

경험 모드 분석법을 이용한 감쇠 진동 신호의 분석

Analysis of Damped Vibration Signal using Empirical Mode Decomposition Method

이인재[†] · 이종민^{*} · 황요하^{*} · 허건수^{**}

Injae Lee, Jong Min Lee, Yoha Hwang and Kunsoo Huh

Key Words : Empirical Mode Decomposition(EMD, 경험 모드 분석법), Hilbert-Huang Transform(HHT, 힐버트 후앙 변환), Intrinsic Mode Function(IMF, 내부 모드 함수), Damping(감쇠)

ABSTRACT

Empirical mode decomposition(EMD) method has been recently proposed to analyze non-linear and non-stationary data. This method allows the decomposition of one-dimensional signals into intrinsic mode functions(IMFs) and is used to calculate a meaningful multi-component instantaneous frequency. In this paper, it is assumed that each mode of damped vibration signal could be well separated in the form of IMF by EMD. In this case, we can have a new powerful method to calculate natural frequencies and dampings from damped vibration signal which usually has multiple modes. This proposed method has been verified by both simulation and experiment. The result by EMD method which has used only output vibration data is almost identical to the result by FRF method which has used both input and output data, thereby proving usefulness and accuracy of the proposed method.

1. 서 론

데이터 분석에 가장 일반적으로 사용되는 FFT(Fast Fourier Transform)를 이용한 방법들은 안정된 선형 구간의 무한 반복이란 가정으로 인해 비정상적이거나 비선형인 데이터에 적용할 경우 스펙트럼(spectrum)에서의 번짐(leakage)이 많이 발생하므로 데이터의 수가 너무 적거나, 비정상적일 경우 또는 지진파 등과 같이 순간적으로 존재하는 데이터에 대해서는 적용이 어려웠다. 이와 같은 비선형적이거나 비정상적인 데이터를 분석하기 위한 방안의 하나로 최근 연구되고 있는 EMD(Empirical Mode Decomposition) 와 HHT(Hilbert-Huang Transform)은 Huang⁽¹⁾ 등에 의해 1998년 발표되었으며, 바람의 흐름이나 지진의 표면파, 바다의 파도 현상 등 자연현상의 비선형적인 데이터분석에 최초로 적용되었다.

HHT는 시계열(time series) 데이터를 IMF(Intrinsic Mode Function)로 분해하여 시간-주파수-에너지 형태로 나타내어 분석하는 방법이고, IMF는 각 주기에서 영 교차(zero-crossing)하고, 하나의 모드에 관해 다른 복잡한 파형을 포함하지 않은 진동 성분을 가진 파형이다. 이때, 시계열 데이터에서 IMF들을 분해해 내는 경험적인

방법을 EMD라고 하며 일반적으로 EMD는 시계열 데이터를 HHT에 적용하기 위한 전처리 과정에 사용된다.

현재 EMD와 HHT는 수십년 동안 측정된 극지방 빙하의 상태 분석⁽²⁾과 바다에서의 파도 변화 분석⁽³⁾에 처음 적용되었다. 생물학적인 분야에서는 혈압의 변화 분석⁽⁴⁾에 적용되었으며, 토목과 건축 분야에서는 범⁽⁵⁾이나 빌딩⁽⁶⁾과 같은 구조물의 진동 감쇠비를 구하는데 적용되었다. Yang^(7,8) 등은 단순한 모드와 복잡한 모드에 적용해 보았으며, Leisk⁽⁹⁾ 등은 외팔보에 적용하여 고유 진동수를 구하는 연구를 했다. 또한, Chen⁽⁶⁾ 등은 근접한 주파수를 가지는 시스템에 적용하여 우수한 결과를 얻었다. 기계분야에서는 기계상태 감지나⁽⁹⁾, 베어링 결합 진단⁽¹⁰⁾에 적용되었다. 이와 같이 EMD는 현재 다양한 분야에 적용되고 있으나 구조물에 적용한 경우는 시뮬레이션이나 간단한 실험장치를 사용한 경우가 대부분이다.

본 논문에서는 선형 시스템의 감쇠 진동신호에 EMD를 적용할 경우 구해지는 IMF가 각각의 진동 모드를 독립적으로 나타낼 것이라는 가정하에 각 IMF에서 고유 진동수와 감쇠비를 정확히 측정하는 방법을 제시하고 이를 시뮬레이션과 실험으로 검증하였다.

일반적으로, 구조물의 특성을 정확히 알아내기 위해서는 입력과 출력 신호를 이용하여 주파수 응답 함수(Frequency Response Function, FRF)를 구하여 사용한다. 그러므로 입력 신호를 알 수 없는 상황에서는 관찰된 출력신호 만으로는 정확한 진동 특성을 구하기가 매우 어렵다. 출력신호가 한 두개의 고유 진동수 만을 포함하고 있을 경우

† 책임저자, 정회원, 한국과학기술연구원
트라이볼로지연구센터

E-mail : nlinjae@kist.re.kr

Tel : (02) 958-5669, Fax : (02) 958-5659

* 정회원, 한국과학기술연구원 트라이볼로지연구센터

** 한양대학교 기계공학부

는 분석이 가능하지만 다수의 고유 진동수가 포함된 경우는 각 모드를 분해해 내기가 일반적으로 매우 어렵다. 본 논문에서는 EMD 의 특성상 다수의 모드를 포함하는 복잡한 출력 신호의 경우도 EMD 를 사용하면 각 모드 별 분해가 가능할 것이라 가정하고, 다수의 모드가 섞여있는 감쇠진동의 출력신호만으로도 정확히 감쇠비를 구할 수 있는 새로운 방법을 제시하며 이를 실험 데이터로 입증하였다.

본 논문에서는 우선 IMF 와 EMD 에 관하여 간략히 설명하고, EMD 를 적용하는 과정에서 발생하는 다양한 문제점들에 대한 해결책을 설명하였다. 그리고, 이전의 방법^(5,6,7,8)과 같이 EMD 결과로 나온 IMF 들에 HHT 를 적용하지 않고, IMF 에 대수감소법(logarithmic decrement)을 적용하여 감쇠비(ζ)를 구하고, IMF 의 주기를 통해 고유 진동수를 구하였다.

실험에서는 대형 쇄석기 롤러에 임팩트 해머로 충격 신호를 주고, 롤러에 설치한 가속도 센서에서 신호를 받아 FRF 방법을 사용하는 상용 프로그램인 LMS CADA-X 를 사용하여 쇄석기 롤러의 고유 주파수와 감쇠비를 구하고, 센서에서 나오는 출력신호만을 가지고, EMD 를 사용하여 각 모드 별로 분해된 IMF 를 분석하여 고유 주파수와 감쇠비를 구하여 그 결과를 비교하였다. 그 결과 각 모드에서 거의 동일한 결과 값을 얻을 수 있었으며, 감쇠 출력 신호만 측정이 가능한 구조물의 진동 특성 분석에 EMD 의 적용이 가능함을 입증하였다.

2. IMF 의 정의

IMF 는 Fig. 1 에서 예로 보인 바와 같이 물리적으로 순간적인 주파수 범위에서, 국부적으로 최대 극값과 최소 극값의 데이터의 크기가 0 에 관하여 대칭인 상태를 말한다. 그러므로 IMF 는 다음 두 조건을 만족시켜야 한다⁽¹⁾

- ① 데이터의 극값(extrema) 의 수와 영 교차의 수는 같거나 1 만큼 차이가 나야 한다.
- ② 모든 포인트에서 상, 하단 포락선(envelope)의 평균값은 0 이다.

첫 번째 조건은 물리적으로 국부적인 영역에서 상, 하 극값의 수가 대칭이 되도록 만드는데 필요한 조건이다. 두 번째 조건은 이상적으로 데이터의 국부적 평균을 0 으로 만들기 위한 것이다. 국부적 평균의 계산은 시계열 데이터에서 이루어지는데 비정상신호의 경우 계산하기가 어렵다. 그러므로, 국부적 대칭이라는 조건을 대신해서, 포락선의 지역적인 최대 극값과 최소 극값에 의한 방법을 사용한다. 이 방법을 사용 하면 잡음이 심한

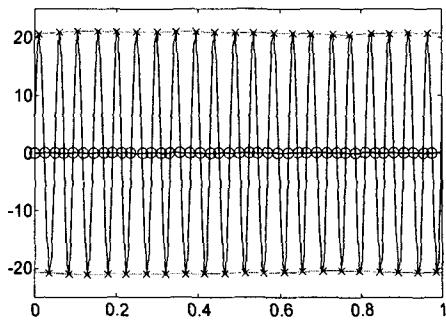


Fig. 1 Example of IMF

데이터와 같이 나쁜 조건에서 측정된 순간적인 주파수도, 잡음이 적은 좋은 조건을 통해 측정하여 분석한 시스템의 물리학적 결과와 일치함을 보인다^(7,8).

그러므로 IMF 는 각 주기에서 영 교차하고, 하나의 모드에 관해 다른 복잡한 파형을 포함하지 않은 진동 성분을 가진 파형을 말하며, 데이터 내부의 진동 모드를 나타낸다.

Fig. 1 에서 실선은 하나의 IMF 를 나타내고, ‘x’ 기호는 상, 하단의 극값을 나타내며 점선은 극값들을 연결한 포락선이다. 가운데 ‘o’ 기호는 포락선들의 평균을 구한 것으로, 이상적으로 0 에 수렴한 경우를 보여주고 있다.

3. EMD Method

EMD 는 IMF 를 구하는 경험적 방법이며, 그 순서는 다음과 같다.

① 주어진 데이터 $x(t)$ 의 모든 지역적 극 값(local extrema) 중 최대 값들의 고차 스플라인(spline) 방법을 사용하여 상단 포락선을 구한다.

② ①과 같이 모든 지역적 극 값 중 최소 값의 고차 스플라인 하단 포락선을 구한다. 이때, 모든 데이터들은 상, 하단 포락선 안에 있어야 한다.

③ 상, 하단 포락선의 순간 평균인 $m(t)$ 를 구하고, 식 (1)과 같이 데이터와 $m(t)$ 의 차로 $h(t)$ 를 구한다

$$x(t) - m(t) = h(t) \quad (1)$$

만약 $h(t)$ 가 IMF 의 두 조건을 모두 만족하면 $h(t)$ 은 $x(t)$ 의 첫번째 IMF 가 된다.

④ $h(t)$ 가 IMF 의 두 조건을 모두 만족하지 않

으면 $h(t)$ 를 $x(t)$ 로 두고 ①, ②, ③의 과정을 $h(t)$ 가 IMF 의 두 가지 조건을 모두 만족할 때까지 반복한다.

결과적으로, 식 (2)에서 나타냈듯이 $c_1(t)$ 은 $x(t)$ 의 첫번째 IMF 가 된다.

$$c_1(t) = h(t) \quad (2)$$

⑤ 식 (3)과 같이 $x(t)$ 에서 첫번째 IMF 성분인 $c_1(t)$ 을 뺀 나머지(residual)를 $r_1(t)$ 라 정의한다.

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t) \quad (3)$$

이 값($r_1(t)$) 을 데이터($x(t)$)로 하여 두 번째 IMF($c_2(t)$) 를 구하게 된다.

이상의 과정을 반복하여 IMF 들을 구해낸다. $r_n(t)$ 가 더 이상 IMF 조건을 만족할 수 없거나, 진동성분이 거의 없는 경우 반복과정을 멈춘다.

IMF 로 분해된 성분들은 식 (4)와 같이 IMF 성분들($c_j(t)$)과 그때까지의 나머지($r_n(t)$)의 합으로 나타낼 수 있다. 즉, 시계열에서 데이터를 분해할 수 있고, 분해한 값들을 통해 원래의 데이터를 합성할 수 있다.

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j(t) + r_n(t) \quad (4)$$

EMD 의 예로 식 (5) 와 같이 임의로 데이터를 만들어 IMF 들을 분해하였다⁽¹⁰⁾.

$$\begin{aligned} x(t) &= 2 \sin(2\pi \times 15t) \\ &+ 4 \sin(2\pi \times 10t) \sin(2\pi \times \frac{1}{10}t) \\ &+ \sin(2\pi \times 5t) \quad t \in [0.2, 1.2] \end{aligned} \quad (5)$$

Fig. 2 는 식(5)에 의해 만들어진 함수이며, 이 데이터의 상, 하단 포락선과 그 평균($m(t)$) 을 구하여 도시하였다. 데이터는 가는 실선으로 표기하였고, 상, 하단 포락선은 점선으로 표기하였으며, 굵은 실선은 상, 하단 포락선의 평균을 나타낸다.

Fig. 3 은 식 (1)과 같이 데이터에서 평균을 빼어 구한 $h(t)$ 를 나타낸다. 이 성분을 IMF 의 두 조건에 견주어 IMF 를 판단한다.

이 성분들은 IMF 의 첫번째 조건은 만족하지만, 국부적인 포락선의 평균이 0 이 아니며, 모든 데이터가 포락선 안에 존재하지 않는다. 그러므로 IMF 가 아니며, 식 (1)의 과정을 반복하여야 한

다.

Fig. 4 는 초기 주어진 데이터와 EMD 를 이용해 분해한 각각의 IMF 들과 나머지다. IMF 는 고주파에서 저주파의 순서로 분해되어 나오는 것을 보여주고 있다.

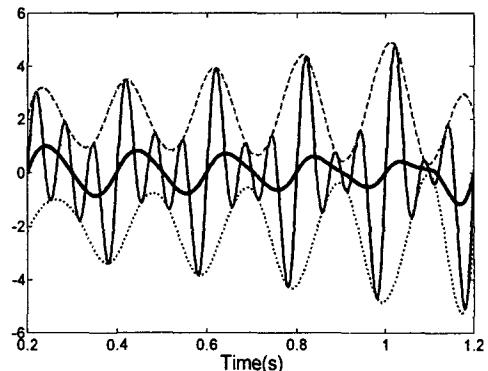


Fig.2 Original data signal (solid line), upper and lower envelope(dash curve), and mean (bold curve)

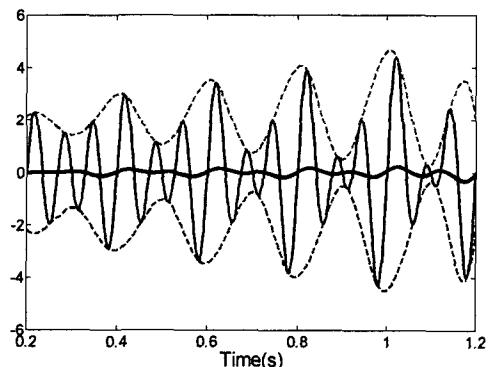


Fig.3 Difference between original data and mean(solid line), upper and lower envelope(dash curve), and new mean (bold curve)

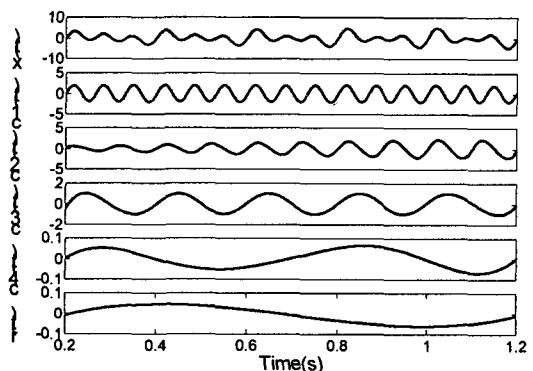


Fig.4 Original data signal, IMFs($c_1(t), c_2(t), c_3(t)$) and residual($r(t)$)

$c_1(t)$ 과 $c_2(t)$ 에 비하여 $c_3(t)$ 과 $c_4(t)$ 의 데이터 크기는 상대적으로 작다. 그러므로, 이 데이터의 주된 성질은 $c_1(t)$ 과 $c_2(t)$ 에서 나타난다. 나머지($r(t)$) 값은 상, 하 극점이 존재하지만, IMF 조건에 부합하지 않아 나머지로 판단된다.

EMD를 이용하여 IMF를 구하는 과정에는 다양한 문제점이 존재한다. 데이터의 극값을 정하는 것과, IMF 조건에 따른 반복 횟수와 0 값 처리 문제, 포락선을 그릴 경우 스플라인의 선택과 포락선을 그릴 경우 끝단을 처리하는 문제 등이다.

본 논문에서는 데이터의 국부적인 범위에서 상, 하 극값을 정하는 문제는 데이터의 전후 3개의 데이터의 기울기 변화를 통해 구하였다. 또한, 동일 데이터 값의 반복이 있을 경우 그 중간 값을 극값으로 정의하였다.

0 값 처리 문제는 IMF 조건을 만족하기 위해 EMD 과정을 반복하는 계산과정에서 필요로 한다. 상, 하 포락선의 평균값의 범위를 정하여 계산 시간의 단축을 위해서다. 그 이유는 오차범위 이내의 값으로 인한 계산의 무한 반복을 막기 위함이다. Huang 역시 이러한 문제점을 해결하고자 반복 과정에서 나온 두 $h_{nk}(t)$ 와 $h_{n(k-1)}(t)$ 사이의 표

준편차(SD, standard deviation)값을 기준으로 반복을 멈추었다⁽¹⁾. 본 논문에서는 조금 더 정확한 IMF를 구하고자 적절한 0 값의 기준을 미리 정하여 두고 계산된 값이 그보다 작어질 경우 그 값을 '0'이라 보고 그의 결과로 IMF를 정의했다.

본 논문에서는 포락선을 그릴 때 상, 하 극값을 지나는 큐빅 스플라인(cubic spline)을 사용하였고, 보간법(interpolation)을 사용하여 포락선의 데이터 수와 주어진 데이터의 수를 일치시켜 상, 하 극값과 데이터간의 계산을 원활하게 하였다.

포락선 끝단 처리의 문제는 반복과정에서도 발생하지만, IMF를 정의한 후 원래의 데이터에서 IMF 값을 뺀 경우 나머지 값의 어느 한쪽이 발산하는 경우가 있다. 그러므로 가상적인 점을 양 끝단에 주어 데이터가 포락선 안에 들어가도록 하는 방법으로, 첫 극값과 마지막 극값을 그 이전 단계의 극값들 만큼 수평방향으로 이동시키는 방법과 극점들의 기울기를 이용하여 평행사변형 형태로 이동시켜 구하는 방법을 사용하였다. 데이터 끝단을 포락선의 끝단과 동일시 시키는 방법과 일정기간 동안의 데이터를 끝단면을 기준으로 역으로 반복시키는 방법을 적용해 보았다. 연속적인 회전체에서 나오는 데이터는 가상 극값을 주는 방법을 사용하였고, 시작점과 끝단이 0인 데이터에는 끝단을 극점으로 하는 방법을 사용하였다. 저주파 성분의 데이터는 데이터를 반복시키는 방법을 사용하였다.

이처럼 다양한 방법들이 필요한 이유는 EMD 과 정의 반복으로 인한 데이터의 이동(shift)과 IMF

가 점차 저주파 성분을 보임에 따라 데이터의 형태가 변하기 때문이다. 그러므로, 단계마다 적절한 끝단 처리 방법이 필요하다.

4. 실험 및 적용

구조물의 예로 쇄석기 롤러를 선정하여 임팩트 해머로 충격 신호를 주었을 경우 쇄석기 롤러에 설치한 가속도 센서로부터 데이터를 받아 EMD로 분해하여 외팔보의 각 모드에서의 고유 진동수와 감쇠비를 구했다. 또한 본 방안의 정확성 검증을 위하여 임팩트 해머로부터 입력신호를 받고, 가속도센서로부터 출력신호를 받아 FRF를 사용하는 상용 프로그램인 LMS CADA-X를 이용하여 EMD의 결과와 비교해 보았다.

4.1 시뮬레이션

구조물에 적용하기 전 임의로 감쇠신호를 만들어 EMD를 적용해 보았다.

Fig. 5에서 보인바와 같이 서로 다른 주파수와 감쇠비를 가진 신호((a),(b),(c))를 합성하여 새로운 신호($x(t)$)를 만들었다.

Fig. 6은 EMD를 사용하여 각 IMF를 분해한 결과를 보여준다. 그림의 순서가 다른 이유는 EMD가 고주파 성분부터 분해해 내기 때문이다. 그림의 형태가 미세하나마 약간 다른 것은 $r(t)$ 의 양 끝 부분에 일정하지 않은 값들이 존재하기 때문이다. 그러나 그 크기가 다른 값들에 비해 매우 작고, 진동성분이 거의 없으므로, 나머지로 처리하였다.

분해된 각 IMF들의 극점 사이의 간격과 샘플링 시간(sampling time)을 통해 각 IMF의 주파수를 구하고 대수감소법을 적용해 감쇠비(ζ)를 구하였다.

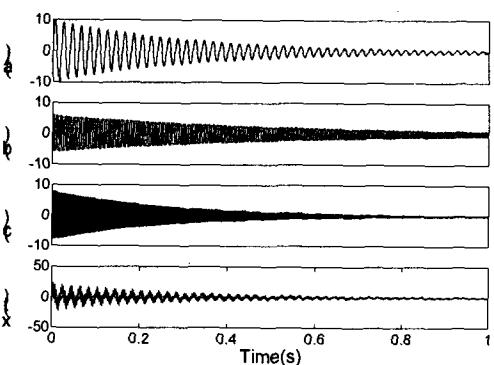


Fig.5 Damped signal (a) 50Hz, $\zeta = 0.01$ (b) 150Hz, $\zeta = 0.003$ (c) 300Hz, $\zeta = 0.002$ $x(t)$ signal (a) + (b) + (c)

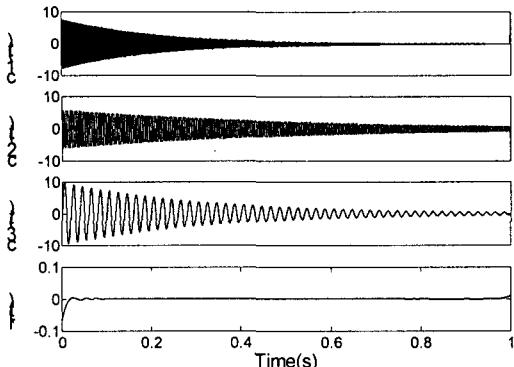


Fig.6 IMF 1, IMF 2, IMF 3, residual

Table 1에서 나타난 바와 같이 EMD를 사용하여 구한 결과값과 조합한 데이터들이 가지고 있던 값들이 거의 일치하는 결과값을 가진다.

Table 1 The result of theoretical values and EMD values

	Theoretical value		EMD value	
	Frequency [Hz]	Damping Ratio(%)	Frequency [Hz]	Damping Ratio(%)
Mode1	50	1	50.0	1
Mode2	150	0.3	150.1	0.3
Mode3	300	0.2	300.1	0.2

4.2 쇄석기 롤러

Fig. 7과 같이 현장에서 사용되는 쇄석기 롤러에 가속도 센서를 부착하고, 임팩트 해머로 충격 신호를 주어 쇄석기 롤러의 특성을 알아보았다. 일반적인 방법으로, FRF를 사용하여 임팩트 해머로 가해준 입력 신호와 가속도계로부터 나온 출력 신호를 통해 쇄석기 롤러의 특성을 알아보았고, EMD 방법을 사용하여 가속도계로부터 받은 출력 신호를 IMF 성분들로 분해하여 시뮬레이션에 적용한 방법으로 쇄석기의 고유 진동수와 감쇠비를 구하여보았다.

Fig. 8은 출력신호에 EMD를 적용시켜 각 IMF 성분들로 분해한 것을 보여준다. $c_4(t)$ 이후 값은 매우 작은 진동값을 가지므로 나머지로 하였고, $c_4(t)$ 의 경우는 EMD에서는 분해되어 나왔으나 FRF에서는 피크치가 관찰되지 않은 관계로 CADA-X에서는 특성치를 구하지 못하였다.

Table 2는 LMS CADA-X를 통해 얻은 결과값과 EMD 결과값들을 비교한 것이다. 입력 출력 신호를 사용한 결과와 출력신호만으로 EMD에 적용하여 분석한 결과가 서로 비슷함을 나타낸다. 그러므로 EMD를 사용하면 출력신호만으로도 시스템의 특성을 정확하게 계산할 수 있음을 알 수 있다.

Table 2 The result of LMS CADA-X and EMD

	LMS CADA-X		EMD	
	Frequency [Hz]	Damping Ratio(%)	Frequency [Hz]	Damping Ratio(%)
Mode0	—	—	98.61	0.013
Mode1	134.23	0.341	134.39	0.321
Mode2	217.44	0.230	217.69	0.163
Mode3	329.75	0.108	329.72	0.105

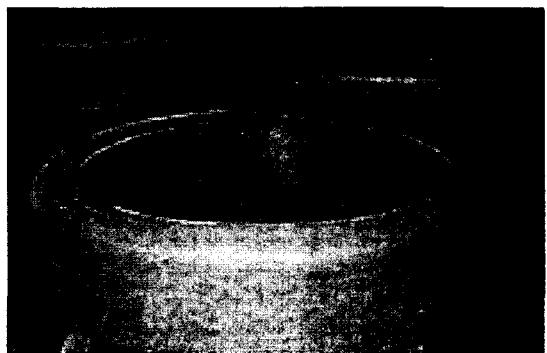


Fig.7 Stone crusher roller

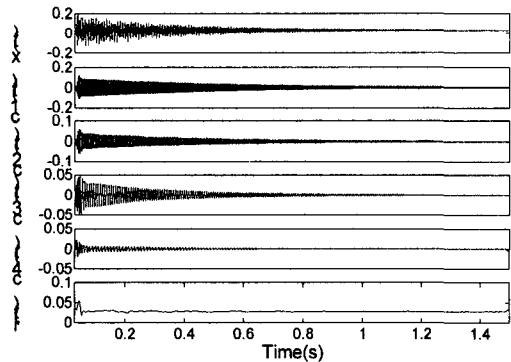


Fig. 8 Original data $x(t)$, IMFs ($c_1(t), c_2(t), c_3(t), c_4(t)$) and residual($r(t)$)

5. 결 론

EMD는 IMF를 사용하여 비정상적이고, 비선형적인 데이터를 분석하기 위해 개발된 방법이며 현재 다양한 분야에 적용되고 있다.

본 논문에서는 감쇠 진동 신호에 EMD를 적용하면 IMF들이 각각의 진동 모드를 독립적으로 나타낼 것이라는 가정하에 IMF에서 고유 진동수와 감쇠비를 측정하는 방법을 제시하고 실험을 통해 검증하였다.

일반적으로, 구조물의 동특성 해석은 입력 신호

와 출력 신호간의 관계를 통해 구한다. 그러나 입력 신호를 알 수 없는 경우 출력신호만을 사용하여 시스템의 진동 특성을 정확히 해석하는 데는 많은 어려움이 있다. 그러나 EMD를 사용하면 구조물의 출력 신호를 각 모드 별로 분해할 수 있으며, 여기서 나온 IMF들을 통해 구조물의 특성을 알아낼 수 있다.

EMD를 실제 데이터에 적용하는데 있어서, 상, 하단 극점을 찾는 방법, 0 값 처리 문제, 포락선을 구하는 문제나, 이때 발생하는 스플라인의 끝단 처리문제 등의 문제점이 발생하였다. 본 논문에서는 극점은 전후 3 점들의 기울기를 이용하여 구하였고, 0 점은 적절한 값을 미리 적정하여 두고 순간 평균이 그보다 작아질 경우 0 값이라 보고, 그 때의 데이터를 IMF로 정의하였다. 또, 큐빅 스플라인으로 극점들을 연결하여 포락선을 구하였고, 스플라인의 끝단 처리 문제는 극점을 추가하거나 데이터의 반복을 이용하거나 데이터 끝단을 극점으로 정하는 방법을 적용하여 데이터의 발산을 막고, 포락선 안에 데이터가 들어가도록 하여 EMD의 문제점들을 해결하였다.

진동특성을 구하기 위하여 HHT를 사용하는 기존의 방법^(5,6,7,8) 대신, EMD만으로 IMF들의 주기를 이용하여 고유 진동수를 구하였고, 대수감소법을 통해 감쇠비를 구하였다.

기존의 입출력 신호를 사용한 방법의 예로 LMS CADA-X를 사용해 쇄석기 롤러의 특성을 분석하였고, 센서로부터의 출력 신호에 EMD를 적용하여 쇄석기의 특성을 분석해 비교하여 보았다. 그 결과 거의 동일한 결과를 얻었다.

이와 같이 EMD를 사용하면, 데이터를 주파수 영역으로 변환시켜 분석하던 기존의 방법과 달리, 시간 영역에서의 데이터 분석이 가능함을 확인하였으며, 구조물로부터 얻은 출력 신호만으로 구한 감쇠비와 고유 진동수가, 입출력 신호로 얻은 결과값과 거의 일치함을 통해, EMD가 구조물의 해석에 유용하게 적용될 수 있다는 가능성을 확인하였다. 이 결과를 통해 다수의 진동모드를 가진 구조물의 해석에 있어서 입력 값을 알 수 없거나, 입력 값을 측정하기 힘든 경우 EMD가 유용하게 사용될 수 있을 것이라 판단된다.

참고문헌

- (1) Huang N. et al., 1998, "The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis," Proceedings. Mathematical, Physical, and Engineering Sciences. Vol.454, No.1971 pp.903~995.
- (2) Per Gloersen, 2003, "Comparison of Interannual Intrinsic Modes in Hemispheric Sea Ice Covers and Other Geophysical Parameters.", IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing . Vol.41. No.5. pp.1032-1074
- (3) Huang N. E. Z. Shen, S. R. Long , 1999, "A New View of Nonlinear Water Waves : The Hilbert Spectrum", Annual Review of Fluid Mechanics Vol. 31, pp.417-457.
- (4) Wei Huang , Z. Shen, N. E. Huang and Cheng Fung., 1998, "Engineering analysis of biological variables: An example of blood pressure over 1 day.", Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, Vol.95, No.9 pp.4816-4821
- (5) S. T. Quek, P. S. Tua , Q. Wang. 2003, "Detecting Anomalies in Beams and Plate Based on the Hilbert-Huang Transform of Real Signals." Smart Materials and Structures. Vol. 12, No.3, pp.447-460.
- (6) J. Chen , Y.L. Xu. 2003, "Identification of modal damping ratios of structures with closely spaced modal frequencies". Structural Engineering and Mechanics, Vol. 14, No. 4, pp.417-434.
- (7) Jann N. Yang, 2003, "System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis. Part 1: normal modes." Earthquake Engineering and Structural Dynamics Vol. 32, pp.1443-1467.
- (8) Jann N. Yang, 2003, "System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis. Part 2: Complex modes." Earthquake Engineering and Structural Dynamics Vol. 32 , pp.1533-1554.
- (9) Gary G Leisk, 2001, "Application of the Hilbert-Huang transform to machine tool condition/health monitoring." AIP Conference Proceedings Vol. 615 No. B pp.1711-1718.
- (10) Dejie Yu, 2003 "Application of EMD method and Hilbert spectrum to the fault diagnosis of roller bearings." Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.19 No. 2, pp.259-270