

## OE2            하천유역 수문자료의 Chaotic 특성에 관한 기초 적연구

조현경

영남이공대학 토목과

### 1. 서    론

현재 전 세계에 설치되어있는 각종 관측소 및 위성을 통하여 실시간으로 자료를 수집하고 이를 분석하여 홍수나 지진과 같은 자연재해를 예측하여 피해를 줄여보려고 노력하고 있지만 세계 각지에서 빈발하고 있는 대홍수, 대지진에 의한 해일 피해 등에서 보듯이 이들의 정확한 예측은 거의 불가능하다.

혼돈(Chaos)이라고 불리는 과학의 새 이론은 1963년 미국의 기상학자 로렌츠의 우연한 발견에서 시작되었다. 혼돈운동의 연구가 중요한 이유는 지금까지 예측이 불가능하였기 때문에 운동의 결과가 우리에게 미치는 영향이 매우 크다는 점에 있으며, 혼돈에 관한 연구로 인해 혼돈현상들의 배후에 규칙적인 법칙이 작용하고 있음을 알게 되었다.

Chaos 이론이 수자원에 적용되기 시작한 것은 20C 중반 이후 부터이며, 유역내에서 하천형태학 분야, 강수현상을 포함한 기후변화분야 및 유출분야 등에 주로 적용하려는 시도가 이루어져 왔다.

본 논문에서는 하천유역 일강우 및 유출자료의 Chaotic 특성을 규명하여 강우-유출 모형과의 관계 수립을 위한 기초 자료로 이용하고자 하는데 연구목적을 두었다.

### 2. 기본이론

Chaos 이론은 기존의 실계를 해석하기 위하여 그 계가 궤적을 가질 수 있는 차원을 위상기하학의 방법을 사용하여 재구성하고, 이 자료를 Fractal 기하학의 모형 등을 사용하여 실계가 가질 수 있는 Fractal 차원을 구함으로써 실계의 해석에 필요한 변수의 갯수 및 Attractor를 구하면 앞으로의 변화를 예측할 수 있다는 이론이다.

#### 2.1 시계열자료를 위상공간(Phase Space)상에 재구성하는 방법

일반 기하학에서의 공간은 3개의 자유도를 갖지만 위상기하학에서 자유도의 수는 무한대이다. 즉, 위상공간상에서의 기하학은 정수차원으로서는 표현할 수 없는 실수형태의 자유도를 가지는 사상을 나타낼 수 있는 것이다. 여기서, 위상공간은 일반적으로 동역학계의 운동을 표현하는 시간축이 없는 공간을 의미한다.

강우처럼 시간에 따라 각각의 스칼라양을 갖는 자연현상은 거리의 형태로만 표현되는 기하학으로는 해석하기 어렵기 때문에 자료구성의 형태를 변경하여 시계열 자료들을 기하학의 형태로 바꾸어야 할 필요가 있다. 이 때 사용되는 방법이 Time Delay Embedding 방

법이다. 이 방법은 단순 시계열자료를 위상공간으로 재구성하는 방법으로써  $m$ 차원의 위상공간은 다음 식으로 정의될 수 있다.

$$Y_t = \{x_t, x_{t-\tau}, x_{t-2\tau}, \dots, x_{t-(m-1)\tau}\} \quad (1)$$

여기서,  $Y_t$ 는 횡방향의 자료배열,  $x_t$ 는 각각의 시계열자료,  $\tau$ 는 지체시간,  $m$ 은 공간구성 차원이다.

## 2.2 Correlation Integral

Correlation Integral은 위상공간상에서 케적 위의 임의의 점을 중심으로 반지름  $r$ 의 구를 만들어 그 구속에 포함되는 점의 갯수를 표준화시킨 값이며, 이는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N H(r - \|Y_i - Y_j\|), \quad i \neq j \quad (2)$$

여기서,  $H$ 는 Heaviside Step Function,  $N$ 은 위상공간상의 모든 점들의 갯수,  $\|Y_i - Y_j\|$ 는 Norm을 나타낸다.

## 2.3 Lyapunov Exponent

시계열자료의 Chaotic 특성을 나타내는 또다른 기준으로 Lyapunov Exponent가 있다. Wolf 등(1985)에 의해 시계열자료에서 Lyapunov Exponent의 계산 방법이 제안되었으며, 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$\lambda = \frac{1}{N \Delta t} \sum_{j=1}^M \log_2 L' \frac{L'(t_j)}{L(t_{j-1})} \quad (3)$$

여기서,  $\Delta t$ 는 두 개의 연속되는 관측치 사이의 시간간격,  $N$ 은  $Y_t$ 에서의 점의 총수,  $M$ 은 Replacement Step의 수,  $L(t_{j-1})$ 은 Euclidean 거리,  $L'(t_j)$ 는 시간  $t_j$ 에서  $L(t_{j-1})$ 의 길이이다.

## 3. 적용 및 분석

### 3.1 대상유역 및 분석자료

본 연구의 대상유역으로는 IHP대표유역 중의 하나인 낙동강수계 위천유역을 선정하였다. 본 연구를 위한 강우량 자료는 위천유역의 균위지점을, 유출량 자료는 무성지점을 선정하여 1982년부터 2002년까지의 IHP 보고서로부터 일강우량과 일유출량 자료를 수집하여 분석에 이용하였다.

### 3.2 Correlation Integral

#### 1) 일강우량 자료

본 연구를 위하여 위천유역의 군위지점에서 1982년부터 2002년까지 측정된 일강우량 자료를 이용하였다.  $\tau$ 에 의해 지체된 각각의 위상공간에서 Correlation Integral과 Fractal 차원을 구하였으며, Fig. 1은 Correlation Integral에 의하여 계산된 Fractal 차원을 위상공간 차원에 따라 표현한 값이다.

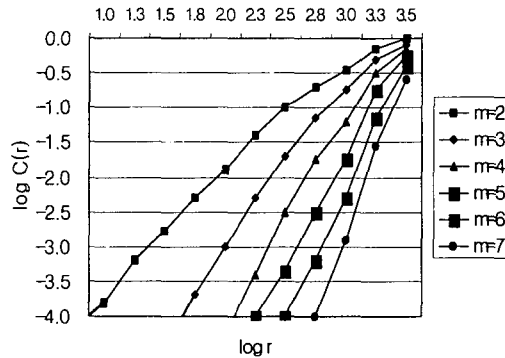


Fig. 1. Correlation Integral for Phase Space.

#### 2) 일유출량 자료

본 연구를 위하여 위천유역의 무성지점에서 1982년부터 2002년까지 측정된 일유출량 자료를 이용하였다. Fig. 2는 Correlation Integral에 의하여 계산된 Fractal 차원을 위상공간 차원에 따라 표현한 값이다.

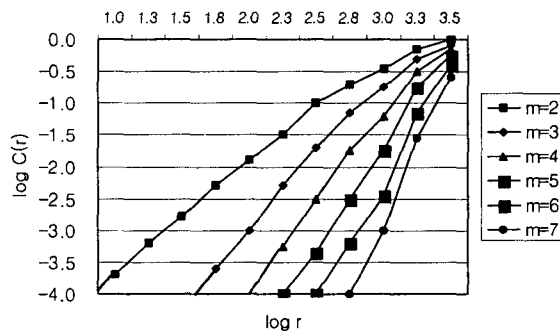


Fig. 2. Correlation Integral for Phase Space.

### 3.3 Lyapunov Exponent

#### 1) 일강우량 자료

본 연구를 위하여 위천유역의 군위지점에서 1982년부터 2002년까지 측정된 일강우량 자료를 이용하였다. Lyapunov Exponent의 계산을 위하여 Wolf 알고리즘을 사용하였으며, 각각의 위상공간에 따른 값은 다음 Table 1과 같았다.

Table 1. Estimated Lyapunov Exponents( $\times 10^{-2}$ ) for Rainfall Data

$\lambda$	Embedding Dimension						Mean
	2	3	4	5	6	7	
KUNWI	0.85	1.36	1.58	1.57	1.62	1.90	1.48

2) 일유출량 자료

본 연구를 위하여 위천유역의 무성지점에서 1982년부터 2002년까지 측정 한 일유출량 자료를 이용하였다. Lyapunov Exponent의 계산을 위하여 Wolf 알고리즘을 사용하였으며, 각각의 위상공간에 따른 값은 다음 Table 2와 같았다.

Table 2. Estimated Lyapunov Exponents( $\times 10^{-2}$ ) for Stream Flow Data

$\lambda$	Embedding Dimension						Mean
	2	3	4	5	6	7	
MUSEUNG	1.26	0.95	0.79	1.12	1.25	1.38	1.13

4. 결 론

본 논문에서는 하천유역 일강우 및 유출자료의 Chaotic 특성을 규명하고자 하였으며, 그 과정에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 자료의 분석을 위한 위상공간 구성을 위해 2에서 7차원의 위상공간이 이용되었다.
- 2) 강우량 및 유출량 자료를 위상공간에 나타내기 위해 Time Delay Embedding 방법을 사용하였다.
- 3) 본 연구를 위하여 선택한 대상지점의 일강우량 및 유출량 자료의 Chaotic 특성의 기준으로 Correlation Integral 및 Lyapunov Exponent를 산정하였으며, 그 결과 Chaotic 요소가 존재하는 것으로 판단되었다.

참 고 문 헌

이제수, 1994, 물수지 방정식의 카오스적 분석, 한국수문학회지, pp. 115-121.  
 선우중호, 이두환, 1994, 카오스 이론을 이용한 시계열 자료의 분석 및 예측, '94년 대한토목 학회 논문집(II), pp. 225-228.  
 유병찬, 안경수, 최계운, 1995, Chaos에 의한 강우자료의 Fractal Dimension 결정, '95년 한국수자원학회 학술발표회 논문집, pp. 349-354.  
 Rodriguez-Iturbe, I., de Power, B.F., Sharifi, M., and Georgakakos, K.P., 1989, Chaotic rainfall, WRR, Vol.25, No.7, pp. 1667-1675.  
 Wilcox, B.P., Seyfried, M.S., and Matison, T.H., 1991, Searching for chaotic dynamics in snowmelt runoff, WRR, Vol.27, No.6, pp. 1005-1010.