도크 공간 및 자원 제약하의 선박 건조 혼합의 최적화
(An Optimization of the Ships Building Mix under Dock –Space and Resource Constraints)

울산대학교 산업정보경영공학부 김 연민
052-259-2175 ymkim@ulsan.ac.kr

This paper deals with two most important problems, from both practical and theoretical standpoints, arising when building the ships in docks. Such docks have become core components of modern ship construction. One problem is to minimize the number of building docks in the shipyard, while the other is to keep the usage rate of resources fed into dock as constant as possible. In this paper the combined problem is formulated as a single-integer programming model. The LP-relaxation of this model is solved by column-generation techniques. The results of an experimental evaluation show that the lower bounds are tight. Practical applications of this formulation are also discussed.

1. 서론

과거 선박은 선대를 이용하여 건조되었다. 그러나 진수 시의 문제점 등으로 선박은 현재 대부분 도크 (graving dock)를 이용하거나 부유 드라이 도크(floating dry dock) 등을 이용하여 건조된다. 조선소에서 가장 중요하며 고가의 시설인 도크에 선박을 가능한 한 가장 많이 할당하여 도크의 활용을 최대화하는 것은 매우 중요하다. 동시에 선박 건조 시 도크 공간을 최대한 활용하며 자원이 일정하게 투입되도록 할 수 있는 선박의 건조 혼합 형태 (building mix pattern)가 고려되어야 한다. 본 연구는 이 두 문제를 동시에 고려하여 조선소에서 가장 중요한 총괄생산계획인 기본계획을 수립할 수 있도록 이를 Set Partitioning 문제로 정식화하고 이를 Column Generation 방법을 이용하여 풀었다. 2장에서는 탐색기반 휴리스틱과 최적화 방법을 이용한 과거 연구에 대한 고찰을 했다. 3장에서는 자원 제약의 조건을 만족하며 사용 도크의 수를 최소화하는 Set-Partitioning 모형과 이를 Column Generation 을 이용하여 푸는 방법을 제시하였다. 4장에서는 조선소에서 선박건조 계획 시 나타나는 실제적 문제를 어떻게 본 접근법에서 고려할 수 있는가를 논의하였다 5장에서는 정식화에 대한 계산 결과와 토론을 제시하였다.

2. 과거 연구에 대한 고찰

2.1 탐색 기반 휴리스틱

Lee et al.(1996), 박주철 등(1995) 및 Popielski, Krolikowski (1976)은 선박의 총괄생산계획인 도크 계획을 복잡한 의사결정 문제로 파악하고 이를 몇 개의 작은 문제 (sub-problem)로 분해한 다음 각 문제를 탐색 기반 휴리스틱을 이용하여 풀었다. Lee et al.(1996)은 각 문제를 도크 생산주기 계획 알고리즘, 초기 건조계획 생성 알고리즘, 평준화하지 않은 제품혼합 알고리즘, 및 평준화 알고리즘으로 분해하였다. 여기서 탐색기반이라 함은 각 알고리즘에서 탐색을 이용하여 해를 개선하기 때문이다. 예를 들면 Lee et al.(1996)의 제품혼합알고리즘은 다음과 같다.

1. 초기 계획을 S라 하고 표준 프로젝트(선박을 지

칭함) 형태를 T라 한다.

2. S에 있는 모든 프로젝트 중에서 T에 있는 제약조건(매출, 도크 공간, 수요, 납기 등)을 만족하는 다른 프로젝트와 교환했을 때의 값을 추정한다.
3. 가장 큰 값을 가지는 S의 P1과 T의 P2를 교환한다.
4. 새로운 계획을 S0라 하고 년 매출과 프로젝트 혼합을 수정한다.
5. 더 이상 교환할 프로젝트가 없을 때까지 이를 반복한다.

마찬가지로 평준화 알고리즘도 이와 유사한 알고리즘을 이용하여 자원의 평준화를 시도하고 있다. 평준화 알고리즘의 경우 계산시간은 실제 문제에서 평균 48.5분이 걸리는 것으로 보고되었다.

2.2 최적화 모형

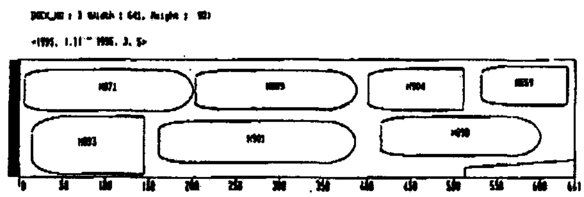
도크의 계획에 관한 최적화 모형은 그 중요성에도 불구하고 거의 연구가 이루어지지 않았다. Zielinski and Pizechwski (1976)의 0-1정수계획법으로의 정식화와 김연민 (1984)의 수송계획법과 선박의 이윤을 최대화하도록 도크생산주기 동안 선박의 수요, 도크의 공간, 자원의 제약을 고려한 정식화가 있었다. 그러나 Zielinski and Pizechwski (1976)는 0-1 정수계획법은 변수가 너무 많으며, 김연민(1984)은 실제적 해를 구하는 과정이나 이의 적용상의 문제점을 고려하지 않아 현실적으로 최적화 기법을 도크 계획에 활용할 수 없었다.

3. 도크의 활용과 자원의 제약

3.1 Set-Partitioning/Column Generation

도크 계획 문제는 도크의 공간과 도크에서 사용되는 자원의 제약하에서 총괄생산계획 기간 중에 사용되는 도크의 수를 최소화함으로써 조선소에서 가장 중요한 설비인 도크의 활용을 최대화하고자 한다<그림 1 참조>

<그림 1> 도크 배치의 예 (박주철 등, 1995).



도크 계획 문제는 여러 개의 도크가 있을 경우 일정한 수요를 가진 여러 크기와 중량의 선박을 도크의 공간과 자원 (대부분 중량에 비례하여 자원이 소요됨)의 낭비를 줄임으로써 계획에 이용되는 도크 수를 최소화하도록 하는 것이다. 이 문제를 서술하기 위해 다음과 같은 기호를 정의한다.

M	: 선박의 집합
N	: 도크의 집합
y_j	: 도크 j의 사용 횟수
x_{ij}	: 선형 i의 배를 도크 j에서 건조하는 척수
S_i	: 총괄 생산 계획기간 동안 건조할 선형 i의 수요
L	: 도크의 길이
C	: 도크 자원의 용량
l_i, w_i	: 선형 i의 길이, 무게(총톤수)

도크 계획 문제는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$Minimize \quad Z = \sum_{j \in N} y_j$$

s.t.

$$\sum_{j \in N} x_{ij} \geq S_i \qquad \forall\ i \in M \qquad (1)$$

$$\sum_{i \in M} l_i x_{ij} \leq L y_j \qquad \forall\ j \in N \qquad (2)$$

$$\sum_{i \in M} w_i x_{ij} \leq C y_j \qquad \forall\ j \in N \qquad (3)$$

$$x_{ij} \in N_0 \qquad y_j \in \{0,1\}$$

그러나 이러한 정식화는 알려진 바와 같이 basic □ variables이 제약조건의 수와 같아 column 이 많더

라도 최적화를 위해서는 column의 부분집합만이 필요하다. 따라서 이러한 정식화는 많은 대칭해 ($k!$)를 가져 branch and bound 알고리즘을 적용하기가 매우 어려운 문제가 된다. 또 이 정식화는 많은 정수 및 binary 변수를 가진다.

이러한 문제에 대한 해결책으로는 이 문제를 Set-Partitioning 문제로 정식화한 다음 이를 Gilmore-Gomory 절차 즉 Column-Generation을 이용하여 풀면 된다. Set-Partitioning 문제로 정식화하기 위해 하나의 도크에 할당할 수 있는 가능한 선박 건조 혼합 형태를 정의할 수 있다. 즉 선박 건조 혼합 형태는 하나의 도크 공간과 시설용량 제약을 넘지 않고 건조할 수 있는 여러 종류의 크기와 총톤수를 가진 선박의 혼합 형태를 말한다. 이 도크 계획 문제는 주어진 선박 건조 혼합 형태를 이용하여 도크 사용을 최소화하는 문제로 다음과 같이 정식화될 수 있다. 이 정식화는 Column-Generation의 주 문제 (Master-Problem)가 된다.

M	: 선박의 집합
P	: 선박 건조 혼합 형태의 집합
a_i^j	: 선박건조혼합형태-혼합형태 j를 이용한 하나의 도크에 배치되는 선박 i의 척수
x_j	: 선박건조혼합형태 j의 양
b^i	: 선박 i의 수요

$$\textit{Minimize} \qquad z = \sum_{j \in M} x_j \qquad (1)$$

subject to

$$\sum_{j \in p} a_i^j x_j \geq b^i \quad \forall\ i \in M \quad (2)$$

$$x_j \geq 0,\ integer$$

여기서 목적함수는 도크의 사용을 최소화하고자 하는 것이며, 제약 조건은 선박의 수요를 만족시키고자 하는 것이다.

3.2 Knapsack problem

선박건조혼합형태를 생성하는 모델은 Knapsack 문제로 새로운 도크의 사용을 줄여 도크의 활용도를 높이거나 혹은 더 이상 새로운 선박 건조 혼합형태가 없을 때까지 도크 계획에 이용될 새로운 선박건조 혼합형태를 찾는 것으로 Column-Generation의 부 문제(Sub-Problem)가 된다. 이 모형의 변수 (a_i^j) 는 새로운 선박건조형태에서 사용되는 각 선박의 척 수로 도크 공간과 도크 자원제약을 만족시켜야 한다. 여기서 목적함수는 주문제인 도크 계획 모델의 reduced cost ($1-\sum_{i \in M} \pi_i a_i^j$) 이다.

부 문제는 다음과 같다.

$$\textit{Minimize} \quad z = 1-\sum_{i \in M} \pi_i a_i^j \qquad (3)$$

subject to

$$\sum_{i \in M} l_i a_i^j \leq L \qquad \forall\ j \in P \quad (4)$$

$$\sum_{i \in M} w_i a_i^j \leq C \qquad \forall\ j \in P \quad (5)$$

$$a_i^j \geq 0$$

π_i 는 제약조건 (2) 에 해당하는 dual값임

Column-Generation 기법으로 도크 계획 모델(주 문제)과 선박건조혼합형태 생성 모델(부 문제)를 차례대로 풀면 도크 공간 및 자원 제약하의 선박 건조 혼합이 최적화된 도크 계획을 찾을 수 있다. 도크 계획에 대한 Gilmore-Gomory 절차의 의사코드(Pseudo-Code)는 다음과 같다.

```
수요를 만족시키는 초기 선박 건조 혼합형태를 생성한다.
  Repeat {
      정수제약이 완화된 도크 수를 최소화하는 도크계획
       모델(주 문제)을 푼다.
    각 선박건조혼합형태에 대한 쌍대 (dual) 값을 찾는다.
    선박건조혼합형태 생성 모델(부 문제)을 푼다.
    만약에 reduced cost가 < 0 이면
          새로운 선박건조혼합형태를 추가한다.
        그렇지 않으면 break
  }
도크계획 모델(주 문제)에 대한 최종 정수 해를 구하고
```

끝낸다.

이기서 *"최종 정수 해를 구하고 끝낸다"* 는 것은 정수제약이 완화된 문제의 해를 이용하여 몇 번의 branch and bound가 더 이루어진 최적 정수 해를 구하는 것이다. 5장의 계산 결과에서는 정수제약이 완화된 문제의 해와 최종 정수 해의 차이를 제시할 것이다.

4. 실제적 문제

4.1 N개의 크기가 다른 도크

도크의 수를 최소화하는 주문제(식 1, 2)에서는 도크의 크기가 같은 것으로 가정하였으나 도크의 크기가 다른 N개의 도크를 고려할 경우에도 위의 정식화는 쉽게 확장될 수 있다. 확장된 문제에서는 수요를 만족시키는 초기 선박 건조 혼합형태를 생성할 때 많은 주의가 요구된다. 그리고 어느 한 도크만 계속 사용되지 않도록 도크의 사용에 대한 제약 조건을 추가하거나 도크간의 건조 비용의 차이를 고려한 목적 함수를 이용해야 한다. 그러나 도크 크기가 다른 문제는 각 도크별로 그 수를 최소화하는 문제로 분해할 수 있으므로 문제의 복잡성을 줄이기 위해서는 개별 도크에 대한 도크 계획이 현실적이다.

4.2 도크의 폭이 넓은 경우

도크의 크기가 큰 경우 병렬로 2대 이상의 선박 배치가 가능하다. 그러나 현실적으로는 도크 폭이 큰 도크는 항상 병렬로 같은 수의 선박을 배치한다(예를 들면 폭으로 2대가 배치 가능하다면 이 도크에는 전부 병렬로 2대씩의 선박을 배치한다). 이 경우에는 문제의 정식화에서 폭을 고려한 복잡한 정식화 보다는 도크의 길이를 병렬로 배치가 가능한 선박 수만큼 곱한 도크의 길이를 취하여 위의 도크 계획 문제를 그대로 사용할 수 있다.

4.3 도크 건조기간

도크 계획에서 건조주기에 따른 시간을 고려할 경우에는 각 건조주기별 수요를 고려하여 문제를 쉽게 확장될 수 있지만 문제의 복잡성을 줄이기 위해서는 총괄생산계획 기간 전체에 가능한 선박 건조 혼합 형태를 구하는 것이 유리하다. 한편 각 건조기간에 해당하는 선박의 수요가 적을 경우에는 도크 계획문제 자체가 계획 시 어느 수준 이상의 수요를 고려하여 이루어져야 하므로 현실적으로 도크 계획 문제 자체가 성립하지 않는다.

조선소의 여러 도크 사이에 건조기간이 다를 경우에는 도크 별로 도크 계획을 수립하는 것이 불가피하다. 따라서 현실적으로 3장의 Set-Partitioning 정식화로도 충분히 도크 계획을 수립할 수 있음을 알 수 있다.

4.4 Semi-Tandem

조선소에서 도크의 활용도를 높이기 위해 선박의 선수 부분과 선미 부분 중 한 부분의 건조가 이루어진 다음 바로 뒤 건조기간에 나란히 배치(조선소에서 이를 Semi-Tandem이라 함) 할 수 있다. 이러한 방식은 도크 이용 효율을 높이므로 도크 계획에서 반드시 고려되어야 한다. 선박건조혼합형태를 생성할 때 선박의 수요에 Semi-Tandem 에 대한 수요를 추가하면 이 문제는 쉽게 해결할 수 있다.

4.5 도크의 건조 비용

각 도크 마다 도크의 특성에 따라 건조 비용이 다를 수 있다. 총괄생산계획은 충분한 수요를 가정하여 모든 도크가 활용되는 것을 가정하고 있으나 수요가 부족할 경우에는 건조비용이 낮은 도크를 우선으로 도크 계획을 생성하면 된다.

5. 계산결과 및 토론

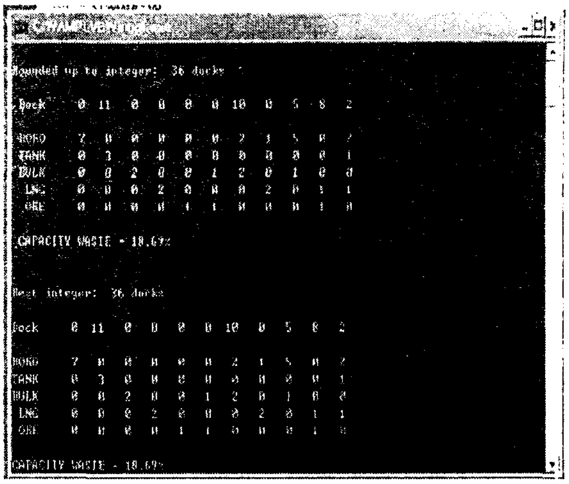
Column-Generation을 이용한 도크계획의 AMPL/CPLEX 결과 화면은 <그림 2>와 같다.결

과 화면은 Semi-Tandem을 고려하지 않은 데이터를 이용한 정수조건이 완화된 해 (선박건조 혼합형태)와 정수 해를 보여주며, 도크 투입 자원의 비효율을 각각 보여주고 있다(이 결과에서는 정수조건이 완화된 해와 정수 해가 일치함을 보여 준다. 본 고에서는 N개의 크기가 다른 도크에 대한 연구 결과 보다는 정식화와 결과를 이해하기 쉬운 한 개의 도크만을 고려한 결과를 제시하였다).

본 연구에서는 아직 실제 데이터를 이용한 정수제약이 완화된 문제의 해와 최종 정수 해의 차이에 대한 연구가 수행되지 않았다. 추후 연구로는 실제 데이터에 따른 계산 시간과 모의 데이터를 생성하여 정수조건이 완화된 문제와 최종 정수 해에 대한 lower-bound에 대한 연구를 수행하고자 한다.

한편 Column-Generation 에서 Knapsack 문제는 일반적으로 계산시간이 문제가 될 경우 휴리스틱을 이용하여 해결하는데 이에 대한 연구도 필요하다. 또 N개의 다른 도크일 경우 3장의 정식화에 대한 단순한 확장만이 아닌 여러가지 현실적 측면을 고려한 정식화와 column - generation 방법에 대한 연구도 이루어져야 한다.

본 연구는 도크 계획의 중요한 엔진으로 이용되어 조선소에서 행해지는 총괄생산계획인 도크 계획의 효율성을 높이는데 크게 기여할 것으로 보인다.



<그림 2> Column-Generation을 이용한 도크 계획의 AMPL/CPLEX 결과 화면

참고문헌

1. 김연민, "경영 정책 지원시스템의 실행방안 ㅁㅓ 조선의 사례를 중심으로" , 경영과학의 응용, 제 1호, Oct., 1984, pp 35-46

2. 박주철, 옥철영, 이태억, 정동수, 이강렬, "조선기본계획 시스템의 개발," 산업공학, 8권 2호, 1995. 7

3. Fourer, Robert, David Gay, and Brian Kernighan, AMPL, 2nd ed. Thomsom, 2003

4. Lee, Tae-Eog, Ju-Seog Song, Jong-Cheel Im, Ju Chul Park et al., "Search-Based Heuristic Agorithms for Baisc Planning in a Large Shipyard, " Journal of Ship Production, Vol. 12, No. 4, Nov. 1996 pp 211-219

5. Popielski, Stanislaw and Andrzej Krolikowski, " A Heuristic Method For Five Years Shipyard Production Schedule," Computer Applications in the Automation of Shipyard Operation and Ship Design II, Jacobson et al(eds.), North-Holland Publishing Company, 1976, pp257~259

6. Zielinski, Stefan, Franciszek Pizechwski, and Stanislaw Popielski, "An Optimization of the Ships Building Program in a Shipyard", ibid., pp251~256