

복잡한 형상 주위의 유동해석을 위한 키메라 격자 기법 연구

A Study of Chimera Grid Technique for Flow Analysis around Complex Geometry

임영택*, 김문상(한국항공대학교)

1. 서 론

전산유체역학의 적용범위가 넓어짐에 따라 보다 복잡한 유동장 해석을 위한 격자형성이 주요한 문제로 떠올랐고 격자형성은 전산유체역학의 주요한 연구분야가 되었다.

지금까지 다양한 격자생성기법들이 개발되었음에도 불구하고 격자계는 문제마다 달리 생성되어야 하기 때문에 격자형성에 드는 시간이 전체 작업시간 중 많은 비중을 차지하고 있다[1].

키메라(chimera) 격자기법은 여러개의 격자들을 독립적으로 세부형상에 대해서 생성하기 때문에 복잡한 형상에 대해서도 뛰어난 직교성(orthogonality)과 최소화된 비틀림(skewness)을 제공할 수 있는 장점이 있으며, 각기 다른 지배방정식을 적용할 수 있는 특징이 있다[2]. 또한 물체의 상대운동이 있는 유동장 해석 시 전체 격자의 계속적인 재형성 대신 격자계의 상대적 위치 변경만으로 수월하게 계산할 수 있어 격자형성에 드는 노력 및 시간을 감소시킬 수 있다[3][4]. 하지만 격자점이 물체 안에 놓이는 경우 계산에서 제외시키는 과정이 필요하고, 격자 경계에서의 유동정보 전달을 위한 내삽 기법 등 부가적인 작업이 필요하다.

또한, 캐노피 형상이나 항공기의 동체와 날개의 접합부와 같이 서로 다른 물체 영역을 중첩시켜 형상을 구현할 경우, 물체 경계 안쪽에 놓여진 격자점을 제외시키는 과정에서 접합 부분의 계산영역에 공백 영역이 형성되어 물리적으로 타당하지 않는 결과를 도출함과 동시에 잘못된 유동 정보를 내삽하게 되어 해의 질과 수렴성을 떨어뜨리는 결과를 초래하게 된다. 따라서 지금까지는 격자의 형성에 주의를 기울여 계산 영역의 공백이 생기지 않게 하거나, 부가적인

격자계를 추가함으로써 해결 해왔다. 그러나 이러한 해결책은 키메라 격자기법의 장점인 격자형성의 용이성에 상반되는 것이므로 보다 간편하고 강성한 해법을 필요로 해왔다.

본 연구에서는 접합 부분의 격자 공백 문제를 해결하기 위하여 개선된 hole 구성 기법을 개발하였고, 이를 미사일 형태의 동체에 반구형 캐노피를 가지는 형상에 대해 적용하여 계산하였다.

2. 지배방정식

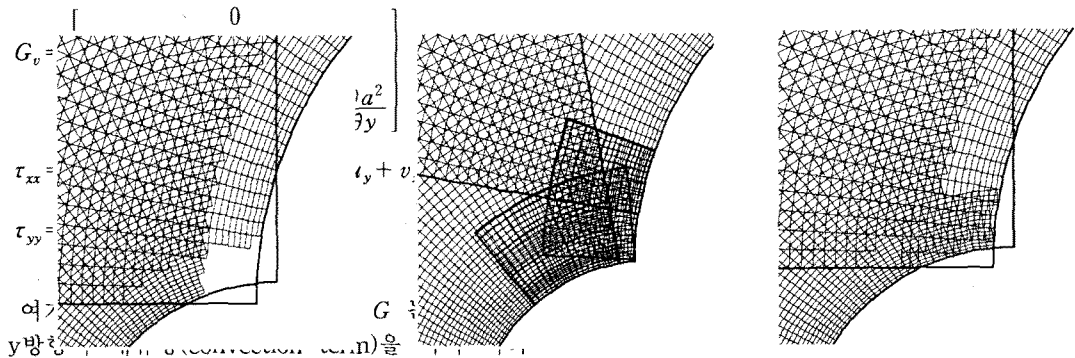
본 논문에서 사용된 지배방정식은 직교 좌표계에서 유동 변수들을 자유 흐름(free stream values)에 대하여 무차원화 시킨 2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식으로서 식 (1)과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho E + p)u \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho E + p)v \end{bmatrix}$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + \frac{\mu}{Pr(\gamma-1)} \frac{\partial a^2}{\partial x} \end{bmatrix}$$



내며, (a)는 Hole 구성 방법, (b)는 Collar Grid 기법, (c) 개선된 Hole 구성 기법 (diffusion term)을 각각 나타낸다. [3]의 중첩되는 물체 접합부의 계산 영역

3. 키메라 격자 기법

3-1. 계층적 격자구조

격자 간에 적절한 상호관계를 맺기 위해서 계층적인 격자구조를 도입하는 것이 효과적이다. 이를 통하여 전체 격자계의 자료구조를 단순화시킬 수 있으며 내삽을 위해 다른 격자계 위의 격자점을 찾는 범위를 줄일 수 있다. 예를 들어 계층구조의 n번째에 해당하는 격자계는 n-1번째 격자계에 전부, 혹은 일부분 포함되어 있는 동시에, 그 자신에 완전히 혹은 부분적으로 포함되어 있는 n+1번째의 격자계를 가질 수 있다.

3-2. Hole 구성 기법

독립적으로 형성된 격자계에서는 한 격자계의 격자점들이 다른 격자계 상의 고체 경계 안쪽에 위치하는 경우가 있다. 이런 경우 고체 경계 안쪽에 위치한 격자점들을 계산에서 제외시키고, 고체 경계 안쪽의 값이 유동 정보 전달 시 내삽되지 않게 하여 해의 정확도를 높인다.

따라서 각각의 영역 내부에 Hole을 구성하여 계산에서 제외하는 격자점을 찾는 과정이 사용된다. 이러한 과정은 정상유동 계산 시에는 1번만 사용하여 경계처리를 하면 되지만, 비정상유동 계산 시에는 매번 이러한 과정을 반복해야 하므로 계산시간을 줄이는 방법이 고려된다[6].

Hole point를 찾는 방법으로는 직선이나 간단한 곡선으로 이루어진 C-Curve를 설정하여 간단한 연산만으로 Hole point를 찾는 방법이 있으나 복잡한 형태를 지닌 고체 경계나 정밀한 형상의 경우에는 적용에 무리가 있어 본 연구에서는 임의의 형태를 가진 고체 경계에 대하여

Hole point를 정확히 찾아내는 알고리즘을 사용하였다[7][8]. 또한, 그림 1의 (a)에서처럼 물체의 경계가 서로 겹치는 경우에 일반적으로 사용하는 Hole 구성 기법을 쓰면 접합 부분에 공백이 생겨 올바른 유동장을 계산할 수 없게 되는 현상이 생긴다[9]. 이런 경우 그림 1의 (b)에 나타난 collar grid라는 부가적인 격자계를 추가하는 방법이 있다. 이는 공동을 적절히 메울 수 있지만, 격자수를 증가시키며, 격자 형성 방법을 복잡하게 만드는 문제점을 가진다[10].

본 연구에서는 기존의 알고리즘을 변형하여 그림 1의 (c)와 같이 계산 영역에 공백이 생기지 않도록 Hole을 찾는 알고리즘을 개발하여 계산에 적용하였다.

흔히 Hole을 구성할 때 고체 경계면에서 적절한 높이의 Offset Line을 구성하는데 이를 C-Curve라고 하고, 검사 중인 격자계의 격자점 중 다른 격자계의 C-Curve 안쪽 영역에 위치하는 격자점을 찾아 Hole로 정의한다. 개선된 Hole 구성 기법은 그림 2에 나타난 영역만을 검사하는 방법으로, Hole을 검사 중인 격자계 자신의 C-Curve 안쪽에 있는 격자점은 검사에서 제외하고 외곽에 있는 격자점만을 Hole의 대상으로 검사하는 방식을 사용하여 접합부에 격자의 공백이 생기지 않도록 하였다.

3-3. Hole 경계(Fringe Point)의 구성

Hole의 정의를 보다 안전하게 하고, 유동정보를 전달받기 위해 Hole 경계를 구성한다. 이를 Fringe 라고 하며 Fringe Point를 찾는 방법은 Hole Point가 아닌 임의의 점 p(i,j)의 이웃하는

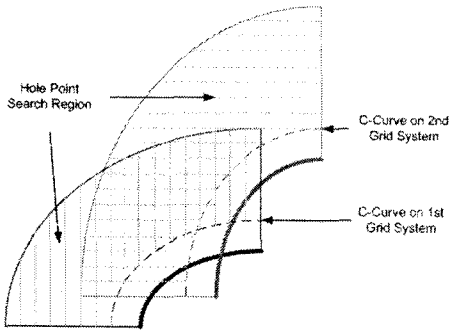


Fig. 2 Hole 검사 영역

4개의 계산점들 중에서 어떤 한 점이라도 Hole Point이면 Fringe Point로 정의하고 이 점 역시 계산에서 제외한다. Hole 경계를 찾는 방법은 IBH array를 이용하여 식 (2)와 같이 계산된다.

$$S = IBH_{i,j} \times IBH_{i-1,j} \times IBH_{i+1,j-1} \times IBH_{i,j-1} \quad (2)$$

Hole에서는 $IBH = 0$ 이고 Hole이 아닌 위치에서는 $IBH = 1$ 이다. 따라서 검사점을 둘러싼 4개의 점 중 하나라도 Hole이면 S가 0이 된다. 이때, 검사점은 Fringe Point이므로 $IBF_{i,j} = 0$ 으로 한다.

3-4. 격자계간 유동정보의 전달

카메라 격자기법은 한번의 반복계산을 위해서 상위 격자계에서 하위 격자계로 순방향으로 한번, 하위 격자계에서 상위 격자계로 역방향으로 한번, 총 두 차례 격자계간 유동정보 전달이 필요하다.

본 연구는 격자계간의 유동정보 전달을 적용하기 쉽고 안정적인 결과를 가져오도록 하는 Bilinear interpolation을 사용하였다.

Bilinear interpolation은 Fringe point를 둘러싸는 4개의 Donor point를 찾아내어 값을 내삽하게 되는데 이러한 과정은 상당한 계산 시간을 차지하며 donor point 중 hole point가 존재하는 경우가 생길 수 있으므로 잘못된 정보가 전달되지 않도록 세심한 주의가 필요하다[10].

3-5. Solution Algorithm의 수정

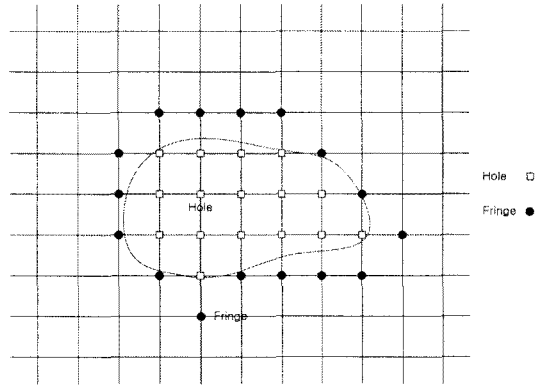


Fig. 3 Hole & Fringe Construction

고체 경계 안쪽에 위치하는 격자점인 Hole point영역을 계산에서 제외하기 위해서는 solution algorithm에 수정이 가해져야 한다.

식 (3)은 유동해석 시 많이 풀게 되는 Block Tri-diagonal Matrix의 일반적인 형태다.

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & & & & & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & & & & & \\ & A_3 & B_3 & C_3 & & & & \\ & & A_4 & B_4 & C_4 & & & \\ & & & A_5 & B_5 & C_5 & & \\ & & & & A_6 & B_6 & C_6 & \\ & & & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta Q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서, $\Delta Q = Q^{n+1} - Q^n$ 이다.

위 행렬식의 각 요소에 아래 식을 적용하면,

$$\begin{aligned} R_i &= R_i \times IBH_i \times IBF_i \\ a_{mn} &= a_{mn} \times IBH_i \times IBF_i \\ c_{mn} &= c_{mn} \times IBH_i \times IBF_i \\ b_{mn} &= b_{mn} \times IBH_i \times IBF_i \quad (m \neq n) \\ b_{mn} &= (b_{mn} \times IBH_i \times IBF_i) \\ &\quad + (1 - IBH_i \times IBF_i) \quad (m = n) \end{aligned}$$

만일, 3, 4번 계산점이 Hole 또는 Fringe 라면 최종적인 행렬식은 3, 4번 위치에서 $\Delta Q = 0$ 즉, 시간 전진이 되지 않도록 식 (4)와 같이 변형된다.

참 고 문 헌

- [1] Thomson, J.F., and Weatherill, N.P., "Aspects of Numerical Grid Generation: Current Science and Art," AIAA Paper 93-3539-CP
- [2] J.A. Benek., and J.I. Steger, F.C. Dougherty, and P. G. Buning, "Chimera: A Grid-Embedding Technique," United States Airforce
- [3] 박승철, "Chimera Grid Scheme을 이용한 복잡한 물체나 서로 상대운동이 있는 경우의 정상, 비정상 유동장 해석," 한국과학기술원 석사학위논문, 1994.
- [4] T. Ren, and J.A. Edwards, "Multiple Moving Body Flow Simulations Using the Chimera Method and the AMR Algorithm," AIAA Paper 2001-4330.
- [5] 김용년, "점성 유동장 해석을 위한 최적의 벽면 경계 조건 도출에 관한 연구," 한국항공대학교 석사학위논문, 2002.
- [6] 김창성, "Chimera 격자와 N-S 방정식을 이용한 다중익형 주위 유동장 해석 및 3차원 다중익으로의 확장," 서울대학교 석사학위논문, 1997.
- [7] 변세중, "Chimera 격자기법을 이용한 3단형 로켓의 비점성 유동 해석," 서울대학교 석사학위논문, 1999.
- [8] 김홍만, "Overlapping 격자기법을 이용한 다중 요소 익형 주위의 비정상 유동장 해석," 서울대학교 석사학위논문, 1995.
- [9] Alexandre P. Antunes, "Chimera Simulations of Viscous Flows Over a Complex Satellite Launcher Configuration," AIAA Paper 2001-2475.
- [10] J.J. Chattot and Yong Wang, "Improved treatment of intersecting bodies with the chimera method and validation with a simple and fast flow solver," Computers & Fluids Vol.27, Nos5-6, pp.721-741, 1998.
- [11] Scott E. Sherer, and, James N. Scott, "Comparison of highly accurate interpolation methods," AIAA Paper 2001-0282.