

# 신뢰성 해석을 이용한 심해용 내압용기의 최적화

정태환\* · 노인식\*\* · 이재환\*\* · 한승호\*\*\*

\*충남대학교 선박해양공학과 대학원 박사과정

\*\*충남대학교 선박해양공학과 교수

\*\*\*한국기계연구원 구조연구부 구조안전그룹

## Optimization of the Deep-sea Pressure Vessel by Reliability analysis

TAE-HWAN JOUNG\*, IN-SIK NHO\*\*, JAE-HWAN LEE\*\* AND SEUNG-HO HAN\*\*\*

\*Candidate of Ph. D., Naval Architecture & Ocean Engineering, Chungnam National University, Daejeon, Korea

\*\*Professor, Naval Architecture & Ocean Engineering, Chungnam National University, Daejeon, Korea

\*\*\*Senior Researcher, Korea Institute of Machinery & Materials, Daejeon, Korea

**KEY WORDS:** Reliability analysis 신뢰성 해석, Reliability index 신뢰도 지수, Probability of failure 파괴확률, AFOSM 개선된 일계이차모멘트 법, RSM 응답면기법, Monte-Carlo Simulation method 몬테-카를로 모사법

**ABSTRACT:** In order to consider statistical properties of probability variables used in the structural analysis, the conventional approach using the safety factor based on past experience usually estimated the safety of a structure. Also, the real structures could only be analyzed with the error in estimation of loads, material characters and the dimensions of the members. But the errors should be considered systematically in the structural analysis. In this paper, we estimated the probability of failure of the pressure vessel. And also, this paper presents sensitivity values of the random variable. Finally, we show that reliability index and probability of failure can present the tolerance limit of dimension of random variables.

### 1. 서 론

구조해석에 사용되는 구조물의 기하학적 치수나 재료 물성치, 작용되는 하중 등은 필수불가결하게 불확실성을 가지게 된다. 그러나 기존에 사용되었던 확정론적 해석에서 가정되는 인자의 대표적인 값(주로 평균값)은 표준편차 등을 고려하지 않은 불확실성을 가지고 있으므로 구조물을 안전성을 합리적으로 평가할 수 없다. 따라서 구조물의 안전성을 합리적으로 평가하기 위해서는 이러한 불확실성의 정도를 체계적으로 고려한 구조해석에 의거한 설계가 되어야만 한다.

기존의 안전계수 방법보다 체계적이며 논리적인 확률·통계 이론을 적용하여 구조물의 안전성을 보다 정밀하고 합리적으로 다루는 확률론적인 해석방법이 1960년대 이후로 활발히 도입되었다. 이러한 확률론적인 해석을 신뢰성 해석이라고 하는데, 특히 구조물의 신뢰도를 제약조건으로 놓아 각 변수의 확률특성(평균, 분산 등)을 고려하여 목적함수를 최적화시키는 것을 신뢰성기반 최적설계(RBDO; Reliability Based Design Optimization)이라고 한다. 신뢰성 기반 최적설계는 설계자가 만족하는 신뢰도를 구속 조건으로 사용하게 되는데, 이는 신뢰성 해석 방법의 구분으로 두 가지의 방법론 즉, 신뢰도 지수 접근방법(RIA; Reliability Index Approach)과 목표 성능치 접근방법(PMA; Performance Measure Approach)으로 나뉘어 질 수 있다.

구조물의 신뢰성 평가는 신뢰도 지수(Reliability Index;  $\beta$ )에

제1저자 정태환 연락처: 대전광역시 유성구 궁동 충남대학교

042-821-7766 s.joung@cnu.ac.kr

의해 구조물의 파괴확률(Probability of failure;  $P_f$ )을 쉽게 구할 수 있는데, 신뢰도 지수  $\beta$ 를 구하기 위해서는 한계상태방정식(Limit state equation)이 필요하게 된다. 그러나 복잡한 구조물의 경우에는 한계상태방정식을 설계변수의 함수로 나타낸다는 것이 매우 어렵기 때문에 Monte-Carlo Simulation법이나 응답면 기법(RSM; Response Surface Method)와 같은 추출법을 사용한다. Monte-Carlo Simulation법은 설계변수를 각각의 밀도 함수에 맞도록 추출하고, 이 값으로 기존의 구조해석 방법을 통하여 상태함수 값을 구한 다음, 계산된 상태함수 값을 통계-분석하여 파괴확률을 구하는 방법이다. 이 경우 매우 정확한 파괴확률을 구할 수 있지만, 구조해석을 반복회수만큼 수행되어야 하므로 시간이 많이 소요되는 단점을 가지고 있다. 이와 같은 단점을 극복하기 위해 유한 요소법에 확률이론을 도입한 확률유한 요소법(PFEM; Probability Finite Element Method)이 등장하였는데, 확률유한요소법은 단 한번의 구조해석으로서 구조물의 신뢰성해석을 위한 불확실량을 얻을 수 있으나, 정식화에 한계가 있어 현재 널리 사용되고 있는 상용 구조해석용 소프트웨어와 결합하기 어려운 문제점이 있다. 따라서 적은 횟수의 구조해석을 수행함과 동시에 복잡한 정식화를 피하고, 기존의 구조해석용 소프트웨어와의 결합을 용이하게 하기위해 응답면 기법이 사용된다. 응답면 기법(RSM)은 확률변수의 2배 정도의 횟수만큼 구조해석을 수행함으로써 신뢰성 해석에 필요한 한계상태방정식을 유도할 수 있고, 확률유한요소법에서와 같은 복잡한 정식화가 필요 없으며, 기존의 구조 해석용 소프트웨어와의 결합 가능성은 현실적으로 관심있는 문제들에 대해 구조물의 거동에 대한 파괴확률을 계산할 수 있음을 의미하므로, 신뢰성 해석을 이

용한 구조설계에 대단히 효율적이라 할 수 있다(양영순 등, 1999).

본 연구에서는 신뢰성 해석에 입각한 구조 설계를 위한 모델로서 심해용 무인잠수정의 내압용기에 대하여 파괴확률을 산정하고 최적화를 수행하였는데, 제작의 편리를 위해 보강재가 없는 경우와 경량화 및 좌굴 강도를 높이기 위해 보강재가 있는 경우로 나누어서 고려하였다. 보강재가 없는 내압용기의 경우에는 Monte-Carlo Simulation 법과 AFOSM을 이용하여 구조 신뢰성 해석을 수행하고 파괴확률을 구하였다. 또한 두께의 표준편차에 대한 파괴확률을 산출하여 제작 시 발생할 수 있는 공차의 범위를 제시하였다. 보강재가 있는 경우의 내압용기의 경우에는 보강재 부위의 라운딩 된 부분의 곡률반경을 RSM에 의해 형상을 최적화하고 공차가 발생할 경우 파괴확률을 산정하였다.

## 2. 구조 신뢰성 이론

### 2.1 Monte-Carlo Simulation Method

Monte-Carlo 추출법은 파괴확률을 근사적으로 추정하는 가장 대표적인 방법인데, 이 방법은 파괴확률을 구하기 위한 한계상태방정식이 식 (1)과 같이 정의될 경우, 확률변수들의 결합확률밀도함수(JPDF; Joint Probability Density Function)를 이용하여 각 확률변수의 분포특성이 반영된 난수를 추출하여 충분한 수의 확률변수의 표본집단(Set)을 생성한 다음, 생성된 각 확률변수의 값을 차례로 한계상태식에 대입하여 그 값을 0과 비교하여 구조물이 안전성을 판단한다.

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx \quad (1)$$

모두 N개의 확률변수 집단을 추출하여 구조해석을 수행하였을 때, 한계상태식이 0보다 작은 경우가  $n_f$ 번 관측 되었다면, 파괴확률  $P_f$ 는 다음과 같이 근사적으로 추정할 수 있다.

$$P_f = \frac{n_f}{N} \quad (2)$$

이와 같이 M.C.S. 방법은 한계상태방정식에 어떠한 변형도 가지 않고 원래의 형태를 그대로 보존하며 파괴확률을 구하며, 특히 한계상태방정식이 확률변수의 수학적인 함수로 명확한 (explicit) 형태로 주어지지 않은 경우에도 파괴확률을 추정할 수 있다. 그러나 파괴확률의 정확성을 보장하기 위해서는 전체추출횟수 N의 값이 충분히 크지 않으면 안 되며, 특히 파괴확률이 적을수록 파괴된 경우의 수가 작게 되므로 동일한 수준의 정확성을 위해서는 N의 크기가 대단히 중요하다. 이론적으로는 N의 값이 무한대이어야 추정된 파괴확률이 정확하다고 할 수 있으나, 이는 현실적으로 불가능하므로 적절한 범위에서 N의 크기를 결정하는 것이 Monte-Carlo 추출법의 정확성과 효율성을 결정하는 중요한 변수가 된다. 따라서 Shooman등은 전체추출횟수

(N)를 결정하기 위해 발생할 수 있는 오차를 N번의 추출로부터 추정한 파괴확률을 이용하여 제시하기도 하였다(Shooman, 1968).

특히 복잡한 구조물일 경우, 확률변수를 추출하기위해 구조해석을 수행하여야 하므로 구조해석을 위한 시간까지 필요하게 된다. 그러므로 Monte-Carlo 추출법은 주로 다른 방법들의 검증용으로 사용되고 있다. Monte-Carlo 추출법을 이용하여 파괴확률을 구하는 과정을 Fig. 1에 Flow chart로 나타내었다.

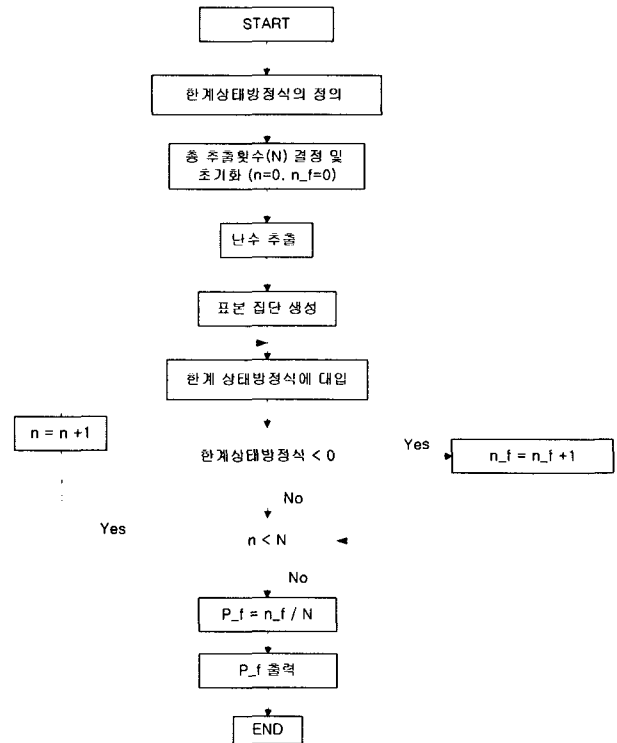


Fig. 1 Flow chart of Monte-Carlo Simulation method

### 2.2 모멘트 법

Monte-Carlo Simulation 법은 직접 모의실험 한 결과를 이용하여 근사적으로 파괴확률을 구하는 데 비하여, 모멘트 법은 모든 확률변수의 확률분포가 평균과 분산(표준편차)만에 의해 모든 통계적인 특성이 결정되는 정규분포라는 가정을 전제로 하여 파괴확률의 지표인 신뢰도 지수  $\beta$ 를 산출하여 파괴확률을 산정한다.

즉 모멘트 법은 한계상태방정식을 1차 또는 2차 함수로 단순 근사하여 정규분포의 확률분포함수를 이용하여 파괴확률에 대한 간접적인 지표로서 신뢰도 지수를 계산하는데, 한계상태방정식을 파괴점(MPFP; Most Probable Failure Point)에서 어떻게 근사하느냐에 따라 일계이차모멘트 법(FOSM; First Order Second Moment Method)과 이계이차모멘트 법(SOSM; Second Order Second Moment Method)으로 나뉘어 질 수 있다. 그러나 두 방법에 의한 해석 결과는 그다지 많은 차이가 나지 않음이 여러 연구에서 밝혀져 있으므로 본 연구에서는 비교적 해석이 간편한 일계이차모멘트 법 중 Hasofer-Lind가 제안한 개선된

일계이차모멘트법(AFOSM; Advanced First Order Second Moment Method)을 사용하였다.

### 2.2.1 신뢰도 지수의 개념 및 파괴확률

한계상태방정식  $g(X)$ 가 정규분포를 따르는 변수  $X_i$ 의 선형 합으로 이루어져있다면 다음의 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$g = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n \quad (3)$$

여기서 한계상태방정식  $g$ 의 값을 새로운 확률변수  $G$ 라고 하면, 확률변수  $G$ 의 확률분포 또한 정규분포가 되며,  $G$ 의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$\mu_G = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_i \quad (4)$$

$$\sigma_G = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j Cov[X_i, X_j] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (5)$$

따라서 한계상태방정식  $g$ 에 대한 파괴확률은 새롭게 정의된 정규분포 확률변수  $G$ 에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_f = P[G \leq 0] = \Phi\left(\frac{0 - \mu_G}{\sigma_G}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_G}{\sigma_G}\right) \quad (6)$$

여기서 한계상태방정식의 표준편차에 대한 평균의 비를 신뢰도 지수 (Reliability Index,  $\beta$ )라 정의하며, 파괴확률은 신뢰도 지수  $\beta$ 를 이용하여 다음과 같이 간단히 정의할 수 있다.

$$P_f = \Phi(-\beta), \quad \text{where } \beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} \quad (7)$$

정의된 신뢰도 지수  $\beta$ 는 확률론적인 관점에서 기하학적으로 보면, Fig. 2에서와 같이 0으로부터 확률변수  $G$ 의 평균  $\mu_G$ 까지의 거리와 표준편차  $\sigma_G$ 의 비로서 생각할 수 있다.

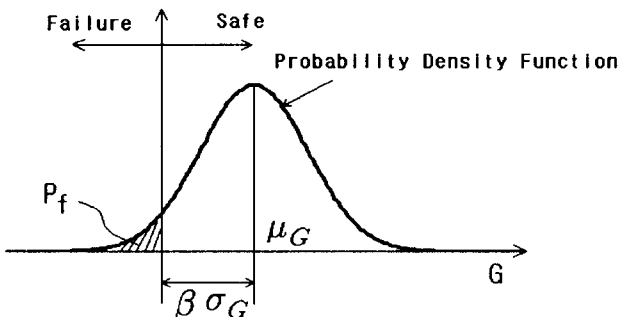


Fig. 2 Probabilistic Concept of Reliability Index

신뢰도 지수의 값은 커질수록 파괴확률이 감소하게 되므로, 신뢰도 지수가 큰 값을 가져야 구조물이 안전하게 된다.

모멘트 법은 비선형으로 정의된 한계상태방정식을 어느 한 점( $X_1^*$ ,  $X_2^*$ , ...,  $X_n^*$ )에서 Taylor 급수로 전개하여 선형식으로 근사시키는데, 이때 선형화 시킨 한 점( $X^*$ )을  $X_i^*$ 의 평균치( $\mu_i$ )와 같다고 하고 한계상태방정식  $g$ 의 평균과 표준편차는 구하여 앞의 식 (6), (7)을 이용하여 신뢰도 지수와 파괴확률을 구하는 법을 평균 일계이차모멘트 법(MFOSM; Mean value First Order Second Moment Method)이라고 한다. 평균 일계이차모멘트 법은 다루기가 편리하나, 평균점에서 1차 근사하므로 역학적으로 동일한 파괴양식에 대한 한계상태방정식일지라도 표현방법에 따라 서로 다른 파괴확률이 계산되는 불변성(Invariant) 결여의 문제점을 가지고 있다.

### 2.2.2 개선된 일계이차모멘트 법 (AFOSM)

개선된 일계이차모멘트 법(AFOSM; Advanced First Order Second Moment Method)은 평균 일계이차모멘트 법의 불변성이 결여되는 문제를 해결하기 위하여 Fig. 3와 같이 기본 확률변수들을 Fig. 4와 같은 표준정규분포를 갖는 새로운 변수로 선형 변환하여 변환된 좌표공간의 원점으로부터 가장 가까운 거리에 있는 파괴면상의 한 점(MPPF; Most Probable Failure Point or Design Point)에서 선형 근사화하여 그 점까지의 거리를 신뢰도 지수  $\beta$ 로 정의하는 방법이다. 원점으로부터 파괴점까지의 최단 거리를  $\beta$ 라고 하면, Fig. 5에서 보는 바와 같이 파괴확률을 그 점에서의 표준정규분포로 이해할 수 있다.

확률변수의 개념을 가진 모든 설계 변수를 식 (8)과 같이 표준화하고 파괴점에서 1차항까지만 Taylor 전개를 수행하여 선형화된 한계상태방정식은 식 (9)와 같으며, 표준화 된 좌표공간의 원점에서 파괴점( $U^*$ )까지의 최단거리  $\beta$ 는 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (8)$$

$$g(U) \approx g_0(U) = \sum \left[ \frac{\partial g}{\partial U_i} \right]_{U^*} (U_i - U_i^*) \quad (9)$$

$$\beta = -\sum U_i^* \left[ \frac{\partial g}{\partial U_i} \right]_{U^*} / \sqrt{\sum \left[ \frac{\partial g}{\partial U_i} \right]_{U^*}^2} \quad (10)$$

Fig. 3은 2차원 좌표계에서의 평균점에서 결합밀도함수에 의해 한계상태방정식으로 접근하여 파괴확률을 구하는 과정을 보이고 있는데, 그림에 보는 바와 같이 한계상태방정식이 달라지면 파괴확률이 달라질 수 있음을 보인다. 이러한 불변성 결여의 문제를 Fig. 4와 같이 X-공간을 U-공간으로 Mapping시켜 평균점을 원점으로 결합밀도함수를 원의 방정식으로 변환하여 동일한 파괴점을 갖도록 하여 이러한 문제점을 해결한다.

Fig. 4와 Fig. 5에 결합밀도함수와 한계상태방정식에 의해 구해진 파괴확률의 기하학적 의미를 보이고 있으며, 대부분의 경

우 원점은 안전영역에 포함되어 있다. 따라서 이 원점으로부터 동일한 거리에 떨어진 파괴점을 찾을 수 있다. 원점으로부터 파괴점(MPFP or MPP ; Most Probable Failure Point)까지의 거리를 신뢰도 지수  $\beta$ 라고 정의할 수 있으며, 최단거리를 구하기 위해 최적화 기법을 도입할 수 있다. 즉, AFOSM에서는 표준정규분포 확률변수의 공간에서 주어진 한계상태식까지(MPFP까지)의 최단거리를 구하는 것을 목적으로 하는 다음의 식 (11)과 같은 전형적인 최적화 과정으로 정의할 수 있다(Hasofer & Lind, 1974).

$$\beta = \min (U^T U)^{1/2}; \quad \text{Subject to } g(U)=0 \quad (11)$$

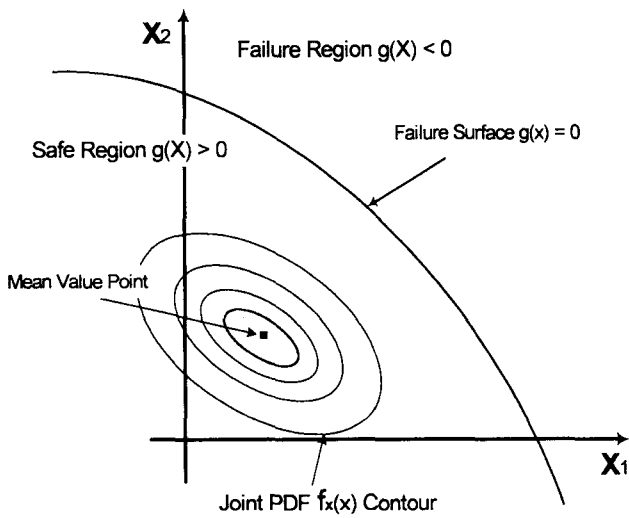


Fig. 3 Base Coordinate System (X-Coordinate system)

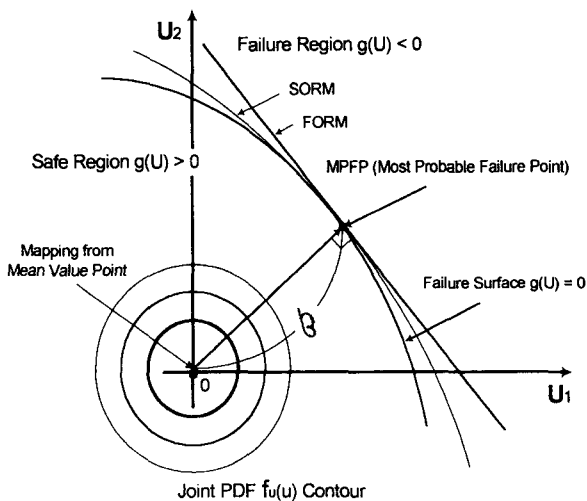


Fig. 4 Standard Transferred Coordinate System (U-Coordinate System)

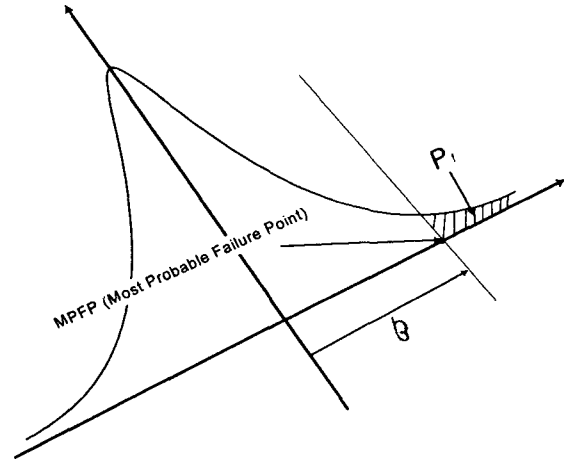


Fig. 5 Geometric Concept of Reliability Index

### 2.3 응답면 기법 (RSM)

응답면 기법(RSM; Response Surface Method)은 적은 횟수의 구조해석결과를 이용하여 회귀분석 등의 방법으로 관심이 있는 구조물의 응답을 확률변수의 함수로 explicit하게 근사하여, 근사된 한계상태식을 이용하여 신뢰성 해석을 수행하고 안전성을 평가하는 방법이다. 즉, 응답면 기법은 주어진 입력에서의 원하는 응답만을 고려하여 한계상태방정식을 근사하므로 가능한 모든 구조해석과 파괴양식을 고려할 수 있는 장점이 있으므로 현실적으로 이용할 수 있는 실질적인 해석방법이다.

앞절에서 살펴본 바와 같이 신뢰성해석에 있어서 가장 관심이 있는 영역은 파괴가 발생하기 쉬운 영역으로 표준화된 확률변수의 공간에서 원점으로부터 가장 가까이 있는 한계상태방정식상의 점(MPFP) 근처이므로 응답면 기법에 의해 근사된 한계상태방정식은 이 영역에서 근사의 정확도가 좋아야한다.

따라서 응답면 기법을 이용하여 근사를 수행함에 있어 식 (11)의 선형 보간을 이용하여 근사 영역의 중심점을 MPFP 쪽으로 이동시킨 다음 재근사 시켜 MPFP 부근에서 높은 정확도를 보장할 수 있도록 하는 방법이 제안되었다(Bucher 등, 1990).

$$x_{\bar{i}}^{*w} = x_{\bar{i}}^{old} + (x_{\bar{i}}^{MPFP} - x_{\bar{i}}^{old}) \frac{F(x_{\bar{i}}^{old})}{F(x_{\bar{i}}^{old}) - F(x_{\bar{i}}^{MPFP})} \quad (11)$$

여기서  $x_{\bar{i}}^{*w}$ 는 새로운 중심점을 의미하고,  $x_{\bar{i}}^{old}$ 는 근사시 이용된 중심점을,  $x_{\bar{i}}^{MPFP}$ 는 근사식을 이용하여 구한 MPFP를 의미하며,  $F(\cdot)$ 는 구조해석으로부터 얻은 응답이다.

응답면 기법으로 한계상태방정식을 구한 후, 파괴확률을 계산하기 위해 추출법을 사용하는데, 기존의 추출법을 사용할 경우 추출 횟수만큼 구조해석을 반복하여야하므로 계산적 노력이 과다하게 소모되는 문제가 있다. 그래서 추출법의 계산적 효율을 증가시키기 위해 향상된 추출법으로 파괴확률을 추정하게 되는데, 표본점을 선정하는 것이 중요하다.

본 연구에서는 통계학의 중회귀분 석에 기반하여 연성항을 포함한 2차 다항식으로 한계상태방정식을 근사하는 중심합성계획

법(CCD; Central composite Design)을 이용하여 실험계획을 수립, 구조해석을 수행하였다.

### 3. 원통형 실린더 부의 구조 신뢰성 해석

본 연구의 대상모델은 Fig. 6과 같은 6000m급 무인잠수정에 탑재될 내압용기로서 재질은 Ti-6Al-4V를 사용하여 제작하게 되는데, 신뢰성 해석에 앞서 길이(L) 1000m, 내경(D) 210mm에 대하여 안전계수 1.25를 만족시키기 위한 두께를 각종 경험식 및 유한요소코드를 이용하여 결정하였다. 확장론적 방법에 의해 제안된 두께는 14.5mm로서 777bar(약 심해 7,608m에 상당)까지 안전하다고 판단되었다(노인식 등, 2004).

그러나 제시된 두께는 재료 특성치(항복응력)의 불확실성, 하중의 변화, 편심, 두께의 공차 등 불확실성을 고려하지 않았으므로 좀 더 합리적인 설계 지침을 마련하기 위해 신뢰성 해석이 요구되는데, 본 연구에서는 제시된 두께를 기본으로 재료의 항복응력, 하중, 평균직경, 두께를 확률변수로 가정하여 파괴확률을 산출하였고, 특히 평균직경과 두께에 대하여 신뢰도 지수  $\beta$ 를 3이상으로 만족시키기 위한 표준편차를 제시하여 보았다. 여기서 신뢰도 지수  $\beta$ 가 3이라는 것은 파괴확률이 0.0013(약 0.13%), 즉 최대항복응력을 넘지 않을 확률이 0.9987(약 99.87%) 이 된다는 것을 의미한다.

구조 신뢰성 해석을 위한 한계상태방정식은 식 (12)와 같고, 확률변수로 가정된 설계변수는 정규분포로 가정하였으며, 이에 대한 평균, 표준편차, 변동계수는 Table 1과 같다.

$$Z = R - L = \sigma_y - \frac{PDS}{2tn} \quad (12)$$

여기서  $\sigma_y$  는 재료의 항복응력, P는 외부의 작용압력, D는 평균직경, t는 두께, S는 안전계수,  $\eta$ 는 판의 이음효율인데 여기서 안전계수 S와 이음효율  $\eta$ 는 확정적인 값인 1.0을 사용하였으며 실제 제작환경에 따라 추후 변경이 가능하다.

설계된 내압용기는 구조 신뢰성 해석 전문 프로그램인 NESSUS 7.0에 의해 Hasofer-Lind가 제안한 AFOSM을 이용하여 신뢰성해석을 수행한 결과 파괴확률은 약 0.0016(약 0.16%)로서 이때의 신뢰도지수는 약 2.947이다. 신뢰성 해석에 사용된 AFOSM의 파괴확률을 검증하기 위해 Monte-Carlo 추출법을 이용하였는데, 표본의 랜덤추출 횟수를 10,000번으로 하여 계산된 파괴확률은 0.0012로서 사용된 AFOSM은 신뢰할 수 있는 수준임을 알 수 있었다.

신뢰도 지수  $\beta$ 에 대한 민감도 값  $\alpha_i$ 을 Table 2에 나타내었다. 신뢰도 지수  $\beta$ 에 대한 민감도 값은 항복응력( $\sigma_y$ )과 두께(t)가 큰 값을 나타내는데 양의 부호는 그 값이 커질수록 신뢰도 지수가 감소하여 파괴확률이 증가함을 의미하며 음의 부호는 반대이다.

설계변수의 평균과 표준편차가 Table 1과 같이 유지될 경우, 평균반경과 두께의 표준편차를 변화시킬 경우 AFOSM에 의한 신뢰도 지수  $\beta$ 의 값을 Fig. 7과 8에 나타내었다. 신뢰도 지수  $\beta$ 를 3이상으로 만족시키기 위한 평균직경과 두께의 표준편차는

각각 20.00mm, 1.3~1.4mm이므로 공차의 크기는 이보다 작게 가공하여야 함을 알 수 있다.

Table 1 Properties of Random variables

구분 \ 설계 변수	$\sigma_y$ [MPa]	P [MPa]	D [mm]	t [mm]
평균	850.0	60.0	224.5	14.5
표준편차	85.0	6.0	22.45	1.45
변동계수(%)	10	10	10	10

Table 2 Sensitivity value( $\alpha_i$ ) for the Reliability index  $\beta$

구분 \ 설계 변수	$\sigma_y$ [MPa]	P [MPa]	D [mm]	t [mm]
민감도 ( $\alpha_i$ )	-0.5718	0.4219	0.4219	-0.5630

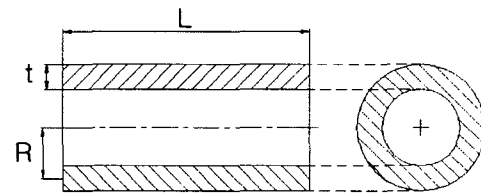


Fig. 6 Dimension of the pressure vessel

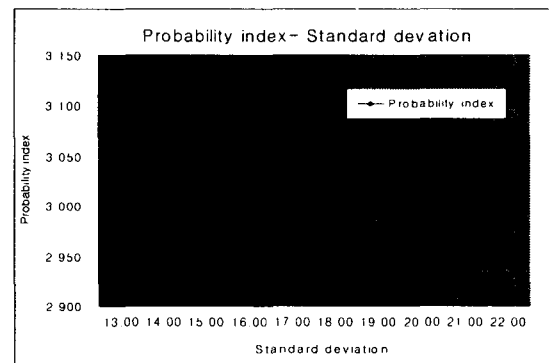


Fig. 7 Comparison Standard deviation and Reliability Index of Diameter

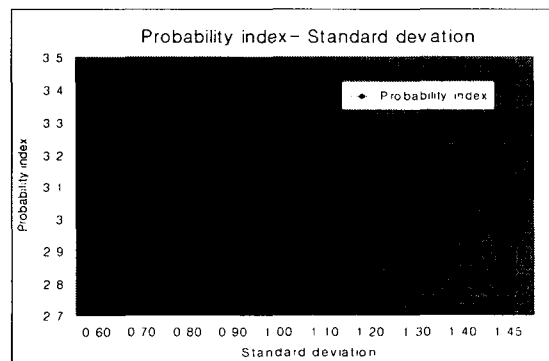


Fig. 8 Comparison Standard deviation and Reliability Index of Thickness

#### 4. RSM을 이용한 형상 최적설계

원통형 실린더 부는 좌굴강도를 증가시키고 내압용기 자체의 중량을 감소시키기 위해 원환으로 보강하기도 한다. 원환으로 보강된 원통형 실린더의 붕괴양식은 원통형 실린더 자체의 두께와 원환 보강재의 크기 및 간격에 따라 축대칭 좌굴붕괴, 비축대칭 좌굴붕괴, 전체 좌굴붕괴의 3가지로 나뉘어 질 수 있는데, Fig. 9와 같이 설계된 내압용기의 원통형 실린더 부에 관하여 3가지 붕괴양식에 대해 경험식을 이용하여 외부압력 790bar까지 안전성을 입증한 바 있다(정태환 등, 2003).

본 연구에서는 안전성이 입증된 내압용기에 대하여 응력집중이 발생할 수 있고, 기계가공이 어려운 각진 부분의 라운딩 형상을 최적화하였다.

라운딩 부를 최적화하기 위하여 문제를 3단계로 나누었는데 첫 번째는 상용프로그램인 ANSYS에서 제공하는 PDS(Probabilistic Design System)를 이용하여 가장 큰 응력이 발생하는 절점에 가장 영향을 크게 주는 설계변수(R)를 찾고, 두 번째는 가장 영향을 크게 주는 설계변수에 대해 원하는 응력내의 범위에서 최소의 부피를 갖는 최적 설계를 수행하였다. 마지막으로는 최적화된 설계변수의 값을 실제 제작 시에 가공오차의 범위를 주어 ANSYS/PDS로서 파괴확률을 구하였다.

본 연구에서 해석하고자 하는 보강된 내압용기와 같이 복잡한 구조물의 경우, Monte-Carlo추출법은 난수를 발생시켜야 하고 또한 구조해석의 횟수가 보통 10,000번 이상 필요하므로 적용이 거의 불가능하며, AFOSM과 같은 모멘트 법의 경우는 한계상태 방정식의 정식화가 거의 불가능하므로 적용할 수가 없다. 따라서 응답면 기법(RSM)에서 중심합성계획법(CCD)을 이용하여 실험계획을 수립하여 구조해석을 수행하였다.

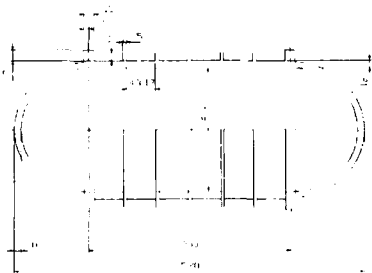


Fig. 9 Design of the Ring stiffened Pressure vessel

##### 4.1 설계변수(R)의 민감도 산출

구조해석을 위한 대상 모델은 Fig. 9와 같이 보강된 원통형 쉘의 양단에 반구형을 취한 형상인데, 내압용기의 기하학적 형상, 작용되는 하중, 경계조건이 중심축에 대하여 대칭이므로, 해석 결과 또한 중심축을 통해 취해진 어떠한 단면이나 동일할 것으로 예상되기 때문에 Fig. 10과 같이 축대칭 2차원 단면으로 모델링하였다. 사용된 요소는 2차원 축대칭 해석이 가능한 8개의 절

점을 가진 2차원 판 요소(PLANE82)로서 초기 구조해석에 사용된 요소수는 총 713개이고, 절점수는 1,045개이며, 라운딩 된 부위는 유한요소의 오차가 발생하지 않는 범위에서 조밀하게 요소를 분할하였다.

초기의 라운딩 값은 3.00mm을 부여하였으며, 이 값을 가지고 상용유한요소 프로그램(ANSYS)에 의해 해석된 결과, 응력(Von-mises 등가응력)은 내압용기의 가장 안쪽 벽면에서 발생하며, 그 크기는 약 480MPa이었다. 가장 큰 응력이 발생하는 절점에 영향을 크게 주는 설계변수(R)를 찾기 위해 Fig. 10에 보는 바와 같이 7개의 R로 나누어 1.00~4.00사이의 값을 취하도록 하였는데, 응답면 기법(RSM)에 기반한 실험 계획법에 의해 표본을 추출하여 ANSYS에서 제공하는 PDS(Probabilistic Design System)를 이용하여 구조해석을 수행하였다. 해석 결과, Fig. 12와 Table 3에 나타난 민감도 값은 관심이 있는 절점에 대하여 R3와 R1은 반지름이 커질수록 응력이 감소하고 R2는 반지름이 커질수록 응력이 증가하는 경향을 보인다. 또한 R3, R1, R2의 순으로 최대 응력에 대한 민감도의 값이 크고, 나머지 R값의 영향은 미미하므로 따라서 설계변수로서 R1~R3을 선택하여 최적화 과정을 수행하였다.

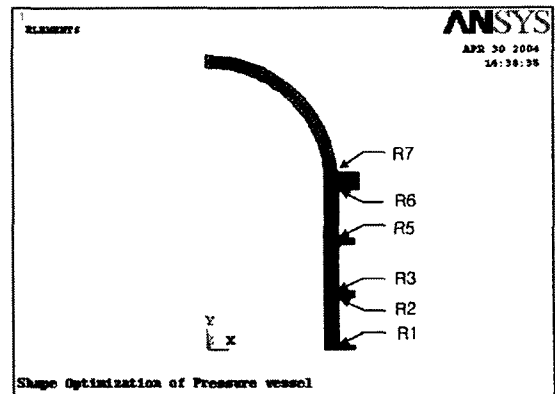


Fig. 10 Finite Element Model of the Ring stiffened Pressure vessel

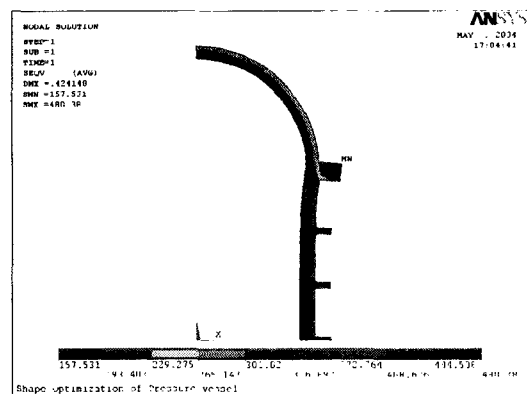
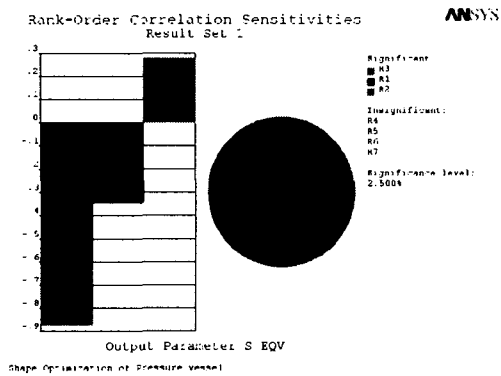


Fig. 11 Stress Contour of the Ring stiffened Pressure vessel

**Table 3** Sensitivity value( $\alpha_i$ ) for the Reliability index  $\beta$

설계 변수	구분	민감도 ( $\alpha_i$ )	Normalized	Rank
R1		-3.4373e-001	23.01%	2
R2		2.7810e-001	18.62%	3
R3		-8.7194e-001	58.37%	1
R4		-8.2889e-004	-	-
R5		3.3669e-003	-	-
R6		1.1115e-002	-	-
R7		3.2980e-003	-	-



**Fig. 12** Rank-Order Sensitivities of the Round effect

**4.2 설계변수(R)의 최적화**

설계변수 R1~R3의 3개의 설계 변수에 대하여 최소의 응력을 가지며 최소의 부피를 가지는 최적화 해석을 수행하였다. 최적화는 ANSYS에서 제공하는 최적화 알고리즘을 사용하였는데, 최적점은 국부 최소값을 피하기 위해 전역 탐색에서 나온 최적화 결과를 초기값으로 하여 최적화 알고리즘을 다시 수행하여 정확도를 높였다. 최적설계를 위한 목적함수는 중량이며, 제한함수는 등가응력과 설계변수로서 식 (13)과 같이 정식화 하였으며, 최적화 된 결과는 Table 4와 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } W \text{ (Weight of the Pressure vessel)} \\ & \text{Subject to } \textit{EquivalentStress} \leq 480 \text{ MPa} \\ & 1.00 \leq R \leq 4.00 \end{aligned} \quad (13)$$

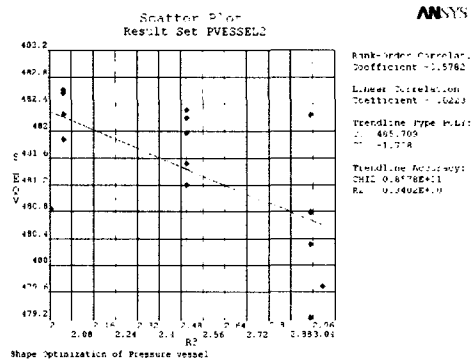
**Table 4** Optimization result of the Pressure vessel (Rounding parts)

설계 변수	구분	Dimension [mm]	Von-Mises Stress [MPa]
R1		2.3888	
R2		3.0695	479.05
R3		2.2718	

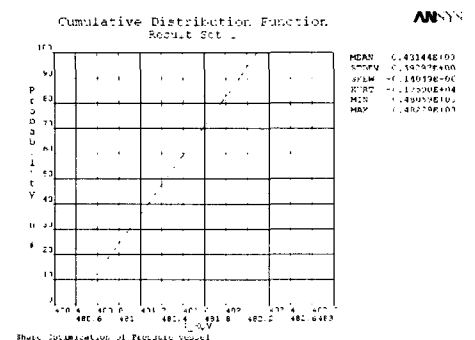
**4.3 설계변수(R)의 변동에 대한 내압용기의 파괴확률**

확정론적 방법에 의해 원하는 응력을 만족시키는 최적점을 찾아 이 값을 도면에 기입하여 생산현장에 보낸다고 하여도 제작에서는 반드시 공차가 발생하게 되므로 설계자가 원하는 정확한 응력을 100% 보장할 수는 없다. 이 경우 설계 기준값(항복 응력)을 만족하기 위해 생산현장에서의 공차를 가정하여 해석함으로써 파괴확률을 산출하고, 원하는 신뢰도 지수를 목적함수로 하는 최적화 과정을 통해 원하는 설계변수의 공차를 추정할 수 있다. 그러나 공차가 너무 작아지면 공차관리 비용이 높아지므로 주의하여야 한다. 본 연구에서는 최적 설계된 결과를 실제 제작을 고려하여 소수점 둘째자리에서 반올림하였으며 반올림된 R의 치수는 R1과 R3은 2.5mm, R2는 3mm이다. 신뢰성해석을 위한 공차는 R1과 R3은  $\pm 0.5\text{mm}$ , R2는  $\pm 0.6\text{mm}$ 로 가정하여 해석하였다.

신뢰성 해석이 수행된 결과를 Fig. 13~15에 나타내었는데, Fig. 13은 민감도 값이 가장 큰 R3에 대한 응력의 산포도를 보여 준다. 추출된 R3는 그 값의 크기가 커질수록 응력이 감소하는 방향임을 알 수 있다. 따라서 응력을 작게 관리하고 싶은 경우는 R3를 크게 하는 방향으로 산포를 주어야 함을 알 수 있다. Fig. 14는 응력의 누적분포함수(CDF; Cumulative Distribution Function)를 보여주고 있는데, 입력매개변수(R)의 공차범위가 R1과 R3은  $\pm 0.5\text{mm}$ , R2는  $\pm 0.6\text{mm}$ 일 경우, 응답(응력)의 확률 값을 확인할 수 있다. 만약 여기서 482.2MPa에서 재료가 붕괴된다고 한다면 480.6MPa까지 응력을 허용하는 경우 파괴확률은 약 5% 미만임을 알 수 있다.



**Fig. 13** Scatter plot of R3 and Von-mises stress



**Fig. 14** Cumulative Distribution Function(CDF) of the pressure vessel

## 5. 결 론

본 논문에서는 추출법과 모멘트 법 및 응답면 기법에 대한 신뢰성 이론을 검토하고, 외압을 받는 내압용기의 원통형 실린더부에 대하여 신뢰성 해석을 수행하여 파괴확률을 추정하여 보았는데, 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 보강되지 않은 원통형 실린더에 대하여 신뢰성 해석을 수행, 파괴확률을 추정하고, 목표 신뢰도 지수( $\beta_T$ )가 3일 경우에 대하여 평균직경과 두께의 공차(표준편차)를 제시하였다.

2. 원환으로 보강된 원통형 실린더에서는 라운딩 될 부분을 설계변수로 하여 형상을 최적화 하였다. 최적화를 위한 단계를 3단계로 나누었는데, 우선 최대응력이 발생하는 절점의 응력에 대한 민감도 값을 산출하고, 민감도 값이 큰 부분을 선택하여 최적화하였으며, 마지막으로 최적화된 치수에 대해서는 실제 생산현장에서 가공이 될 경우의 공차(표준편차)를 제시하여 파괴확률을 구하였다. 이러한 설계과정은 구조물의 최적설계 과정에 파괴확률을 적용하여 신뢰도 지수를 제약조건으로 놓아 각 변수의 확률특성(평균, 분산 등)을 고려하여 목적함수를 최적화시키는 신뢰성 기반 최적설계(RBDO)의 기초로서 만족할 수 있는 구조물의 강건화를 구현할 수 있다.

본 논문에서는 정하중이 작용할 경우에 대하여 신뢰성 해석을 수행하여 파괴확률을 산정하였으나, 이를 바탕으로 비선형 거동에 대한 신뢰성해석과 동적하중을 받는 구조물의 동적 신뢰성 해석 등에도 적용할 수 있을 것으로 사료된다.

## 후 기

본 연구는 한국해양연구원 해양시스템안전연구소의 2004년도 "차세대 심해용 무인잠수정 개발 과제"의 위탁 연구 결과의 일부분이며, 연구에 도움을 주신 관계자 여러분, JAMSTEC의 Dr. Aoki, Dr. Hyakudome에게 감사를 표합니다.

## 참 고 문 헌

- 양영순, 서용석, 이재욱 (1999). 구조 신뢰성 공학, 서울대학교 출판부.
- 정태환, 노인식, 이재환, 이관목 (2003). "외압을 받는 내압용기의 보강 원통형 셸 및 국부구조설계", 대한조선학회 춘계 학술대회 논문집, pp 610-615
- 노인식, 정태환, 천일용 등 (2004). "심해 무인잠수정의 내압장치 구조해석", 한국해양연구원 보고서.
- 이재환, 정태환, 허유정, 이관목 (2002). "심해용 무인잠수정의 내압용기 구조설계", 대한조선학회 추계학술대회 논문집,

pp 380-384.

양영순, 서용석. "Response Surface Method에 의한 구조 신뢰성 해석"

김요숙, 신영수, 이화미 (2000). "철근콘크리트 전단벽의 수정된 AFOSM 해석에 관한 연구", 대한건축학회 논문집, 182호, p11-17.

박석재, 최의호, 김요숙, 신영수 (2001). "한계상태방정식에 따른 평면응력요소의 신뢰성 해석", 한국강구조학회논문집, 13권 5호, p567-575.

(주)태성에스엔이 FEA사업부 (2002). ANSYS 사용자를 위한 예제 모음집, (주)태성에스엔이, p277-291

Shooman (1968). "Probabilistic Reliability : An Engineering Approach", McGraw-Hill, New York

Hasofer A.M., Lind L.C. (1974), "Exact and Invariant Second Moment Code Format", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 100