, and power function, power curve.

Keywords : 제1종 오류, 제2종 오류, 검정력, 엑셀 매크로

1. 서론

모집단의 특성에 대한 어떤 가설을 설정한 뒤에 표본관찰을 통하여 그 가설에 대한 채택여부를 결정하는 통계적 분석방법인 가설검정은 실제 자료 분석에서 가장 중요한 통계이론이지만 저학년이나 비전공자들이 가설검정문제와 그것을 해결하는 절차에는 많은 정의와 개념이 필요하기 때문에 어려움이 있다.

두 종류 오류의 확률에서 기각역과 표본의 크기를 변화시킬 때 확률의 변화상태, 검정력에서 대립가설 $H_1: \mu=\mu_1$ 에서 μ_1 의 값에 따라 다른 값을 가지는 것을 값을 변화시킬 때마다 계산하거나 그래프를 그려서 이해를 하여야 한다. 그러나 엑셀의 도구인 매크로와 양식도구를 이용하여 마우스로 값 변경 단추를 클릭하면 한 화면상에서 변화하는 값과 그래프가 바로 나타나게 할 수 있다.

통계학의 이론적인 내용을 강의 또는 학습할 때는 컴퓨터를 통한 적극적인 학습활동이 내용 이해에 많은 도움을 주므로 가설설명, 제1종 오류와 제2종 오류의 설명, 기각역 변화에 따른 두 종류 오류의 확률, 표본크기 n 의 변화에 따른 두 종류 오류의 확률, 검정력 함수 등을 효과적으로 학습할 수 있는 프로그램을 개발하여 소개한다.

2. 프로그램

Microsoft에서 개발한 엑셀(Excel)은 컴퓨터 소프트웨어에서 가장 많이 사용되는 소프트웨어이다. 일상생활에서 많이 사용되고 있고, 일반 사회업무와 밀접한 관계가 있는 엑셀이 통계학에서 점차 이용사례가 증가하고 있다. 엑셀의 통계분석도구는 다른 통계패키지보다 매우 제한적인 것은 사실이나 통계학개론에서 다루는 통계기법들을

¹ Lecturer, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu, 704-701, Korea
E-Mail : chsuk1@kmu.ac.kr

실습하는 데는 별로 어려움이 없다. 특히 매크로(Macro)로 프로그램을 작성하면 고급 통계기법들을 사용할 수 있다.

엑셀을 사용하여 통계자료분석을 다룬 문헌들이 대량으로 출판되고 있고, 웹사이트 <http://www.unistat.com>에서도 엑셀을 이용한 다양한 분석방법을 제공하고 있다. 기초 통계교육에 엑셀을 이용한 예는 조신섭 외(1998)(1999)의 논문, 송문섭과 조신섭(1999) 등의 통계교육용 도구(KESS) 개발, 최현석(2000)(2004)의 엑셀의 VBA로 통계교육용 프로그램 개발 등이 있다.

본 프로그램은 엑셀을 기반으로 하여 프로그램의 제어와 함수의 사용, 설명, 그래프 등을 위하여 양식도구, 매크로, VBA(Visual Basic for Application)를 사용하였다.

양식도구는 Dialog Sheet에서 대화상자를 사용자가 직접 작성할 때 사용하는 것으로 프로그램에서는 명령단추(CommandButton), 옵션단추(OptionButton), 그룹상자(GroupBox)를 사용하였다.

매크로는 이용자의 작업 처리를 코드로 기록해 두었다가 나중에 이 코드로 작업을 자동으로 수행하기 위한 명령으로 엑셀의 매크로는 VBA코드로 작성하며, 비주얼 베이직과 아주 유사한 구조이나 독립적인 컴파일러로 존재할 수 없고, 반드시 모체가 되는 응용프로그램에서 수행하게 된다.

VBA Project의 모듈 창에는 다음과 같이 코드를 작성하였다.

- ① Sub 문을 사용하여 일반프로시저로 작성하였다.
- ② 셀을 지정하여 입력받은 값을 수식을 이용하여 기록하는 프로시저를 작성하였다.
- ③ 엑셀 자체에서 제공되는 분석기능과 VBA 등으로 작성된 프로그램을 연결하였다 [Jacobson, (1997)].
- ④ 설명, 수식, 그래프 등은 Rectangle, Object, Group, Chartobjects 등으로 작성하여 ActiveSheet를 사용하여 활성화하였다.
- ⑤ 명령단추를 사용하여 단추를 누르면 바로 매크로가 실행되게 하였다.

본 프로그램은 <그림 2.1>의 경우에 대하여 학습할 수 있다.



<그림 2.1> 초기화면

3. 구성 및 설명

3.1 귀무가설과 대립가설

가설에 대한 설명화면으로 해당단추를 누르면 설명이 나타난다.

<그림 3.2>는 <그림 3.1>에서 가설설명①~⑦단추를 누르면 한 화면씩 차례로 나타난 화면으로 귀무가설과 대립가설에 대한 내용을 설명해준다. 엑셀 매크로로 파워포인트와 비슷하게 단계적으로 내용을 살펴볼 수 있다.

초기화면

가설설명①
가설설명②
가설설명③
가설설명④
가설설명⑤
가설설명⑥
가설설명⑦

귀무가설(대립가설)
지움

<그림 3.1
가설설명

대학의 모든 학생들의 평균 IQ가 120이라고 하는데 다른 이들은 120과는 다르다고 주장
이 사실을 받아들일수 있을 것인가의 여부

학생들의 평균 IQ가 120이다
귀무가설: 평균 IQ=120
 $H_0: \mu=120$

귀무가설(null hypothesis : H_0)
비밀은 주장이 타당한 것으로 볼수 없을때
부득이 받아들일수 밖에 없는 원래의 가설

대립가설(alternative hypothesis : H_1)
새로운 주장에 해당하는 가설

학생들의 평균 IQ가 120이 아니다
대립가설: 평균 IQ≠120
 $H_1: \mu \neq 120$

학생들의 평균 IQ가 120보다 낮다
대립가설: 평균 IQ<120
 $H_1: \mu < 120$

학생들의 평균 IQ가 120보다 높다
대립가설: 평균 IQ>120
 $H_1: \mu > 120$

<그림 3.2> 귀무·대립가설 설명

3.2 제1종 오류와 제2종 오류

가설설정, 분포곡선, 제1종 오류, 제2종 오류, 검정결과에 따라 발생하는 두 가지 오류에 대한 내용을 학습할 수 있다. 단추를 누르면 설명 또는 그래프가 나타난다. 각각의 단추를 변화시키면 각각역을 나타내는 막대가 움직여서 α 와 β 가 변하는 것을 바로 확인할 수 있다.

초기화면

표본크기	50	기각역	54
A	50		
평균	40		
표준편차	40		
표준오차	5.66		

가설설명①
가설설명②
가설설명③
가설설명④
가설설명⑤
가설설명⑥
가설설명⑦

귀무가설(대립가설)
지움

<그림 3.3> 제1종 오류·제2종 오류

초기화면

표본크기	50	기각역	54
A	50		
평균	40		
표준편차	40		
표준오차	5.66		

가설설명①
가설설명②
가설설명③
가설설명④
가설설명⑤
가설설명⑥
가설설명⑦

귀무가설(대립가설)
지움

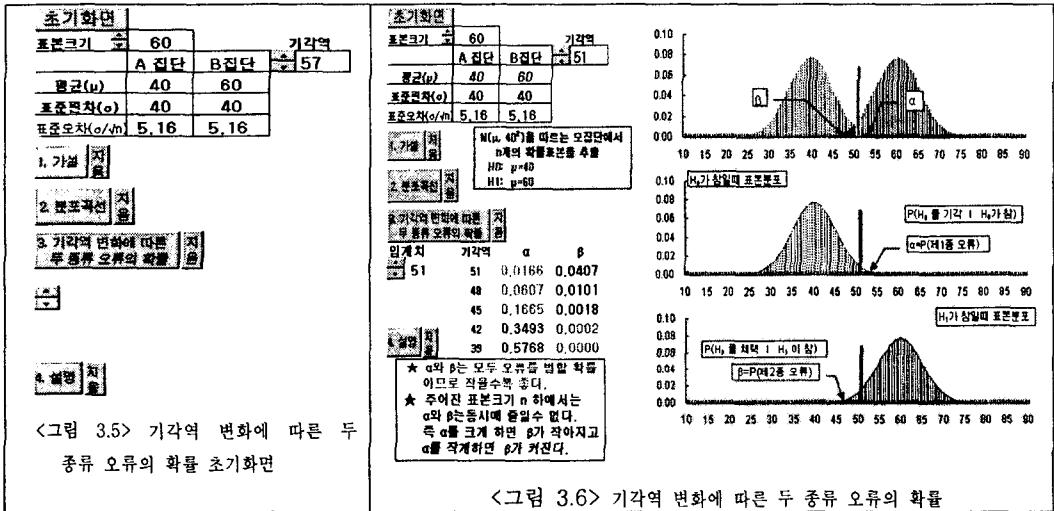
<그림 3.4> 제1종 오류·제2종 오류 설명화면

<그림 3.4> 제1종 오류·제2종 오류 설명화면

3.3 기각역 변화에 따른 두 종류 오류의 확률

주어진 표본크기 n 하에서는 α 와 β 를 동시에 줄일 수 없다. 즉 α 를 크게 하면 β 가 작아지고 α 를 작게 하면 β 가 커진다. 일반적으로 표본크기 n 이 고정되어 있는 상황에서는 검정이 달라짐에 따라 하나의 오류를 범하는 확률이 작아지면, 다른 오류를 범하는 확률은 커진다.

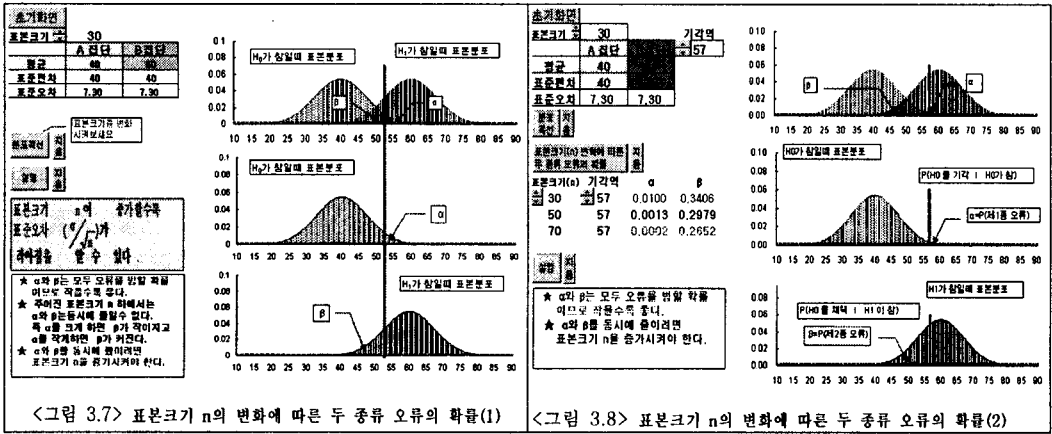
본 프로그램에서는 분포곡선에서 회전자(spinner)로 기각역의 크기를 변화시키면 기각역의 막대가 변하는 것을 확인할 수 있고, 확률단추를 누르면 α 를 크게 하면 β 가 작아지고 α 를 작게 하면 β 가 커지는 것을 확률과 그래프로 바로 확인할 수 있다.



3.4 표본크기 n 의 변화에 따른 두 종류 오류의 확률

가설검정문제에서는 표본크기 n 은 고정되어 있으며, 두 종류의 오류를 범하는 확률들을 동시에 작게 하는 검정을 찾는 것은 불가능하다. 두 종류의 오류를 범하는 확률들을 동시에 적게 할 수 있는 유일한 방법은 표본크기 n 을 증가시키는 것이다.

본 프로그램에서는 회전자(spinner)로 표본크기 n 을 증가시키면 그래프의 모양도 변하고 α 와 β 가 동시에 작아지는 것을 확인할 수 있다.



3.5 검정력

검정력이란 전체의 확률 1에서, 제2종 오류를 범할 확률 β 를 뺀 나머지 확률 $1-\beta$ 로써 사실이 아닌 대립가설을 기각할 확률을 말한다. 따라서 검정력이 클수록 검정의 결과가 양호하다고 할 수 있다. 그런데 모수가 대립가설에서 가정한 범위의 모든 값들을 취할 때 이 모수의 변화에 따라 검정력이 변화해가며 대립가설의 형태 또는 검정형식에 따라 그 변화가 달라진다는 것을 알 수 있다. 대립가설의 모수와 검정력사이에 하나의 함수관계가 성립하는데 이 함수를 검정력함수(power function)라 하고 $f(\theta)=1-\beta$ 로 나타낸다. $f(\theta)$ 를 그래프로 나타낼 때 이를 검정력곡선(power curve)라고 한다. 제2종오류를 범할 확률 β 와 모수 θ 와의 관계도 나타낼 수 있는데 이를 작용특성치함수(operating characteristic function)라 하고 $g(\theta)=1-f(\theta)=1-(1-\beta)=\beta$ 로 나타낸다. 함수 $g(\beta)$ 를 그래프로 나타낼 때 이를 작용특성곡선(operating characteristic curve)라고 한다.

본 프로그램은 모평균과 모비율에 대하여 검정력 함수, 검정력 곡선, 작용특성치 함수, 작용특성치 곡선 등을 구할 수 있다.

<표 3.1> 검정력 계산 범위

검정력 계산 범위	
모평균의 검정력	모비율의 검정력
$\sigma \text{ known} \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ $\sigma \text{ unknown} \Rightarrow n \geq 30 \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ $\sigma \text{ unknown} \Rightarrow n < 30 \Rightarrow t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$	표본의 크기 n이 충분히 큰 경우

<표 3.2> 모평균의 검정력 계산식

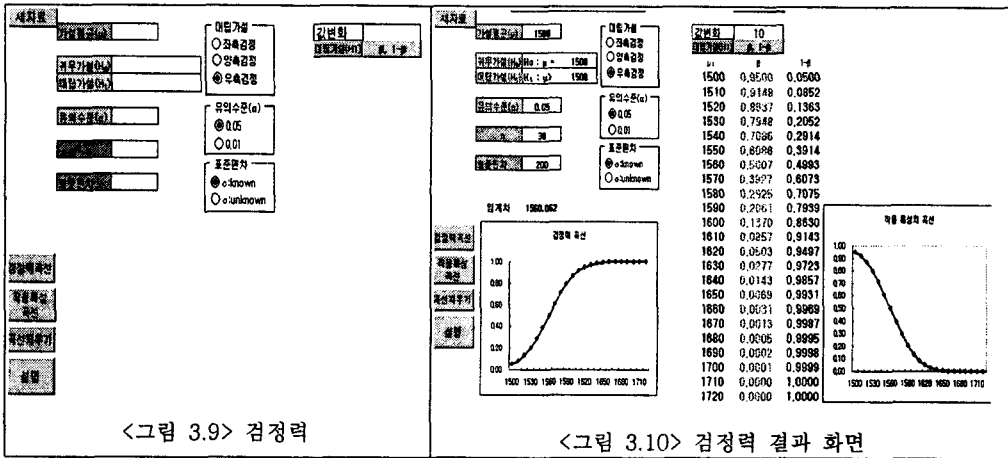
모평균의 검정력 계산(모분산이 σ^2 인 정규모집단)		
$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$	$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$	$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$
$\mu = \mu_1 (\mu_1 < \mu_0)$ 에서의 검정 $1 - \beta = P(\bar{X} < \mu_0 - z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \mid \mu = \mu_1)$ $= P(Z \leq \frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} - z_{\alpha})$	$\mu = \mu_1$ 에서의 검정 $1 - \beta = 1 - P(\mu_0 - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \mu_0 + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \mid \mu = \mu_1)$ $= 1 - P(\frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} - z_{\alpha/2} < Z < \frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} + z_{\alpha/2})$	$\mu = \mu_1 (\mu_1 > \mu_0)$ 에서의 검정 $1 - \beta = P(\bar{X} > \mu_0 + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \mid \mu = \mu_1)$ $= P(Z > \frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} + z_{\alpha})$

<표 3.3> 모비율의 검정력 계산식

모비율의 검정력 계산(표본의 크기가 큰 경우)		
$H_0: p = p_0, H_1: p < p_0$	$H_0: p = p_0, H_1: p \neq p_0$	$H_0: p = p_0, H_1: p > p_0$
$p = p_1 (p_1 < p_0)$ 에서의 검정 $\hat{p}^* = p_0 - z_{\alpha} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ $1 - \beta = P(\hat{p} < \hat{p}^* \mid p = p_1)$ $= P(Z < \frac{\hat{p}^* - p_1}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n}}})$	$p = p_1$ 에서의 검정 $\hat{p}_1^* = p_0 - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ $\hat{p}_2^* = p_0 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ $1 - \beta = P(\hat{p} < \hat{p}_1^* \mid p = p_1) + P(\hat{p} > \hat{p}_2^* \mid p = p_1)$ $= P(Z < \frac{\hat{p}_1^* - p_1}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n}}}) + P(Z > \frac{\hat{p}_2^* - p_1}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n}}})$	$p = p_1 (p_1 > p_0)$ 에서의 검정 $\hat{p}^* = p_0 + z_{\alpha} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ $1 - \beta = P(\hat{p} > \hat{p}^* \mid p = p_1)$ $= P(Z > \frac{\hat{p}^* - p_1}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n}}})$

검정력 함수 및 작용특성치 함수는 표본의 크기가 변화함에 따라 그 곡선의 모습을 달리한다는 것이다. 즉 표본의 크기를 증가시킬 경우 표본분포는 분산이 감소하면서 평균을 중심으로 밀집한 분포를 이루게 된다. 따라서 대립가설에서 가정한 모수를 일정폭으로 변화시킨다고 할 경우 제2종 오류를 범할 확률 β 와 검정력 $(1 - \beta)$ 는 표본의 크기가 증가되기 이전의 경우보다 더 크게 변화한다. 표본의 크기를 증가시킬 경우 작용특성치 곡선과 검정력 곡선의 기울기의 절대값이 증가되어 그 곡선은 경사도가 큰 모습을 이루게 된다.

본 프로그램은 마우스 클릭만으로 대립가설의 선택여부에 따라, 유의수준의 값 변화에 따른 작용특성치 함수 및 검정력 함수가 표본의 크기가 변화함에 따라 변하는 함수값과 곡선의 모양을 화면상에서 바로 확인할 수 있다.



<그림 3.9> 검정력

<그림 3.10> 검정력 결과 화면

4. 결론

본 프로그램에서는 제1종 오류와 제2종 오류를 학습하는데 결과가 나오는 과정을 GUI(Graphic User Interface)환경으로 버튼을 누름으로써 진행이 되는 능동적으로 직접 실행하는 학습이 되도록 하였다. 설명, 수 입력, 결과가 동일 화면상에서 이루어지고, 기각역과 표본의 크기에 따라 확률과 그래프의 변화에 따른 출력결과의 변화를 동시에 비교할 수 있는 특징이 있다. 엑셀 매크로를 이용한 한 모집단의 추정과 가설 검정에 대한 자료 분석은 최현석(2004)에 발표되어 있다. 본 프로그램은 <http://home.kmu.ac.kr/~statexe> 의 자료실에서 다운받아서 사용할 수 있다.

참고문헌

1. 송문섭, 조신섭 (1999). 엑셀에 기초한 통계학 입문, 자유아카데미, 서울.
2. 조신섭, 송문섭, 이윤모, 성병찬, 윤영주, 이현부 (1998). "기초통계교육을 위한 통계패키지의 비교 연구 및 엑셀을 이용한 한글 통계패키지의 구현." 「한국통계학회 춘계학술발표회 논문집」, 75-79.
3. 조신섭, 송문섭, 이윤모, 성병찬, 윤영주, 이현부 (1999). 기초통계교육을 위한 통계소프트웨어의 개발 -Excel에 기초한-. 품질경영학회지, 제27권 제2호, 277-290.
4. 최현석 (2000). 웹상에서 통계교육 및 자료처리 사이트 구축에 관한 연구, 계명대학교 박사학위논문.
5. 최현석 (2004). The Development of Program for Teaching on Statistical Inference at One Population, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, vol 15, 543-554.
6. Jacobson, R. (1997). *Microsoft Excel 97 Visual Basic Step by Step*. Redmond, W.A.: Microsoft Press.