

파동전달 특성을 이용한 압전센트 감쇠의 새로운 최적화방법

A New Approach to Identify Optimal Properties of Shunting Circuits for Maximum Damping of Structural vibration using Piezoelectric Patches

박준홍
Junhong Park

Key Words : Shunted Piezoelectric Patch (압전센트), Vibration Damping (진동감쇠).

ABSTRACT

The performance of the piezoelectric patches as vibration control elements depends on the shunting electronics which are designed to dissipate vibration energy through a resistive element. In this study, tuning of the shunting circuits is performed based on the wave propagation characteristics. Optimization of the electronic component is performed depending on the dynamic and geometric properties which include boundary conditions and position of the shunted piezoelectric patch relative to the structure. The developed tuning methods showed superior capabilities in minimizing structural vibration and noise radiation compared to other tuning methods. The tuned circuits are relatively insensitive to changes in modal properties and boundary conditions.

1. 서 론

기술의 발달과 더불어 복합재료를 이용한 샌드 위치판 등 첨단 복합재 구조물이 비행기나 자동차에 사용되면서 전체 구조물의 무게가 계속 줄어들고 있다 [1]. 이러한 무게의 감소는 구조소음 발생을 증대 시킬 수 있으며 이러한 소음의 발생이 연료효율의 증가라는 장점에도 불구하고 첨단 복합재 구조물이 적용되지 못하는 원인이 되기도 한다. 이러한 소음을 저감시키기 위해 구조물의 진동을 감소시키는 것이 효과적인 방법 중 하나이다.

압전센트감쇠는 Forward[2]가 최초로 제안한 이래로 진동제어에서 널리 쓰여지는 방법이다. 그 후 Haggard and Flotow 가[3] 압전센트감쇠에 의한 진동제어 메커니즘의 체계화된 해석 방법을 발표하였다. 압전소자의 진동 감쇠성능은 센트회로의 튜닝방법에 의해 좌우 된다. 지금까지 거의 모든 튜닝은 구조물의 모달 특성을 기초로 하여 이루어졌다 (리뷰는 참고문헌 4 와 5 를 참조). 기계동흡진기법[5]에 기초하였을 때 압전소자에 의한 최대감쇠는 고정점에서의 특성에 의해 결정된다. 이러한 튜닝 방법들의 단점으로 튜닝이 구조물의 모드 특성을 기초로 하여 이루어지기 때문에 몇 개의 모드에 대해서만 제한적으로 튜닝에 의한 감쇠를 기대할 수 있고, 모드 특성이 바뀜에 따라 튜닝의 성과가 크게 좌우되는 것을 들 수 있다.

여기에서는 파동전달특성에 기초하여 센트회로를 최적화함으로써 모달 특성에 기초한 방법에 비해 더 강인하면서, 감쇠효과가 뛰어난 방법을 보여 주고자 한다. 파동전

달특성을 해석함으로써 압전소자를 통한 진동에너지의 감쇠를 계산하고 이 감쇠를 최대화 하는 센트회로를 설계한다. 또한 압전소자의 구조물에서의 위치 그리고 경계조건에 따른 최적값의 변화에 대해서 알아본다. 최적화된 압전소자의 성능을 구조의 강체 진동을 계산하여 확인하고 모드 특성에 따른 튜닝의 성능과 비교 분석한다. 이 계산된 최적치를 능동필터를 사용하여 구현하는 방법, 그리고 이때 소자의 성능에 대해 실제 구조물의 진동을 계산하여 알아본다.

2. 센트회로가 구조물 동적특성에 미치는 영향

센트 회로가 압전소자에 연결되면 압전효과에 의해 진동에너지가 전기에너지로 전환되고 이 전기에너지를 센트회로를 통해서 열로 소산 시킴으로써 센트의 기계적특성이 바뀌게 된다. 압전소자가 그림 1 과 같이 센트 되어 있을 경우 소자의 탄성계수는 다음과 같다. [3]

$$E_p^{SU} = \frac{E_p^E (sC_p^T + Y^{SU})}{(sC_p^T + Y^{SU}) - k_{31}^2 sC_p^T}, \quad (1)$$

여기서 E_p^E 는 소자가 단락 되어 있을 때의 탄성계수이며, Y^{SU} 는 외부 센트회로의 부하 어드미턴스(electrical admittance)이며 C_p^T 는 압전소자의 캐페시턴스이다. 식 (1)으로부터 외부 센트 회로에 따른 소자의 탄성계수의 변화를 구할 수 있다. 이때 외부 센트 회로는 저항과 캐페시터, 인덕터 등의 직렬 및 병렬로 이루어진 회로를 가정할 수 있다. 압전소자가 부착된 보의 굽힘강성은 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{D}_{x1} = \hat{E}_b J_b + \hat{E}_p^{SU} J_p = D_{x1} (I + i\eta_D^{SU}), \quad (2)$$

여기서 E_b 는 보의 탄성계수이며 J_b and J_p 는 각각 보와 압전소자의 관성 모멘트이다. 보 자체의 굽힘강성은 $\hat{D}_{x2} = \hat{E}_b J_b$ 로 구해진다 .

* 한양대학교 기계공학부

E-mail : parkj@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2290-0424, Fax : (02) 2298-4634

3. 파동 전파 특성

압전소자를 통한 파동의 전파특성 중 그림 2 와 같이 보의 각기 다른 부분에 부착된 소자를 통한 파동의 전파에 대해서 알아본다. 보는 기하학적 (geometric) 혹은 일반 (general) 경계조건을 가질 수 있다. 전파특성을 계산하기 위해 보는 x -방향으로 무한대로 크다고 가정하면 스프링 경계조건의 경우에 계산 하였던 것과 마찬가지 방법[6]을 이용하여 압전소자를 통한 굽힘파의 전달과 반사율에 대해서 계산을 할 수 있다. 이때 굽힘파의 전달을 나타내는 운동방정식은 4 차 편 미분 방정식이며 다음과 같이 나타내 진다.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

여기에서 w 는 보의 움직이는 거리, 그리고 M 은 단위길이 당 질량이다. 이때 진동 파동의 반사, 전달, 그리고 소실의 계산은 경계조건에 따라 다르며 여기에서 고려된 경우는 그림 2에 나타내었다.

압전소자가 보의 경계에 그림 2(a)와 같이 부착되어 있을 경우 보의 움직임은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{w}(x) = (\hat{C}_{11}e^{-k_1(x+L)} + \hat{C}_{12}e^{ik_1x} + \hat{C}_{13}e^{-k_1(x+L)} + \hat{C}_{14}e^{ik_1x})(1 - H(x)) \quad (4)$$

$$+ (\hat{C}_{21}e^{-k_2x} + \hat{C}_{22}e^{ik_2x} + \hat{C}_{23}e^{-k_2x})H(x) = w_1(x)(1 - H(x)) + w_2(x)H(x)$$

여기서 H 는 헤비사이드 스텝 함수 (Heavyside step function)이며 k_1 과 k_2 ($k_{1,2} = (\omega^2 M_{1,2}/D_{x,1,2})^{1/4}$) 는 파동수이다. 경계조건을 이용하면 식(4)의 상수들이 결정된다. 여섯 개의 상수가 결정되어야 하며 따라서 여섯 개의 경계조건이 필요하다:

- $x=0$

$$\hat{w}_1(0) - \hat{w}_2(0) = 0, \quad \frac{\partial \hat{w}_1}{\partial x}(0) - \frac{\partial \hat{w}_2}{\partial x}(0) = 0, \quad (5a,b)$$

$$\hat{D}_{x1} \frac{\partial^3 \hat{w}_1}{\partial x^3}(0) - \hat{D}_{x2} \frac{\partial^3 \hat{w}_2}{\partial x^3}(0) = 0, \quad \hat{D}_{x1} \frac{\partial^3 \hat{w}_1}{\partial x^3}(0) - \hat{D}_{x2} \frac{\partial^3 \hat{w}_2}{\partial x^3}(0) = 0, \quad (5c,d)$$

- $x=-L$ (경계조건)

$$\hat{w}_1(-L) = 0, \quad \frac{\partial \hat{w}_1}{\partial x}(-L) = 0, \quad (\text{고정된 경계}) \quad (5e,f)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{w}_1}{\partial x^2}(-L) = 0, \quad \frac{\partial^3 \hat{w}_1}{\partial x^3}(-L) = 0, \quad (\text{자유경계}) \quad (5g,h)$$

$$\hat{w}_1(-L) = 0, \quad \frac{\partial^2 \hat{w}_1}{\partial x^2}(-L) = 0. \quad (\text{단순지지}) \quad (5i,j)$$

식(4)를 식(5)의 여섯 개의 경계조건에 대입하여 상수들을 결정한다. 따라서 외부에서의 가진에 의해 발생한 입력 굽힘파로부터의 보의 진동을 계산할 수 있다. 이러한 과정은 다른 경우(그림 2(b)와 (c))에 대해서도 똑같이 적용이 된다. 다만 경계조건과 그리고 보의 움직임을 나타내는 함수가 다르게 정의 되어야 한다. 파동의 계산에서 보 자체의 진동 감쇠율을 고려할 수도 있다. 그러나 보편적으로 금속이나 첨단 복합재로 만들어진 보 자체의 감쇠는 매우 작다. 이런 경우 압전소자에서의 진동파의 소산율은 다음과 같이 계산된다.

$$Dissipation(\%) = \begin{cases} \left(\frac{1 - |\hat{C}_{21}|^2}{|\hat{C}_{22}|^2} \right) \times 100 & \text{그림 2(a) 와 (b)의 경우.} \\ \left(\frac{1 - \left(|\hat{C}_{21}|^2 + |\hat{C}_{23}|^2 \right)}{|\hat{C}_{22}|^2} \right) \times 100 & \text{그림 2(c)} \end{cases} \quad (6)$$

이 소산율을 최대화는 구조물의 진동을 최소화하는 조건과 일치한다. 이 최대화 하는 조건을 찾음으로써 션트회로를 최적화한다. 이러한 진동제어가 보의 진동에 미치는 영향을 직접 알아 보기 위해 일정한 길이를 가진 보의 강제진동을 계산하였다 (그림 3). 일반경계조건을 가진 보의 진동제어를 위해 압전소자가 부착되어 있다. 이 보의 강제진동을 Rayleigh-Ritz 방법을 이용하여 계산한다. [7]

4. 결 과

여기에서는 저항 션트와 공진 션트가 고려된다. 션트 회로가 저항으로만 이루어져 있으면 압전효과에 의해 발생한 전기에너지가 저항에서 열로 소산시킴으로써 압전소자의 감쇠계수를 높인다. 이때 파동전달특성을 이용하여 압전소자에서 소산된 진동에너지의 양을 계산할 수 있다. 그림 4 는 이렇게 해서 소산된 진동에너지의 양을 고정된 (clamped) 보의 경계로부터 떨어진 길이에 따른 변화량을 보여준다. 계산에서 사용된 물성치는 다음과 같다 ($L = 6.2$ cm, $a = 14.65$ cm, $t = 3.17$ mm, $E_b^E = 73$ GPa, $E_p^E = 63$ GPa, $C_p^S = 0.156$ μF , $\epsilon_e^T = 1700$ ϵ^0 , $k_{31} = 0.35$, $d_{31} = 180\text{e-12}$ m/v). 진동에너지의 최대 소산은 압전소자가 경계에 바로 부착되어있을 때이다. 따라서 압전소자의 효율을 극대화 하기 위한 가장 합리적인 위치는 고정된 경계라고 할 수 있다.

그러나 저항 션트가 이용되는 경우 소산되는 진동에너지의 양은 전체 양에 비해 미약하여 보의 전체 진동 감쇠특성에 큰 영향을 미치지 못한다. 이 소산되는 양을 크게 하기 위해서는 압전소자를 통해서 흐르는 전류를 늘려야 하며 이를 위해 인덕터가 포함된 공진 션트가 사용된다.

공진 션트가 이용될 경우 최대 소산은 회로의 파라미터, 특히 인덕턴스에 민감하다. 공진 션트의 경우, 소자 자체의 캐패시턴스와 션트회로의 인덕턴스에 의해 공진이 발생하여 션트회로에 흐르는 전류가 증가하고 이에 따라 션트의 저항에 의해 소산되는 에너지 양이 많아지고 결과적으로 압전소자의 진동에너지 감쇠성능이 향상되는 것이다.

그림 5 은 소산되는 진동에너지의 양을 저항(R)과 인덕턴스(I)의 변화에 따라 계산한 것이다 ($C=0$). $L_{res} = (\omega^2 C_p^S)^{-1}$ 는 공진 인덕턴스 값이다. 계산결과에서, 소산되는 진동에너지의 양은 보의 경계가 고정(clamped)

boundary) 되어있을 때 대체적으로 다른 경계조건에 비해 크다. 보의 경계가 고정되거나 무한대(Infinite)인 경우 입사하는 모든 진동에너지를 전부 소산시키는 R 과 L 값이 존재한다. 이 값은 최적치에 해당하며, 저항과 인덕턴스의 값이 이와 다를수록 소산되는 진동에너지의 양이 작아진다. 최적 인덕턴스 값은 앞에서 계산한 공진 인덕턴스보다 1~2% 정도 작다.

그림 6는 입사하는 진동 에너지를 모두 전기에너지에서 열로 소산하는 션트의 어드미턴스이다. 그림 6에 저항과 인덕터로 이루어진 션트 회로의 어드미턴스를 함께 보여준다. 이 저항과 인덕턴스는 보의 첫 번째 공진 주파수에서 입사하는 진동에너지를 모두 소산하는 조건을 만족하도록 결정하였다. 그림에서 보여주듯이 최적 어드미턴스는 주파수가 증가하면서 같이 증가하지만 저항과 인덕턴스로만 이루어진 회로의 어드미턴스는 반대로 감소한다. 따라서 이 경우 션트회로의 성능이 튜닝 주파수에서 멀어지면서 급격하게 나빠지게 된다. 이 문제점을 극복하기 위해서 션트 회로가 각 저항, 인덕턴스 그리고 캐패시턴스로 이루어져 있을 때 그 값을 튜닝주파수에서 최적값의 실수와 허수, 그리고 허수의 미분값이 같도록 결정하였다. 이렇게 해서 결정된 값은 다음과 같다: $R=299 \Omega$, $L=0.4460 \text{ H}$, 그리 $C=-0.1615 \text{ F}$. 이는 주파수에 따라 증가하는 어드미턴스를 구현하기 위해 캐패시턴스의 값은 음수여야만 하는 것을 보여준다. 이렇게 해서 구현된 주파수에 따른 변환 특성을 그림 7에서 보여준다. 이 부 캐패시터(a negative capacitance)는 능동필터(negative impedance converter)를 이용하여 구현이 가능하다.

여기에서 제안된 튜닝방법을 확인하기 위하여 고정된 경계에 부착된 압전소자에 의해 제어되고 있는 보의 강제진동을 계산하였다. 그림 8은 각기 다른 션트 파라미터에 대해 Rayleigh-Ritz 방법을 이용하여 계산된 진동을 보여준다. 어드미턴스가 주파수에 따라 변하면서 최적치를 가질 때 모달 특성은 완전히 사라지고 보의 진동은 무한대로 긴 보의 특성을 나타낸다. 이것은 입사하는 모든 진동에너지를 압전소자에 의해 완전히 흡수되어 열로 사라짐으로써 공진이 사라지기 때문이다. 부 캐패시턴스(negative capacitance)가 인덕턴스와 함께 이용되었을 경우에는 (그림 7) 압전소자의 진동흡수 능력이 다소 떨어진다. 첫번째 모드의 반응은 완전히 사라지지만 그 외의 모드 반응은 줄어들기는 하나 완전히 사라지지는 않는다. 그러나 진동제어 능력은 모달 반응에 기초한 다른 튜닝 방법에 비해 월등히 뛰어나다.

5. 결 론

압전소자를 이용한 진동제어에서 소자를 통한 진동에너지의 흡수 그리고 열에 의한 소산을 알아보았다. 압전효과를 이용한 기계에너지를 전기에너지로 바꾸고 이를 저항을 통해 열로 변환 시킴으로써 구조물의 감쇠가 증가하는 것을 보여주었다. 이때 압전소자의 성능은 션트 회로에 의해 결정되며 여기에서는 파동전달특성(소자를 통한 파동의 입사, 전달, 그리고 반사)을 고려하여 이 션트회로를 최적화 하였다. 이러한 방법을 이용할 경우 구조물의 모달 특성을 고려하지 않고 튜닝이 가능하다는 장점이 있다. 또한 종래의 튜닝방법에 비해 진동 제어특성이 훨씬 우수 하였으며, 소자가 영향을 미치는 주파수 영역이 넓었고, 모드의 수에 영향을 받지 않는다는 장점을 가지고 있었다. 현재 여기서 제안된 튜닝방법을 실험을 통하여 확인하는 노력이 진행중이다.

참 고 문 헌

- (1) D. Zenkert *An Introduction to Sandwich Construction* (Chameleon Press Ltd., London, 1997).
- (2) R.L. Forward, " Electronic damping of vibrations in optical structures," *Appl. Optics* 18, 690-697 (1979).
- (3) N.W. Hagood and A.von Flotow, " Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks," *J. Sound Vib.* 146, 243-268 (1991).
- (4) G.A. Lesieutre, " Vibration damping and control using shunted piezoelectric materials," *Shock Vib. Dig.* 30, 187-195 (1998).
- (5) 김재환, 2004, "압전센트감쇠 기초이론", 소음·진동, 14 46-53.
- (6) J. Park, T. Siegmund, and L. Mongeau, " Influence of support properties on the forced vibrations of rectangular plates," *J. Sound Vib.* 264, 775-794 (2003).
- (7) J. Park, D. L. Palumbo, " A new approach to identify optimal properties of shunting elements for maximum damping of structural vibration using piezoelectric patches," *Active 2004*, Williamsburg, VA, September 20-22, 2004.

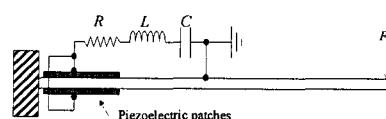


Fig. 1. Shunted damping of flexural vibration using a piezoelectric patch.

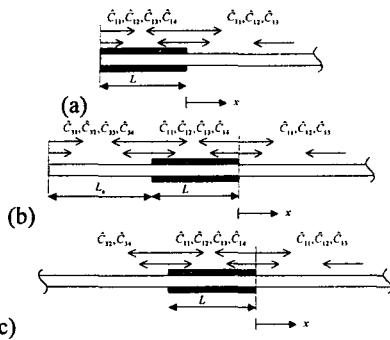


Fig. 2. Wave propagation near the piezoelectric patch attached to different locations: (a) at edge, (b) near an edge, and (c) far from edges.

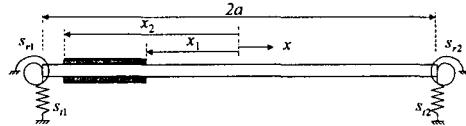


Fig. 3. Flexural vibration of the beam under generally supported boundary condition.

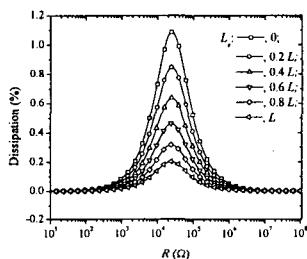


Fig. 4. Vibration energy dissipation of piezoelectric patches shunted by resistive networks - effect of separation distance from clamped edge.

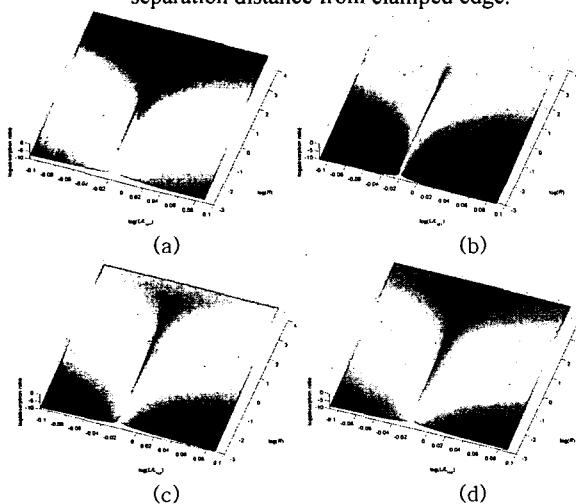


Fig. 5. Dissipation of incident vibration energy vs. inductance and resistance of RL shunt and different boundary conditions: (a) clamped, (b) free, and (c) simply supported; and (d) far from both edges. $f=33.5$ Hz.

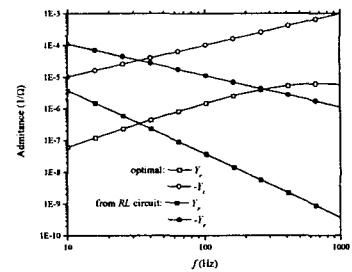


Fig. 6. Optimal variation of the admittance to induce complete absorption of incident bending waves, and the admittance of the RL -circuit.

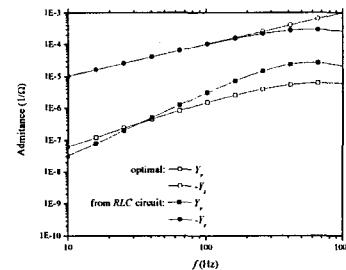


Fig. 7. Optimal variation of the admittance to induce complete absorption of incident bending waves, and their approximation using RC circuit with negative capacitance.

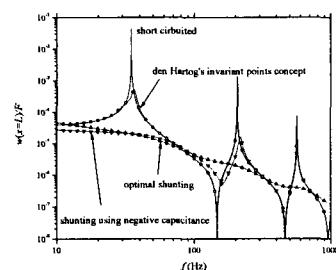


Fig. 8. Damping of beam vibration using piezoelectric patches shunted by resonant shunting networks and comparison of different optimization criteria.