

# Quantity incentive 개념을 적용한 공급망 시스템 통합 효과의 적정 배분

김태복, 홍유신  
포항공과대학교 기계 산업공학부

## Abstract

본 연구에서는 lot-for-lot 정책으로 운영되는 불균등한 bargaining power를 갖는 단일 생산자와 단일 수요가로 구성된 공급망 시스템에서 생산자와 수요가의 생산량(또는 주문량)의 결정을 위한 통합 모델과 이에 따르는 통합효과의 적정 배분방법을 제안하고자 한다. Quantity incentive라는 개념을 고안하여 공급망 시스템에서 우위를 점하고 있는 생산자(또는 수요가)에게 수요가(또는 생산자)가 현재의 운영정책의 변경을 요구하고 이에 상응하는 보상을 지불하는 형태의 조정방법을 제안하고자 한다. 이러한 과정을 통해 안정적인 공급망 시스템 운영을 위한 통합 효과의 적정 배분 방법을 추가적으로 제시하고자 한다.

### 1. 연구배경

경쟁력을 확보한 공급망 시스템의 설계 및 구축을 위해서는 협력적 의사결정 및 관리가 중요한 요소로 널리 인식되어져 있다. 그러나, 현실적으로 기존에 운영되고 있는 시스템을 대상으로 이러한 협력적인 과정을 적용할 경우에 발생할 수 있는 문제는 우위를 점하고 있는 구성체는 그에 상응하는 보상이 확보되지 않을 경우에 협력적 관리 형태에 대해 회의적인 의견을 제시할 것이다. 공급망 시스템에서의 조정 및 협상 기능의 목적은 공급망 구성업체들이 부분적인 자신들만의 최적화를 벗어나 시스템 차원에서의 최적의 의사결정을 도출할 수 있는 대안을 제시하고 있다. Cachon(2001)은 이러한 협상을 위한 대안 정책을 quantity discounts(Weng,1995), quantity flexibility contracts(Tsay,1999), backup agreements(Eppen and Iyer,1997), buyback or return policies(Emmons and Gilbert,1998), incentive mechanisms(Lee and Whang,1999) 그리고 allocation rules(Cachon and Lariviere,1999) 등으로 분류하고 있다.

이들 중에서 quantity discount 정책은 판매자가 구매자에게 discount 정책을 통한 시스템 최적화를 유도할 수 있는 lot size를 설정하도록 유도함으로써 양쪽의 이익을 극대화하는 데에 목적을 두고 있다. Amiya와 Martin(1988)이 제안한 모델에서는 discount price와 구매주기를 결정하는 문제를 다루고 있다. Li와 Huang(1995) 판매자가 독점적인 우위를 점하고 있는 판매자-구매자 시스템에서의 협력적인 관계 설정을 위한 문제를 다루고 있다. Weng(1995)은 단일 공급자와 복수의 homogeneous 구매자로 구성된 시스템에서의 quantity discount와 franchise fee 등을 고려하여 joint 의사결정 정책의 영향도를 분석하는 모델을 제안하였다. Benton and Park(1996)은 lot size를 결정하는 모델들을 가격 할인 정책의 형태에 따라 분류하였다. Lewis(1998)는 EOQ이상으로 주문량을 설정하는 경우의 가격할인 정책의 실질적인 범위를 결정할 수 있는 모델에 대하여 검토하였다. Gurnani(2001)는 단일 공급자와 복수의 heterogeneous 구매자로 구성된 시스템에서 quantity discount를 이용한 가격 결정 정책을 다루었다. Weng(2004)은 생산자와 수요가간의 조정된 lot size 결정 문제를 분석하여 위하여 일반적인 newsvendor 모델을 활용하였다. 앞서 이러한 연구에서 보는 바와 같이, 기존의 quantity discount 정책은 제품을 공급하는 측에서 구매자의 최적 구매량 보다 많은 양을 주문하도록 하기 위한 대안중의 하나로 활용되었다. 그러나, 현실적으로는 이와는 반대로 수요가가 생산자에게 생산량이나 제품운송주기 등의 조정을 요청하는 경우도 발생할 수 있다. 예를 들어, 생산자의 생산량이 수요가의 최적 주문량, 수송능력, 창고 저장 능력 보다도 큰 경우에 수요가는 생산자에게 생산량 조정을 요청하고 이에 따라 발생하는 생산자의 비용증가에 대한 적절한 보상을 제안할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 quantity

incentive라는 개념을 고안하여 생산자와 수요가가 서로 다른 bargaining power를 지닌 시스템에서의 joint lot size 결정 문제를 이들간의 계약(contract) 형태로 다루어 보고자 한다.

## 2. 문제정의 및 설명

먼저 단일 생산자와 단일 수요가로 구성된 공급망 시스템을 생각하도록 하겠다. 수요가는 확정적이고 일정한 수요를 갖는다고 가정하자. 본 연구에서는 아래와 같은 파라미터를 이용하여 공급망 시스템을 나타내고자 한다.

$P$ : 생산자의 연간 생산능력

$D$ : 수요가의 연간 수요량( $P \geq D$ )

$A_M(A_R)$ : 생산자의 생산준비 비용(수요가의 주문비용)

$h_M(H_R)$ : 생산자(수요가)의 재고유지비용

$q_M(q_R)$ : 생산자의 생산 lot size(수요가의 주문 lot size)

따라서, 생산자와 수요가의 평균비용은 각각  $TC_M(q_M) = A_M D / q_M + H_M q_M / 2$ , where  $H_M = h_M(D/P)$ , 와  $TC_R(q_R) = A_R D / q_R + H_R q_R / 2$  로 정의 되어진다. 또한, 최적의 생산량과 주문량은 각각  $q_M^0 = \sqrt{2A_M D / H_M}$  와  $q_R^0 = \sqrt{2A_R D / H_R}$  로 나타난다. 통합된 의사결정을 취하는 경우는  $TC_J(q_J) = (A_M + A_R) D / q_J + (H_M + H_R) q_J / 2$  로 주어진다. 또한, 이때의 최적의 경제적인 lot size는  $q_J^0 = \sqrt{2(A_M + A_R) D / (H_M + H_R)}$  로 정해진다. 이와 같이, 시스템 비용 측면에서는 통합 시스템이 항상 경제적이라는 것을 쉽게 알 수 있지만, 이러한 경제적 효과의 배분방법을 어떻게 할 것인가에 대한 문제는 여전히 남아 있다. 먼저, 생산자가 수요가에 비해 우위에 있는 것으로 가정하자. 즉, 생산자는 자신의 비용만을 감안하여 생산량( $q_M^0$ )를 결정하고, 수요가는 생산자의 요구에 따라 주문량을  $q_M^0$ 로 수용한다고 하자. 수요가는 이러한 생산자의 일방적인 운영 상황을 개선할 수 있는 대안으로 생산자에게 현재의 생산량( $q_M^0$ )을 조정해 줄 것을 요구하고, 그 보상으로 생산자의 수용정도에 비례하여 보상금에 해당하는 보상금을 지불하는 계약을 제안한다. 따라서, 수요가가 생산자에게 요구하는 변경된 lot size는  $q_u = q_M^0 + u(q_J^0 - q_M^0)$ 로 표현되고  $u$ 는 현재 운영되고 있는  $q_M^0$ 에서  $q_J^0$ 를 어느 정도까지 수용하고 있는 가를 나타내는 조정비율로

정의되어 질 수 있다. 따라서, 수요가는  $q_u$ 를 요구하는 대신에  $\pi u$ 만큼의 금액을 생산자에게 지불하게 된다. 본 논문에서는 두 가지의 중요한 결정변수인  $\pi$ 와  $u$ 를 도출하는 방법론을 제안하고자 한다. 이러한 계약정책하에서 생산자와 수요가의 변경된 비용함수는 아래와 같은 형태로  $\pi$ 와  $u$ 의 함수 형태로 정의되어 질 수 있다.

$$TRC_M(\pi, u) = A_M D / (q_M^0 + u\delta) + H_M (q_M^0 + u\delta) / 2 - \pi u \quad (1a)$$

$$TRC_R(\pi, u) = A_R D / (q_M^0 + u\delta) + H_R (q_M^0 + u\delta) / 2 + \pi u \quad (1b)$$

$\delta$ 는  $(q_J^0 - q_M^0)$ 로 정의되며  $q_J^0$ 와 현재 적용되고 있는  $q_M^0$ 의 차이를 의미한다. 비용함수의 정의에 따라 생산자의 비용함수  $TRC_M(0, 0)$ 은  $TC_M(q_M^0)$ 로 수요가의 비용함수  $TRC_R(0, 0)$ 은  $TC_R(q_M^0)$ 로 나타낼 수 있다. 이미 알고 있는 바와 같이,  $q_u$ 가  $q_J^0$ (또는  $u=1.0$ )로 설정되는 경우에 시스템 비용은 아래와 같은 효과를 얻을 수 있다.

$$\Delta TRC = [TC_M(q_M^0) + TC_R(q_M^0)] - [TRC_M(\pi, 1.0) + TRC_R(\pi, 1.0)] \quad (2)$$

$$= (\delta / q_J^0)^2 ((A_M + A_R) D / q_M^0)$$

앞서 언급한 바와 같이, 또 하나의 과제는 식(2)에 나타나 있는  $q_J^0$ 를 통한 효과를 생산자와 수요가에게 어떻게 배분하는 가 하는 것이 주요한 결정사항이 된다. 앞서 언급한 이러한 계약이 수용되기 위해서는  $TRC_M(\pi, u) \leq TC_M(q_M^0)$ 와  $TRC_R(\pi, u) \leq TC_R(q_M^0)$ 가 성립되어야 한다. 따라서, 이러한 조건을 이용하여  $\pi$ 의 상한치를 설정할 수 있다. 먼저, 생산자는  $TRC_M(\pi, u) \leq TC_M(q_M^0)$ 의 조건이 성립되는 경우에만 수요가의 제안을 받아들일 수 있다. 따라서, 주어진  $\pi$ 에 대한  $u$ 의 상한치는 식(3)같이 구해진다. 즉, 임의의  $\pi$ 에 대해서 수요가가  $u_M^{\max}(\pi)$  이상을 요구하는 경우에 생산자는 비용의 증가로 인해 계약이 성립될 수 없다.

$$u(\pi) \leq \frac{4\pi A_M D}{H_M (H_M \delta - 2\pi) q_M^0 \delta} \equiv u_M^{\max}(\pi) \quad (3)$$

유사한 방법으로 수요가의 경우는  $TRC_R(\pi, u) \leq TC_R(q_M^0)$  조건이 만족되어야 만이 계약을 제안할 수 있을 것이다. 생산자의 경우에서 보는 바와 같이, 주어진  $\pi$ 에 대해서 수요가가 요구할 수 있는 조정비율의 값은  $u_R^{\max}(\pi)$ 보다 작은 경우에만 의미를 갖는다.

$$u(\pi) \leq \frac{2D \{ (A_R H_M - A_M H_R) \delta - 2\pi A_M \}}{H_M (H_R \delta + 2\pi) q_M^0 \delta} \equiv u_R^{\max}(\pi) \quad (4)$$

또한, 식(4)에서 보는 바와 같이,  $u_R^{\max}(\pi)$ 가

양의 값을 갖기 위해서는  $(A_R H_M - A_M H_R) \delta - 2\pi A_M \geq 0$  가 항상 성립되어야 됨을 볼 수 있다. 따라서,  $\pi$  의 상한치는 아래의 식(7)과 같이 정의된다.

$$\pi \leq \frac{(A_R H_M - A_M H_R) \delta}{2A_M} = \bar{\pi} \quad (5)$$

식(5)에서 보는 바와 같이, 수요가는  $\bar{\pi}$  이상의 보상을 생산자에게 지불할 수 없다. 이러한 과정을 통하여  $\pi$  의 상한치는 정의되나, 여전히  $\pi$  와  $u$  를 설정하는 방법에 대한 연구가 필요하다. 본 연구에서는 이를 각각 수요가의 문제와 생산자의 문제로 분리하여 풀어본 후에, 이러한 결과를 안정적으로 조정할 수 있는 방안에 대해 알아보도록 하겠다.

### 수요가의 문제

먼저, 수요가는 자신의 비용함수인  $TRC_R(\pi, u)$  를 최소화 할 수 있는 최적의 제약조건  $(\pi, u)$  을 설정하고자 할 것이다. 우리는 임의의  $\pi$  에 대해서  $TRC_R(u|\pi)$  는 명확히 오목함수임을 알 수 있다. 따라서, 임의의  $\pi$  에 대해서 비용이 최소화 될 수 있는 고유한 조정비율은  $u_r^*(\pi) = \min\{u_r^0(\pi), u_r^{\max}(\pi)\}$  , where

$$u_r^0(\pi) = \frac{1}{\delta} \left( \sqrt{\frac{2A_M D \delta}{H_R \delta + 2\pi}} - q_M^0 \right) \text{ 으로 구해진다. 또한,}$$

모든  $\pi \in [0, \bar{\pi}]$  에 대해서  $u_M^{\max}(\pi)$  와  $u_r^0(\pi)$  가  $du_M^{\max}(\pi)/d\pi > 0$  ,  $du_r^0(\pi)/d\pi < 0$  ,  $u_M^{\max}(0) < u_r^0(0)$  그리고  $u_M^{\max}(\bar{\pi}) > u_r^0(\bar{\pi})$  등의 특성을 지님을 알 수 있었다. 따라서, 두 함수  $u_r^0(\pi)$  와  $u_M^{\max}(\pi)$  사이에는 고유한 교차점( $\pi_r^e$ )이 존재함을 알 수 있고, 그 값은 다음의 식(6)의 형태로 구해진다.

$$\pi_r^e = \left[ \frac{(A_M + 2A_R)H_M - \sqrt{A_M H_M \{A_M H_M + 4A_R(H_M + H_R)\}}}{4A_R} \right] \delta \quad (6)$$

따라서, 수요가의 최적 조정비율( $u_r^*(\pi)$ )은  $u_r^*(\pi) = \begin{cases} u_M^{\max}(\pi), & \text{if } 0 \leq \pi < \pi_r^e \\ u_r^0(\pi), & \text{if } \pi_r^e \leq \pi \leq \bar{\pi} \end{cases}$  로 나타내어진다. 먼저,  $\pi \in [0, \pi_r^e]$  범위에 있어서는  $u_r^*(\pi) = u_M^{\max}(\pi)$  를 이용하면  $TRC_R(\pi, u_M^{\max}(\pi))$  는  $\pi$  에 대해서 오목함수의 형태를 취하고, 수요가가 지불하는 최적의 보상은  $dTRC_R(\pi, u_M^{\max}(\pi))/d\pi = 0$  을 통해서  $\pi_r^* = H_M \delta^2 / 2q_j^0$  로 구해지고, 또한  $\pi_r^* < \pi_r^e$  와  $TRC_R(\pi_r^*, u_r^*(\pi_r^*)) > TRC_R(\pi_r^*, u_r^*(\pi_r^*))$  이 항상 성립됨을 알 수 있다. 추가적으로,  $u_r^*(\pi) = u_r^0(\pi)$  인 경우의  $TRC_R(\pi, u_r^*(\pi))$  는

$dTRC_R(\pi, u_r^0(\pi))/d\pi = u_r^0(\pi) > 0$  을 통해 단조 증가함수임을 추가적으로 알 수 있다. 따라서, 수요가는 생산자에게  $\pi_r^* = H_M \delta^2 / 2q_j^0$  를 단위 조정비율에 해당하는 보상금으로 설정하는 경우에 최대의 효과를 얻을 수 있으며 이때의 최적 조정비율은  $u_r^*(\pi_r^*) = 1.0$  로 나타난다. 즉, 생산자에게 현재의  $q_M^0$  에서  $q_j^0$  로의 변경을 요구하면서, 이때  $\pi_r^* = H_M \delta^2 / 2q_j^0$  만큼의 금액을 해당하는 보상금으로 지불하고자 할 것이다.

### 생산자의 문제

생산자의 문제 또한 수요가의 경우에 적용된 절차를 통하여 생산자의  $TRC_M(\pi, u)$  를 최소화 할 수 있는 최적  $(\pi, u)$  를 결정한다. 임의의  $\pi$  에 대해서 최적의 조정비율은  $u_M^*(\pi) = \min\{u_M^0(\pi), u_M^{\max}(\pi)\}$  , where  $u_M^0(\pi) = \frac{1}{\delta} \left( \sqrt{\frac{2A_M D \delta}{H_M \delta - 2\pi}} - q_M^0 \right)$  로 설정된다. 또한,  $u_M^0(\pi_M^e) = u_M^{\max}(\pi_M^e)$  을 만족하는 교차점( $\pi_M^e$ ) 은 식(7)에서와 같이 나타난다.

$$\pi_M^e = \left[ \frac{-(A_R H_M + 2A_M H_R) + \sqrt{A_R H_M \{A_R H_M + 4A_M(H_M + H_R)\}}}{4A_M} \right] \delta \quad (7)$$

따라서, 생산자의 최적 조정비율( $u_M^*(\pi)$ )은  $u_M^*(\pi) = \begin{cases} u_M^0(\pi), & \text{if } 0 \leq \pi < \pi_M^e \\ u_M^{\max}(\pi), & \text{if } \pi_M^e \leq \pi \leq \bar{\pi} \end{cases}$  로 나타내어진다. 생산자의 비용함수  $TRC_M(\pi, u_M^*(\pi) = u_M^0(\pi))$  는  $0 \leq \pi < \pi_M^e$  구간에서 단조 감소의 형태를 지님을 알 수 있다. 반면에,  $\pi_M^e \leq \pi \leq \bar{\pi}$  구간에서는  $\pi$  에 대해서  $TRC_M(\pi, u_M^{\max}(\pi))$  가 오목함수 형태로 나타난다. 따라서, 생산자가 받고자 하는 최적의 보상금은  $\pi_M^* = H_R ((q_R^0)^2 - q_M^0 q_j^0) \delta / 2q_M^0 q_j^0$  로 구해지고 이때의 최적 조정비율은  $u_M^*(\pi_M^*) = 1.0$  로 도출된다.

### 3. 협상

위의 과정을 통해서 생산자의  $\pi_M^*$  와 수요가의  $\pi_r^*$  간에는 항상  $\pi_M^* > \pi_r^*$  의 관계가 성립됨을 알 수 있었다. 즉, 생산자는 항상 수요가가 지불하고자 하는 금액보다도 많은 금액을 요구하게 된다. 그러나, 양자 모두  $\pi_M^*$  와  $\pi_r^*$  에서의 최적 조정비율은  $u_r^*(\pi_r^*) = u_M^*(\pi_M^*) = 1.0$  로 나타남을 알 수 있었다. 즉, 양자 모두 lot size를  $q_j^0$  로 설정하는 것을 선호하지만, 이에 따르는 보상금 결정에

있어서는 서로 다른 의견을 제시하고 있다. 따라서, 안정적인 계약을 위해서는  $\pi_M^*$ 와  $\pi_R^*$ 의 조정은 불가피하다. 이러한 문제 상황을 해결하기 위한 대안으로 본 연구에서는 파레토 효율(Pareto Efficient)을 고려하고자 한다. 따라서, 하나의 가정으로 임의의  $\pi^0$ 에 대해서 생산자와 수요가가 동일한 조정비율을 최적으로 간주한다면, 즉,  $u_M^0(\pi^0) = u_R^0(\pi^0)$ , 양자 모두  $\pi^0$ 와  $u^0(=u_M^0(\pi^0) = u_R^0(\pi^0))$ 를 최적의 계약조건으로 수용할 수 있을 것이다. 이러한 조건을 이용하여,  $\pi^0$ 는  $(A_R H_M - A_M H_R) \delta / 2A_j$ 로 나타나고 또한 이때의 조정비율( $u^0$ )는 1.0이 됨을 알 수 있다. 즉, 생산자와 수요가 사이에 설정되는 보상액이  $\pi^0$ 가 아닌 다른 값으로 설정되는 경우에 서로 다른 조정비율을 주장하는 상황이 발생하고 이들간에는 안정적인 계약형태 설정이 힘들게 된다. 생산자와 수요가간의 계약을 ( $\pi^0, u^0$ )로 설정하는 경우의 통합효과에 대한 검증을 하고자 한다. 먼저 ( $\pi^0, u^0$ )를 식(1a)와 식(1b)에 적용하면, 생산자와 수요가에 대해서 다음과 같은 효과정도를 도출할 수 있다.

$$\Delta TRC_M = TC_M(q_M^0) - TRC_M(\pi^0, u^0) = (\delta/q_j^0)^2 (A_M D/q_M^0) \quad (9a)$$

$$\Delta TRC_R = TC_R(q_R^0) - TRC_R(\pi^0, u^0) = (\delta/q_j^0)^2 (A_R D/q_R^0) \quad (9b)$$

본 논문의 도입부에 언급된 바와 같이, 안정적인 공급망 시스템의 운영을 위해서는 통합효과에 대한 합리적인 배분 정책이 필수적으로 동반되어야 한다. 일반적으로 흔히 적용되고 있는 방법은 통합효과를 동등하게 분할하는 방법을 취하고 있다. (Li and Huang, 1995). 위의 식(9a), 식(9b)에서 도출된 통합효과를 식(2)를 이용하여 나타내면, 생산자가 얻을 수 있는 비용절감 효과( $\Delta TRC_M$ )는  $\Delta TRC(A_M/(A_M + A_R))$ 로 나타나고 수요가의 비용절감 효과( $\Delta TRC_R$ )는  $\Delta TRC(A_R/(A_M + A_R))$ 로 나타난다. 따라서, 생산자 우위의 공급망 시스템을 통합 시스템으로 변환한 결과로 얻어지는 시스템의 비용감축 효과는 생산자와 수요가의 주문처리비용(생산자의 생산준비 비용과 수요가의 주문비용)의 비율로써 분배되는 것이 결과적으로 안정적인 효과 배분 방법이라 할 수 있을 것이다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 단일 생산자와 단일 수요가로 이루어진 공급망 시스템에서

bargaining power가 동등하지 않은 경우에 quantity incentive 개념을 고안하여 통합 방법을 제안하였다. 우위를 점하고 있는 객체가 현재의 우위권을 양보하는 대신에 그에 상응하는 보상을 받는 것을 가정하여 전체적인 분석을 진행하였다. 이러한 분석방법 및 제안된 결과는 안정적인 공급망 시스템 구축 및 운영을 위해 필수적인 이익 배분 정책의 하나로 적용가능할 것으로 판단된다.

#### 참고문헌

- Amiya, K.C., Martin, G.E., 1988, An optimal joint buyer-seller discount pricing model, *Computers & Operations Research*, Vol. 15, No.3, 271-281.
- Benton, W.C, Park, S., 1996, A classification of literature on determining the lot size under quantity discounts, *European Journal of Operational Research*, Vol. 92, 219-238.
- Cachon, G., Lariviere, M.A., 1999, Capacity choice and allocation: strategic behavior and supply chain performance, *Management Science*, Vol. 45, No.8, 1091-1108.
- Cachon, G., 2001, Supply chain coordination with contracts, The Wharton School of Business, University of Pennsylvania, Working Paper.
- Emmons, H., Gilbert, S.M., 1998, Note: The role of returns policies in pricing and inventory decisions for catalogue goods, *Management Science*, Vol.44, No.2, 276-283.
- Eppen, G.D., Iyer, A.V., 1997, Backup agreements in fashion buying-the value of upstream flexibility, *Management Science*, Vol.43, No.11, 1469-1484.
- Gurnani, H., 2001, A study of quantity discount pricing models with different ordering structures: Order coordination, order consolidation, and multi-tier ordering hierarchy, *International Journal of Production Economics*, Vol. 72, 203-225.
- Lee, H., Whang, S., 1999, Decentralized multi-echelon supply chains: Incentives and information, *Management Science*, Vol.45, No.5, 633-640.
- Lewis, C.D., 1998, Establishing a practical range of price discounts that should be aimed for when purchasing more than the EOQ, *European Journal of Purchasing & Supply Management*, Vol.4, 153-162.
- Li, S.X., Huang, Z., 1995, Managing buyer-seller system cooperation with quantity discount considerations, *Computers and Operations Research*, Vol. 22, No.9, 947-958.
- Tsay, A., 1999, The quantity flexibility contract and supplier-customer incentives, *Management Science*, Vol.45, No.10, 1339-1358.
- Weng, Z.K., 1995, Channel Coordination and Quantity Discounts, *Management Science*, Vol.41, No.9, 1509-1522.
- Weng, Z.K., 2004, Coordinating order quantities between the manufacturer and the buyer: A generalized newsvendor model, *European Journal of Operations Research*, Vol. 156, 148-161.