범위의 경제를 고려한 유연생산시스템의 최적 용량 투자 및 생산 계획

(Optimal Investment of Capacity & Production Planning of Flexible Manufacturing System Considering Economies of Scope)

이 덕 주 (경희대학교 기계·산업시스템 공학부)

ABSTRACT

This study addresses the problem of flexible technology acquisition in multi-product market when demands are uncertain. We confine the concept of flexibility to the ability of manufacturing system to produce a number of different types of products, called product-mix flexibility type. And an analytical model in which economies of scope is incorporated explicitly as a feature of flexible technology is presented to find the optimal investment decision to acquire flexible technology and optimal production planning. The characteristics of optimal investment strategy related to capacity and production planning are discussed.

Keywords: Flexible manufacturing technology, Investment, Economies of scope

1. 서 론

최근 들어 제조기업들은 치열한 시장경쟁 상황 하에서 경쟁력을 확보하기 위한 전략적 수단으로 생산기술에 있어서의 기술혁신 결과라 할 수 있는 이른바 첨단생산시스템에 대한 투자를 활발히 진행시키고 있다. 이러한 첨단생산시스템 중에서 80년대 이후 주목할 만한 연구성과를 이루고 있는 시스템으로 유연생산시스템(FMS: Flexible Manufacturing System)을 들 수 있다. 일반적인 의미에서 유연생산시스템이란 시스템의 전환시간(혹은 전환비용)이 거의 소요되지 않은 채 생산량수준(production volume level)이나 제품조합(product mix)을 변화할 수 있도록 설계된 생산시스템을 일컫는다. 이러한 유연생산시스템을 도입하게 되면 생산제품의 종류나 생산량을 신속하게 변화시킬 수 있는 능력을 보유하게 되며, 따라서 수요의 불확실성이 높게 존재하는 시장환경에 처해있는 제조기업들에게 시장변화에 유연하게 대응할 수 있는 해결책으로 큰 관심을 불러일으켜 왔다.

한편 유연생산시스템을 실제로 구축하기 위해서는 일반적으로 막대한 투자비용이 소요되게

마련이므로 투자에 대한 전략적 접근이 필요함을 인식하게 되었고, 이에 따라 유연생산시스템의 투자문제를 다루는 연구들이 1990년대 이후 활발히 이루어져 왔다. 유연생산시스템의 투자문제를 수리적으로 모형화 한 본격적인 연구는 Fine & Freud(1990) 에 의해 이루어졌다. Fine & Freud(1990)는 불확실한 수요 하에서 기업이 두 종류의 제품을 생산하는 경우, 한 종류의 제품만을 생산할 수 있는 전용생산기술(dedicated technology)과 두 종류의 제품을 하나의 시스템에서 동시에 생산할 수 있는 유연 생산기술(product-flexible technology)을 대상으로 어떤 기술에 얼마만큼의 생산용량을 투자하는 것이 바람직한가 하는 문제를 모형화 하였다. 이들의 모형에 의하면, 수요가 불확실한 상황 하에서 생산용량에 대한 의사결정이 내려지고, 실제수요가 확인되면 어떤 종류의 생산기술에 어떤 종류의 제품생산을 할당할 것인가를 결정하는 생산계획이 수립되는 것으로 분석되고 있다.

Fine & Freud(1990)에 의해 제시된, 용량계획문제와 생산계획문제로 이루어지는 이단계 의사결정 모형은 그 이후의 유연생산시스템 투자문제의 기본적인 모형체계로 자리잡게 되었으며, 이후의 연구들은 이들의 모형을 여러가지 관점에서 확장시키는 방향으로 진행되었다. Andreou(1990)는 회계학적 자본예산(capital budgeting) 문제로 접근하였으며, Gupta et.al.(1992)은 수요의 불확실성을 보다 일반적인 형태로 모형화하여 유연생산시스템의 투자문제를 분석하였다. 한편 Li & Tirupati (1992, 1994)는 기존의 단일기간 투자문제를 다 기간의 동태적(dynamic) 모형으로 확장하였고, Roller & Tombak(1993)은 유연생산시스템의 투자문제를 경쟁적 상황의 전략선택 문제로 확장하였다. 최근에는 Van Mieghem(1998)이 유연생산시스템의 투자문제를 다차원 신문배달 모형(Multi-dimensional newsvendor model)으로 접근한 연구를 발표하였다.

한편 경제적 관점에서 유연생산시스템이 가지고 있는 주목할만한 특징 중에 하나는 유연생산시스템이 범위의 경제(economies of scope)가 존재하는 생산기술이라는 점이다. 범위의 경제란 복수의 제품을 생산하는 경우 하나의 기업(또는 생산시스템)이 동시에 생산하는 것이 여러 기업에 의해 나누어져서 생산되는 것보다 경제적인 상태를 나타내는 개념으로써, Panzar & Willig(1981)에 의해 "복수의 제품을 동시에 하나의 생산시스템으로 생산할 때 소요되는 비용이 여러 생산시스템에 의해 개별적으로 생산되는 경우보다 비용보다 적게 소요되는 비용구조를 갖는 기술"로 정의되었다. 따라서 경제적 관점에서 유연생산시스템이라는 기술의 근본적인 특징은 범위의 경제를 기술적으로 실현시킨 생산기술이라는 것이다. (Goldhar & Jelinek, 1983; Milgrom & Roberts, 1990; Eaton & Schmitt, 1994)

그러나 기존의 유연생산시스템에 대한 투자모형을 다루는 연구들을 살펴보면 유연생산기술의 범위의 경제성을 모형에 제대로 반영시키지 못하고 있음을 알 수 있다. 이는 Fine & Freud(1990) 이후의 연구들이 유연생산시스템의 비용구조를 가정하는데 있어서 전용생산기술보다 높은 수준의 초기투자비용으로 가정함과 아울러 전용생산 기술과 동일한 변동비용을 가정하고 있기 때문이다. 그러나 최근의 실증적 연구결과에 의하면 유연생산기술을 이용하여 제품을 생산하는 경우 변동비용에 있어서도 적지않은 절감효과를 보고 있다는 사실이 발표되고 있다(Tannous, 1996). 따라서 위와 같은 가정은 유연생산시스템의 비용구조상의 특징을 올바르게 반영하지 못하고 있는 것이며,

또한 그러한 이유로 유연생산기술의 가장 중요한 특징인 범위의 경제성이 분석과정에서 고려되고 있지 못하고 있다는 문제점을 내포하게 된다. 특히 유연생산기술의 범위의 경제성을 간과함으로써 기존의 연구들에서는 생산시스템의 투자계획문제를 설정하는데 있어서 유연생산시스템이 왜 전용 생산시스템보다 경제적인가에 대한 논리적 설명 없이, 단순히 가정으로 유연생산시스템만을 투자 대안으로 고려하고 있다고 설정하고 분석을 실시하고 있다.

사실 유연생산시스템이 직접적으로 생산시스템의 성능에 기여하는 장점들을 살펴보면 준비시간 감축, 가동률 제고, 유휴시간 감축 등과 같이 생산시스템에 있어서 시간과 관련된 성과를 향상시키는 시스템이라는 사실을 알 수 있다(Parsaei & Mital, 1992). 즉, 유연생산시스템은 생산시스템에 있어서 위와 같은 시간관련 성과들을 향상시킴으로써 전체 시스템의 유연성을 제고시킬 수 있는 것이며, 유연성을 통한 경제성이란 회계학적 의미에서의 비용의 절감보다는 기회비용까지를 고려하는 경제학적 의미에서의 비용절감 효과를 의미한다고 보는 것이 타당할 것이다.[1] 따라서 기존의 연구들이 유연생산시스템의 범위의 경제성을 고려하지 못하고 있는 이유는 투자모형을 세우는데 있어서 비용을 단순히 회계적 비용만으로 간주함에 따라 유연생산기술의 중요한 특징이라 할 수 있는 기회비용 관점에서의 경제성을 간과해버린 결과라 할 수 있겠다. 그러므로 올바른 의사결정을 유도할 수 있는 투자분석이 이루어지기 위해서는 유연생산시스템의 전략적 장점인 유연성(flexibility)을 경제적으로 개념화한 범위의 경제성을 명시적으로 고려하여 투자분석을 실시하는 연구가 필요하다.

본 연구의 목적은 불확실한 수요 하에서 다품종 제품을 생산하는 기업이 유연생산시스템의 투자계획 및 생산계획 분석을 실시할 수 있는 수리적 모형을 개발하고, 이 모형을 이용하여 최적 생산계획 및 최적 투자용량 계획을 도출하며, 또한 유연생산시스템의 최적 투자용량 계획의 특성을 분석하는 것이다. 특히, 본 연구에서는 전용생산시스템과 비교하여 유연생산시스템이 가지고 있는 투자 대안으로서의 경제적 우월성을 범위의 경제성 개념을 동원하여 논리적으로 분석한 후, 그 결과를 이용하여 유연생산시스템의 투자계획문제를 분석하였다는데 기존 연구와의 주요한 차별성을 가지고 있다. 즉, 본 연구는 투자계획문제를 모형화하는데 있어서 유연생산시스템만을 투자 대안으로 고려하고 있다는 가정을 설정하지 않고 전용생산시스템까지 투자 대안으로 고려할 수 있게 모형화함으로써 기존의 모형을 보다 일반화하기 위하여 노력하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 다음 절에서는 본 연구가 다루고자 하는 상황을 설명한 후, 유연생산시스템에 대한 투자계획 문제와 생산계획 문제를 수리적으로 모형화 하였다. 제3절에서는 범위의 경제 개념을 이용하여 제2절에서의 투자계획 문제에 있어서 최적생산시스템 결정문제의 특성을 규명하였고, 이 결과를 이용하여 투자계획 문제를 단순화 한 후, 최적생산계획 및 최적 투자용량 계획을 도출하였다. 마지막으로 본 연구의 결론과 추후 연구방향에 대해서 간단히 서술하였다.

[1] 회계학적 관점과 경제학적 관점에서의 비용 개념에 대한 차이는 김대식 외(1999) pp.262-264 참조.

2. 모형의 설정

2.1 문제 상황

현재 두가지 종류의 제품, $i=1,2$, 을 생산하고 있는 기업이 있다고 하자. 이 기업은 현재 각각의 제품만을 생산할 수 있도록 설계되어있는 전용 생산기술(dedicated manufacturing technology)을 이용하여 제품을 생산하고 있으며, i 제품 전용기술의 생산용량은 $K_i^D, i=1,2$ 와 같다. 한편 이 기업은 각 제품 수요의 극심한 불확실성에 대비하기 위한 방편으로 전용생산시스템에 대한 추가 투자를 실행할수도 있고 또는 두 제품을 동시에 생산할 수 있는 유연생산시스템에 대한 투자를 고려하려고 한다.

이와 생산시스템의 투자문제를 고려하는데 있어서는 크게 두 가지의 의사결정 단계를 거치는 것이 일반적이다. 첫번째 의사결정 단계는 각 제품의 수요가 불확실한 상황에서 어떤 종류의 생산시스템을 어느 정도 용량으로 투자 할 것인가를 결정하여야 하는 '생산시스템 종류 및 용량의 투자계획' 이 필요하다. 그리고 두번째 의사결정 단계는 생산시스템 종류 및 용량에 대한 투자계획 결정되어지고 불확실한 수요가 시장에서 확인되면, 주어진 수요를 충족시키면서 어떤 종류의 제품을 어떤 생산시스템에 할당하여 생산하는 것이 최적이겠는가를 결정하는 '생산계획' 문제가 해결되어져야 할 것이다.

즉, 생산시스템의 투자문제는 계층적 계획문제(hierarchical planning problem)의 유형에 속하게 된다(Gupta et. al., 1992). 전술한 바와 같이 Fine & Freud(1990) 이후의 많은 연구들이 이와 같은 상황을 기본적인 문제상황으로 설정하고 있으며, 본 연구에서도 동일한 상황에 대하여 계층적 계획문제로 모형화하고자 한다. <그림 1>은 본 연구에서 모형화한 상황을 간단한 그림으로 도시해본 것이다.

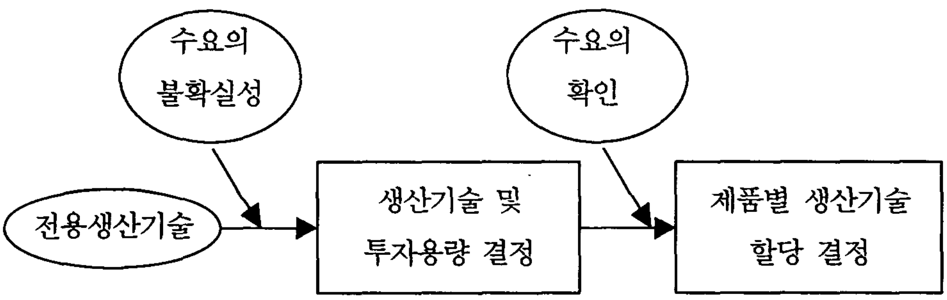

그림 1. 문제의 계층적 구조

2.2. 수리적 모형

생산시스템에 대한 투자를 고려하는 기업에서 투자하고자 하는 전용생산기술의 용량을 D_1, D_2 라 하고, 유연생산기술의 용량을 F 라 하자.[2] 물론 유연생산기술의 용량은 두 종류의 제품을 모두 생산할 수 있는 용량을 의미한다. 한편 <그림 1>에서 볼 수 있는 바와 같이 이 기업이 생산시스템의 투자 문제를 결정하기까지 각 제품의 수요는 불확실한 상태에 머무르고 있다. 이와 같은 수요의 불확실성을 모형화하기 위해서 각 제품의 수요는 결합확률분포(joint distribution) F_{12} 를 따르는 확률변수 $X_i, i=1,2$ 로 표현하고, 각 변수의 주변분포(marginal distribution)는 $F_i, i=1,2$ 로 표기한다. 그리고 각 분포의 밀도함수는 결합분포의 경우 f_{12} 로, 주변분포는 f_i 로 표현하기로 한다.

생산시스템의 종류 및 투자 용량이 결정되고 불확실했던 수요가 알려지면 생산계획의 단계로 들어서게 된다. 생산계획 단계에서는 어느 종류의 제품을 어떤 생산기술을 이용하여 제조할 것인가를 결정하게 되는데, Q_i^D, Q_i^F, $i=1,2$ 를 전용생산기술과 유연생산기술에서 제조하도록 할당하는 i 제품의 생산량으로 정의한다. 물론 이때 전 단계에서 결정한 각 생산시스템의 생산용량과 기존에 보유하고 있던 전용생산기술의 용량이 제약으로 작용하게 된다.

본 연구에서 제시하는 수리적 모형은 투자계획문제*(IP)*와 생산계획문제*(PP)*의 두가지 모형으로 구성되어 있으며, 두 모형은 앞 절에서 설명된 바와 같이 서로가 계층적으로 연계되어 있다. 한편 전용생산시스템의 초기투자비용을 $C_i^D(D_i)$ 라 하고, 유연생산시스템의 초기투자비용을 $C^F(F)$ 라고 하자. 이때 $\pi(D_1, D_2, F)$ 를 이 기업이 각 생산시스템을 D_1, D_2, F 만큼의 용량으로 투자하기로 결정한 후 생산과정을 통해서 획득할 수 있는 이윤으로 정의하면, 투자계획문제는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

투자계획문제(IP)

$$Max\ E[\pi(D_1,D_2,F)]-[C_1^D(D_1)+C_2^D(D_2)+C^F(F)] \tag{1}$$

$$s.t.\ D_1,\ D_2,\ F \ge 0 \tag{2}$$

여기에서 $E[\cdot]$ *는 기대값을 의미*

위 식을 보면, 투자계획문제는 생산기술의 도입을 통하여 획득할 수 있는 총 이윤의 기대값을 최대화하는 용량 D_1, D_2, F 를 결정하는 것으로 설정되어 있다. 여기에서 기대값의 개념이 사용

---

[2] 앞으로 용어정의에 있어서 특별한 언급이 없으면, 위 첨자 D는 전용생산기술, 위 첨자 F는 유연생산기술과 관련된 변수로 간주한다.

되는 이유는 유연생산기술의 도입 이후에 결정되는 이윤 $\pi(D_1, D_2, F)$ 에 수요에 관한 확률변수가 영향을 주기 때문이다. 즉, 이윤 $\pi(D_1, D_2, F)$ 는 수요에 관한 확률변수 $X_i, i=1,2$ 를 고려하여 생산계획문제(PP) 의 최적 조건에 맞게 생산을 실시한 이후 얻게 되는 최대 이윤으로 볼 수 있다. 제약식 (2)는 결정변수에 비음조건을 부과한 것이다.

생산계획문제를 모형화하기 전에, 우선 투자계획 단계에서 $\overline{D}_1$, $\overline{D}_2$, $\overline{F}$ 만큼의 용량으로 각 생산기술에 투자하는 것이 결정되었다고 가정하자. 그렇다면 생산계획단계에서는 생산기술에 투자한 비용은 매몰비용(sunk cost)으로 간주되어야 할 것이며, 생산과정에 소요되는 변동비용과 제품의 시장가격만을 고려하여 최적 생산 할당량인 $Q_i^D, Q_i^F, i=1,2$ 를 결정하여야 할 것이다. 전용생산기술과 유연생산기술을 이용하여 제품을 생산하는 경우 소요되는 변동비용은 두 종류의 제품을 독립적으로 생산하는 전용생산기술의 경우 제품 단위당 vc_i^D, $i=1,2$ 라 하고, 유연생산기술의 경우에는 $vc^F(Q_1, Q_2)$ 라 하자. 또한 제품 i 의 시장가격을 p_i 라 하면 생산계획문제(PP)는 다음과 같이 모형화할 수 있다.

생산계획문제(PP)

$$Max \sum_{i=1}^{2} p_i(Q_i^F + Q_i^D) - \left\{ \sum_{i=1}^{2} vc_i^D \cdot Q_i^D + vc^F(Q_1^F, Q_2^F) \right\} \tag{3}$$

$s.\ t.$

$$X_i \geq Q_i^F + Q_i^D, \qquad for\ \forall i \tag{4}$$

$$K_i^D + D_i \geq Q_i^D, \qquad for\ \forall i \tag{5}$$

$$F \geq \sum_{i=1}^{2} Q_i^F \tag{6}$$

$$Q_i^D, Q_i^F \geq 0, \qquad for\ \forall i \tag{7}$$

생산계획 문제의 목적식 (3)은 각 제품의 수요가 알려진 상황에서 전용생산기술과 유연생산기술에 제품의 생산을 적절히 할당함으로써 이윤을 극대화 하는 것이다. 제약식 (4)는 본 연구의 모형이 다단계 동적모형이 아니라 단일기간만을 고려하고 있으므로 수요보다 생산이 많은 과잉생산을 배제하고자 하는 것이며, 제약식 (5), (6)은 각 기술에 대하여 생산용량보다 생산량이 많을 수 없다는 조건을 수식으로 표현한 것이다. 마지막 제약식 (7)은 결정변수에 비음조건을 부과한 것이다.

3. 분석

3.1 범위의 경제 조건

본 연구에서는 유연생산기술의 근본적인 기술적·경제적 특징으로 범위의 경제 개념을 사용해서 고려하고자 한다. 범위의 경제는 경제학의 산업조직론 분야에서 비용함수의 개념을 이용하여 최초로 수식으로 모형화 되었는데(Panzar and Willig, 1981), 본 연구에서와 같이 두가지 종류의 제품을 고려하는 경우, 생산량 Q_1 과 Q_2 의 모든 조합에 대해서 비용함수 C 가 다음과 같은 성질을 가지는 경우 범위의 경제가 존재한다고 정의하고 있다.

$$C(Q_1,\ Q_2) \le C(Q_1,\ 0) + C(0,\ Q_2) \tag{8}$$

위 식에 의하면, 범위의 경제성을 만족하는 기술이란 다품종의 제품을 한꺼번에 생산하는 비용이 개별적으로 생산하는 비용보다 적게 소요되는 비용함수를 갖는 경우를 의미하고 있다. 범위의 경제에 대한 일반적인 조건식 (8)을 본 연구의 비용함수에 적용시키면 생산량 Q_1 과 Q_2 의 모든 조합에 대해서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$C^F(Q_1, Q_2) + vc^F(Q_1, Q_2) \le \sum_{i=1}^{2}[C_i^D(Q_i) + vc_i^D \cdot Q_i] \tag{9}$$

식 (9)는 두 종류의 제품을 유연생산기술을 이용하여 하나의 시스템으로 제조하는데 소요되는 총비용(초기투자비용과 변동비용의 합)이 전용생산기술을 이용하여 각각 제조하는 경우보다 더 적게 소요되는 것을 의미하고 있다. 실제로 최근의 실증적 연구결과에 의하면 유연생산기술을 이용하여 제품을 생산하는 경우 초기투자비용은 많이 소요되더라도 결과적으로 변동비용 절감효과로 인하여 총비용에 있어서는 적지않은 절감효과를 보고 있다는 사실이 발표되고 있으며(Tannous, 1996), 이러한 사실이 바로 유연생산기술이 규모의 경제성을 가지고 있는 생산기술이라는 사실을 보여주고 있는 것이다. 이에 본 연구에서는 식 (9)를 유연생산기술의 범위의 경제성을 나타내는 조건으로 사용하기로 한다.

한편 생산계획문제에 있어서 아무것도 생산하지 않는 경우가 최적이 되는 자명한 해(trivial solution)의 경우를 피하기 위해서 각 제품의 시장 가격 및 변동비용에 있어서 다음과 같은 조건을 부과하기로 한다.

$$p_i \geq vc_i^D \quad , \; for \;\; i = 1,2 \tag{10}$$

생산량 Q_1 과 Q_2 의 모든 조합에 대해서, $\displaystyle\sum_{i=1}^{2} p_i Q_i \geq vc^F(Q_1, Q_2)$ (11)

그런데 식 (9)와 같은 범위의 경제 조건에 의하면 투자계획문제를 간단히 변환시킬 수 있다. 우선, 식 (9)의 부등호 조건을 만족하면 생산량 Q_1 과 Q_2 의 모든 조합에 대해서 다음과 같은 조건도 만족하게 된다.

$$\sum_{i=1}^{2} p_i Q_i - \left[C^F(Q_1, Q_2) + vc^F(Q_1, Q_2)\right] \geq \sum_{i=1}^{2} \left[p_i Q_i - C_i^D(Q_i) - vc_i^D \cdot Q_i\right] \tag{12}$$

식 (12)에 의하면 생산량 Q_1 과 Q_2 의 모든 조합에 대해서 유연생산시스템에 투자하여 얻는 이윤이 전용생산시스템에 투자하여 얻을 수 있는 이윤보다 항상 크다는 사실을 알 수 있다. 따라서 식 (12)의 조건을 만족한다면 투자계획 문제에서 새롭게 투자하여야 할 생산 용량이 어떤 수준이더라도 무조건 유연생산기술에 투자하는 것이 바람직하게 되는 것이다. 다시 말하면, 유연생산기술이 식 (9)와 같은 범위의 경제성을 만족하는 생산기술이라면 투자계획문제에서 최적 투자계획은 항상 전용생산기술에 대한 투자용량이 0 이 되며, 오로지 유연생산시스템에만 투자하는 것이 최적이 되는 것이다.

이러한 사실은 범위의 경제성 조건이 없다면 성립할 수 없는 사실로써, 범위의 경제성 조건을 간과한 기존의 연구에서는 아무런 논리적 근거 없이 단지 투자계획문제를 설정하는데 있어서 유연생산시스템만을 투자 대상으로 고려한다고 가정하고 분석을 실시할 수밖에 없었다는 문제점을 가지고 있었던 것이다. 따라서 유연생산시스템의 투자문제를 다루는 기존의 연구에서 논리적 근거 없이 가정으로 처리했던 부분을 범위의 경제라는 개념을 도입함으로써 논리적인 분석결과로 도출할 수 있었다는 것을 본 연구의 주요한 연구성과로 기대할 수 있겠다. 투자계획문제에 이와 같은 사실을 반영하면 식 (1)과 (2)를 다음과 같이 간단한 문제로 변환시킬 수 있다.

변형된 투자계획문제 (Revised IP)

$$Max \;\; E[\pi(F)] - C^F(F) \tag{13}$$

$$s.t. \;\; F \geq 0 \tag{14}$$

3.2 최적 생산계획

본 연구의 계층적 모형에 의하면 의사결정의 순서에 있어서는 먼저 투자계획에 대한 결정이 내려진 후 생산계획에 대한 결정이 내려지게 되어 있다. 이러한 계층적 모형의 해는 역순으로(backward approach), 즉 생산계획문제의 최적해를 구한 후 유연생산기술의 최적 투자용량을 구하는 것이 일반적인 접근 방법이다. 따라서 우선 본 절에서는 유연생산기술의 투자용량이 주어진 것으로 가정하고, 또한 각 제품의 수요도 알려져 있는 상황에서 최적 생산계획을 도출해 보기로 한다.

용량계획문제를 통해서 도출된 유연생산기술의 최적 투자용량을 $\overline{F}$ 라 가정하자. 한편 각 제품의 수요는 $X_i, i=1,2$ 로 주어져 있다고 하자. 이때 각 생산기술의 용량과 제품 수요의 크기에 대한 관계를 살펴보면, 본 연구의 모형에서와 같이 초과수요를 배제하는 경우 모두 10가지의 경우로 구별하여 분석할 수 있으며, 이를 그림으로 나타내면 <그림 2>와 같다.

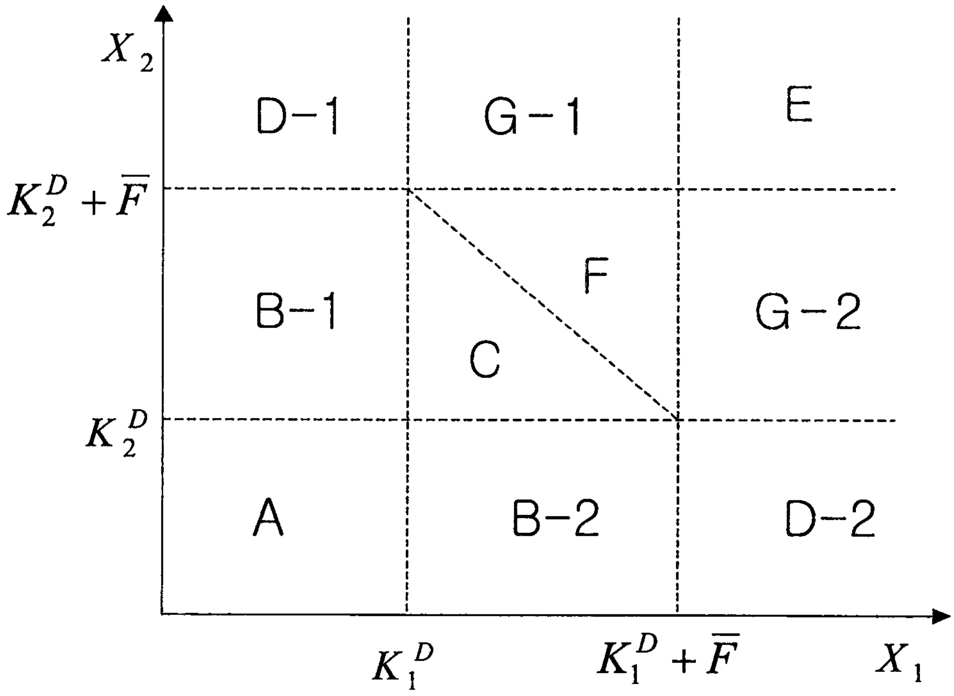

그림 2. 생산용량과 수요량의 관계

<그림 2>에서 A 부터 D 까지의 경우를 설명하면 다음과 같다. 영역 A 는 어느 종류의 제품도 그 수요가 각 전용기술의 생산용량을 넘지 못하는 경우, 영역 B 는 제품 i의 수요는 전용기술의 생산용량을 넘지 못하고, 다른 종류 $j \neq i$ 제품의 수요는 전용기술의 용량은 초과하나 전용기

술과 유연생산기술 용량의 합인 $K_j^D+\overline{F}$ 는 넘지 않는 경우, 영역 C 는 두 제품의 수요 모두 각각의 전용기술 용량은 초과하나, 초과수요의 합이 유연생산기술의 용량 $\overline{F}$ 를 넘지않는 경우, 영역 D 는 제품 i 의 수요는 전용기술의 생산용량을 넘지 못하나, 다른 종류 $j \neq i$ 제품의 수요는 전용기술의 용량뿐만 아니라 전용기술과 유연생산기술 용량의 합인 $K_j^D+\overline{F}$ 도 초과하는 경우이다.

이들 네가지의 경우의 생산계획 문제를 고려해 보면 제품에 대한 생산기술의 할당에 있어서 선택의 여지가 없는 경우로서, 최적생산계획을 간단히 구할 수 있다. 즉 A, B, C 의 경우에는 각 제품의 수요를 우선적으로 자신의 전용생산기술에 할당하고, 나머지 초과분이 존재하면 모두 유연생산기술에 할당하면 되며, D 의 경우에는 전용생산기술과 유연생산기술을 완전가동하고 나머지의 수요에 대해서는 생산을 포기할 수 밖에 없게 된다. m_i^D, m_i^F 를 제품 i 의 단위당 이윤이라 하면, 각각의 경우에 있어서 획득 가능한 최대이윤 π^k 는 아래와 같이 계산되어진다.

$$\pi^1 = \sum_{i=1}^{2} m_i^D \cdot X_i \tag{15}$$

$$\pi^2 = m_i^D X_i + m_j^D K_j^D + m_j^F (X_j - K_j^D) \tag{16}$$

$$\pi^3 = \sum_{i=1}^{2} (m_i^D K_i^D + m_i^F (X_i - K_i^D)) \tag{17}$$

$$\pi^4 = m_i^D X_i + m_j^D K_j^D + m_j^F \overline{F} \tag{18}$$

영역 E 는 두 종류 제품의 수요 모두가 각각의 전용기술 용량과 유연생산기술 용량의 합을 초과하는 경우이다. 이러한 경우에는 각 제품의 전용기술을 모두 활용하고, 유연생산기술은 보다 이윤율이 높은 제품에 모두 할당하는 것이 최적의 생산계획이 된다. 따라서 만일 유연생산기술로 제품을 생산하는 경우의 단위 이윤이 $m_1^F \geq m_2^F$ 의 관계를 가지는 것으로 가정하면[3], 경우 E 의 최대 이윤은 다음과 같다.

$$\pi^5 = \sum_{i=1}^{2} m_i^D K_i^D + \overline{F} m_1^F \tag{19}$$

[3] 이 가정은 제품의 인덱스에만 관련된 것으로서, 분석에 있어서 일반성을 전혀 잃지 않는 가정이다.

다음으로 영역 F 는 두 종류 제품의 수요가 모두 전용기술 용량은 초과하고 각 제품의 초과수요는 유연생산기술의 용량을 넘지 않으나, 두 제품의 초과수요의 합은 유연생산기술의 용량을 초과하는 경우이다. 이러한 경우는 전용기술을 모두 활용하고, 초과수요분에 대해서는 이윤율이 높은 제품에 우선적으로 유연생산기술을 할당한 후, 유연생산기술의 남은 용량을 이윤율이 낮은 제품에 할당하는 것이 최적생산계획이 된다. 이와 같이 할당했을 때의 경우 F 의 최대 이윤은 다음과 같다.

$$\pi^6 = \sum_{i=1}^{2} m_i^D K_i^D + (X_1 - K_1^D)m_1^F + (\overline{F} - (X_1 - K_1^D))m_2^F \tag{20}$$

마지막 경우는 두 종류 제품의 수요 모두 각각의 전용기술 용량은 초과하면서, 어느 한 종류 제품은 초과수요가 유연생산기술의 용량을 넘어서지 않으나 다른 종류의 제품 수요는 유연생산기술의 용량마저 초과하는 경우로서 영역 G 에 해당한다. 이 경우의 최적생산계획은 F 의 경우와 마찬가지로 전용기술은 모두 활용하고, 초과수요분에 대해서는 이윤율이 높은 제품에 우선적으로 유연생산기술을 할당한 후 유연생산기술의 남은 용량을 이윤율이 낮은 제품에 할당하면 되는데, 두 제품의 이윤율이 앞에서와 같이 $m_1^F \geq m_2^F$ 의 관계를 가지는 것으로 가정하면 그때의 최대 이윤은 G-1 의 경우에는 식 (20)과 같고, G-2 의 경우에는 식 (19)와 동일하게 됨을 알 수 있다.

3.3 최적 용량계획

앞에서 구한 최적생산계획에 따른 최대이윤 식을 보면 모든 식은 수요량과 생산용량을 나타내는 변수로 표현되어 있음을 알 수 있다. 따라서 <그림 2>에서 구분한 수요영역별 최대이윤 식을 이용하면 변형된 투자계획문제의 목적함수 식 (13)에 있는 총 기대이윤 식을 아래 식 (21)과 같이 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[\pi(F)] = & \int_0^{K_1^D}\int_0^{K_2^D} \pi^1 f_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1 + \sum_{i=1,\, j\neq i}^{2} \int_0^{K_i^D}\int_{K_j^D}^{K_j^D+F} \pi^2 f_{12}(x_1,x_2)dx_jdx_i \\ & + \int_{K_1^D}^{K_1^D+F}\int_{K_2^D}^{(K_1^D+K_2^D+F-x_1)} \pi^3 f_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1 + \sum_{i=1,\, j\neq i}^{2} \int_0^{K_i^D}\int_{K_j^D+F}^{\infty} \pi^4 f_{12}(x_1,x_2)dx_jdx_i \\ & + \int_{K_1^D+F}^{\infty}\int_{K_2^D}^{\infty} \pi^5 f_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1 + \int_{K_1^D}^{K_1^D+F}\int_{(K_1^D+K_2^D+F-x_1)}^{\infty} \pi^6 f_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1 \\ & - C^F(F) \end{aligned} \tag{21}$$

[정리] 유연생산기술 용량계획 문제의 최적용량 조건은 다음과 같다.

$$m_2^F\left[\int_0^{K_1^D}\int_{K_2^D+F}^{\infty} f_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1+\int_{K_1^D}^{K_1^D+F}\int_{K_1^D+K_2^D+F-x_1}^{\infty} f_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1\right]$$
$$+\ m_1^F\int_{K_1^D+F}^{\infty} f_1(x_1)dx_1=\frac{\partial C^F}{\partial F}-\lambda \tag{22}$$

$$\lambda\cdot F=0,\ \lambda\geq 0 \tag{23}$$

(증명) 용량계획 문제인 식 (13) 과 (14) 를 라그랑지안 함수로 만들면 다음과 같다.

$$\mathcal{L}(F,\lambda)=E[\pi(F)]-C^F(F)+\lambda F \tag{24}$$

여기에서 λ는 라그랑지안 상수

식 (24)에 대한 Kuhn - Tucker 조건을 구하면,

$$\frac{\partial E[\pi(F)]}{\partial F}-\frac{\partial C^F}{\partial F}+\lambda=0 \tag{25}$$

$$\lambda\cdot F=0,\ \lambda\geq 0 \tag{26}$$

식 (25)의 편미분항을 명시적으로 구하기 위해서는 Leibnitz' rule 을 이용해야 하며, 그 결과는 다음과 같다.

$$\frac{\partial E[\pi(F)]}{\partial F}=\int_0^{K_1^D}(m_1^Dx_1+m_2^DK_2^D+m_2^FF)f_{12}(x_1,K_2^D+F)dx_1$$
$$+\int_{K_1^D}^{K_1^D+F}\{m_1^DK_1^D+m_2^DK_2^D+m_1^F(x_1-K_1^D)+m_2^F(K_1^D+F-x_1)\}f_{12}(x_1,K_1^D+K_2^D+F-x_1)dx_1$$
$$-\int_0^{K_1^D}(m_1^Dx_1+m_2^DK_2^D+m_2^FF)f_{12}(x_1,K_2^D+F)dx_1+\int_0^{K_1^D}\int_{K_2^D+F}^{\infty}m_2^Ff_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1$$
$$-\int_0^{K_2^D}(m_1^DK_1^D+m_2^Dx_2+m_1^FF)f_{12}(K_1^D+F,x_2)dx_2+\int_0^{K_2^D}\int_{K_1^D+F}^{\infty}m_1^Ff_{12}(x_1,x_2)dx_1dx_2$$

$$
\begin{aligned}
& - \int_{K_2^D+F}^{\infty}(m_1^D K_1^D + m_2^D K_2^D + Fm_1^F) f_{12}(K_1^D + F, x_2)dx_2 \\
& - \int_{K_1^D+F}^{\infty}(m_1^D K_1^D + m_2^D K_2^D + Fm_1^F) f_{12}(x_1, K_2^D + F)dx_1 \\
& + \int_{K_1^D+F}^{\infty}\int_{K_2^D+F}^{\infty} m_1^F f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1 + \int_{K_2^D}^{\infty}(m_1^D K_1^D + m_2^D K_2^D + Fm_1^F) f_{12}(K_1^D + F, x_2)dx_2 \\
& - \int_{K_1^D}^{K_1^D+F}\{m_1^D K_1^D + m_2^D K_2^D + (x_1 - K_1^D)m_1^F + (F - x_1 + K_1^D)m_2^F\} f_{12}(x_1, K_1^D + K_2^D + F - x_1)dx_1 \\
& + \int_{K_1^D}^{K_1^D+F}\int_{K_1^D+K_2^D+F-x_1}^{\infty} m_2^F f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1 - \int_{K_2^D}^{K_2^D+F}(m_1^D K_1^D + m_2^D K_2^D + m_1^F F) f_{12}(K_1^D + F, x_2)dx_2 \\
& + \int_{K_1^D+F}^{\infty}(m_1^D K_1^D + m_2^D K_2^D + m_1^F F) f_{12}(x_1, K_2^D + F)dx_1 + \int_{K_1^D+F}^{\infty}\int_{K_2^D}^{K_2^D+F} m_1^F f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1
\end{aligned}
$$

위 식에서 서로 가감되는 항을 정리하고, m_1^F 와 m_2^F 로 정리하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial E[\pi(F)]}{\partial F} = m_2^F [& \int_{0}^{K_1^D}\int_{K_2^D+F}^{\infty} f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1 + \int_{K_1^D}^{K_1^D+F}\int_{K_1^D+K_2^D+F-x_1}^{\infty} f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1] \\
+ m_1^F [& \int_{K_1^D+F}^{\infty}\int_{0}^{K_2^D} f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1 + \int_{K_1^D+F}^{\infty}\int_{K_2^D}^{K_2^D+F} f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1 \\
& + \int_{K_1^D+F}^{\infty}\int_{K_2^D+F}^{\infty} f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1]
\end{aligned}
\tag{27}
$$

한편 식 (27)의 m_1^F 항을 보면 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$
\int_{K_1^D+F}^{\infty}\int_{0}^{\infty} f_{12}(x_1, x_2)dx_2 dx_1 = \int_{K_1^D+F}^{\infty} f_1(x_1)dx_1 \tag{28}
$$

따라서 식 (28)을 식 (27)에 대입하고, 이를 Kuhn – Tucker 조건에 대입해서 정리하면 최적용량 조건 (22)가 도출된다. ■

[정리 1]의 최적조건이 의미하는 바를 살펴보면 다음과 같다. 우선 식 (23)에 의하면 $F > 0$ 이기 위해서는 $\lambda = 0$ 이어야 한다. 즉, 유연생산기술의 최적 투자 규모가 0 보다 크기 위해서는 라그랑지안 상수값이 0 이어야 하는 것이다. 따라서 $F > 0$ 이 된다면 식 (19)는 아래와 같은 식으

로 된다.

$$m_2^F\left[\int_0^{K_1^D}\int_{K_2^D+F}^{\infty} f_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1+\int_{K_1^D}^{K_1^D+F}\int_{K_1^D+K_2^D+F-x_1}^{\infty} f_{12}(x_1,x_2)dx_2dx_1\right]+m_1^F\int_{K_1^D+F}^{\infty} f_1(x_1)dx_1=\frac{\partial C^F}{\partial F} \tag{29}$$

식 (29)에서 좌변의 괄호 안에 있는 항은 아래 <그림 2>의 D-1 과 G-1, F 에 해당하는 부분으로서, 만일 수요가 이 영역에 포함되게 되면 유연생산기술의 용량을 한 단위 늘려서 X_2 제품을 한 단위 더 생산할 수 있는 영역이 된다. 따라서 수요가 이 영역에 포함되었을 때 얻을 수 있는 한계 이익은 m_2^F 가 됨을 알 수 있다. 또한 좌변의 마지막 항은 <그림 2>의 D-2, G-2, E 에 해당하는 부분으로서, 만일 수요가 이 영역에 포함되게 되면 유연생산기술의 용량을 한 단위 늘려서 X_1 제품을 한 단위 더 생산할 수 있는 영역이 된다. 따라서 수요가 이 영역에 포함되었을 때 얻을 수 있는 한계 이익은 m_1^F 가 된다. 한편 A, B, C 영역은 만일 수요가 이 부분에 포함되면 유연생산기술을 한 단위 더 늘리더라도 더 이상 추가 이윤을 얻을 수 없는 영역이다. 따라서 식 (29)의 좌변항은 유연생산기술의 용량을 한 단위 더 늘림으로써 얻게 되는 한계 이윤의 기대값이 됨을 알 수 있다. 반면에 우변항 C^F 는 유연생산기술의 용량을 한 단위 더 늘리는데 필요한 한계 비용이라는 사실을 쉽게 알 수 있다.

결론적으로 유연생산기술 용량계획 문제의 최적용량 조건은 유연생산 기술의 용량을 한 단위 더 늘림으로써 얻게 되는 한계 이윤과 추가적으로 소요되는 한계 비용이 같아질 때까지 투자를 하는 것이 최적이라는 사실을 의미하고 있다. 따라서 만일 유연생산기술의 용량이 식 (26)의 좌변항의 값이 우변항보다 큰 수준에서는 투자를 늘림으로서 기대 이윤을 증가시킬 수 있고, 반대로 우변항의 값이 좌변항보다 큰 수준에서는 투자를 줄임으로서 기대 이윤을 증가시킬 수 있는 것이다.

4. 결론 및 추후 연구방향

본 연구에서는 유연생산기술의 근본적인 경제적 특징으로 범위의 경제 개념을 사용해서 불확실한 수요 하에서의 유연생산시스템에 대한 투자계획 문제와 생산계획 문제를 수리적으로 모형화 하고, 범위의 경제 개념을 이용하여 투자계획 문제에서 새롭게 투자하여야 할 생산 용량이 어떤 수준이더라도 전용생산시스템보다는 무조건 유연생산기술에 투자하는 것이 바람직하다는 사실을 규명하였다. 그리고, 수요의 여러가지 상황에 따른 최적생산계획을 도출하고 최적 기대이익함수를 도출하였으며, 이를 이용하여 최적 투자용량 계획을 도출하고 유연생산기술 용량계획 문제의

최적조건은 유연생산 기술의 용량을 한 단위 더 늘림으로써 얻게 되는 한계 이윤과 추가적으로 소요되는 한계 비용이 같아질 때까지 투자를 하는 것이 최적이라는 사실을 규명하였다.

추후 연구방향으로는 최근 전략적 투자문제를 모형화하는데 있어서 투자의 불확실성을 반영하기 위하여 활발히 응용되고 있는 실물옵션 모형을 이용하여, 유연생산시스템에 대한 투자를 불확실한 수요 변화에 대응하기 위한 하나의 옵션으로 간주하고, 최적 투자전략을 분석할 수 있는 새로운 접근방법을 동원한 모형 개발을 하여 분석한다면 효과를 본 연구에서와 같이 유연생산시스템에 대한 투자효과를 범위의 경제성이라는 개념으로 한정할 때 간과하게 되는 중요한 할 면들을 새롭게 발견할 수 있으리라 기대된다.

참고문헌

Andreou, S. A.(1990), A Capital Budgeting Model for Product-Mix Flexibility, *Journal of Manufacturing Operations Management*, 3, 5-23

Eaton, C. and Schmitt, N.(1994), Flexible Manufacturing and Market Structure, *American Economic Review*, 84(4), 875-888

Fine, C. H.(1993), Developments in Manufacturing Technology and Economic Evaluation Models, in: S. C. Graves et al. (Eds.), *Handbooks in OR & MS*, Vol. 4. Elsevier Science Publishers B. V., 711-750

Fine, C. H. and Freud, R. M.(1990), Optimal Investment in Product-Flexible Manufacturing Capacity, *Management Science*, 36(4), 449-466

Goldhar, J. D. and Jelinek, M.(1983), Plan for Economies of Scope, *Harvard Business review*, Nov.-Dec., 141-148

Gupta, D. and Buzacott, J. A.(1989), Multiproduct Industries: A Case for Flexible Automation. In: K. E. Stecke and R. Suri (Eds.), *Proceedings of the Third Conference on Flexible Manufacturing Systems: Operations Research Models and Applications,* Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 35-40

Gupta, D., Gerchak, Y. and Buzacott, J. A.(1992), The Optimal Mix of Flexible and Dedicated Manufacturing Capacities: Hedging against demand uncertainty, *International Journal of Production Economics*, 28, 309-319

Li, S. and Tirupati, D.(1992), Technology Choice and Capacity Expansion with Two Product Families: Tradeoffs between scale and scope, *International Journal of Production Research*, 30(4), 887-907

Li, S. and Tirupati, D.(1994), Dynamic Capacity Expansion Problem with Multiple Products: Technology Selection and Timing of Capacity Addition, *Operations Research*, 42, 958-976

Milgrom, P. and Roberts, J.(1990), The Economics of Modern Manufacturing: Products, Technology and Organization, *American Economic Review*, 80(3), 511-528

Panzar, J. C. and Willig, R. D.(1981), Economies of Scope, *American Economic Review*, 71(2), 268-272

Parsaei, H. R. and Mital, A. (1992), Economics of Advanced Manufacturing Systems, Chapman & Hall, London

Roller, L. and Tombak, M. K.(1993), Competition and Investment in Flexible Technologies, *Management Science*, 39(1), 107-114

Tannous, G. F. (1996), Capital Budgeting for Volume Flexible Equipment, *Decision science*, 27(2), 157-184

Van Mieghem, J. A.(1998), Investment Strategies for Flexible Resources, *Management Science*, 44(8), 1071-1078

김대식, 노영기, 안국신(1999), 현대 경제학원론, 제4전정판, 박영사