

# 균일 전단유동 내에 위치한 구 주위의 유동특성

김동주<sup>†</sup> · 최형석\* · 최해천\*\*

## Characteristics of Flow past a Sphere in Uniform Shear

Dongjoo Kim, Hyungseok Choi and Haecheon Choi

**Key Words :** Sphere(구), Uniform Shear(균일 전단유동), Hairpin Vortex(머리핀모양 보텍스)

### Abstract

Numerical simulations are performed to investigate the characteristics of flow past a sphere in uniform shear. The Reynolds numbers considered are  $Re=300, 425$  and  $480$  based on the inlet center velocity and sphere diameter. The non-dimensional shear rate  $K$  of the inlet uniform shear is varied from  $0$  to  $0.15$ . At  $Re=300$ , the head of the hairpin vortex loop always locates on the high-velocity side in uniform shear, and the flow maintains the planar symmetry. At  $Re=425$  and  $480$ , the irregularity in the location and strength of the hairpin vortex appearing in uniform inlet flow is much reduced in uniform shear, but the flows still keep the asymmetry for most inlet shear rates. However, in the cases of  $K=0.075$  and  $0.1$  at  $Re=425$ , the flows become planar symmetric and their characteristics of the evolution of the hairpin vortex loops are different from those of asymmetric flows. A hysteresis phenomenon switching from the planar symmetry to the asymmetry (or vice versa) depending on the initial condition is also observed at  $Re=425$ .

	기호설명	$(x, r, \theta)$ 원통 좌표계
		$(x, y, z)$ 직교 좌표계
		$\nu$ 동점성 계수
$C_d$	항력계수	
$C_l$	양력계수 $\left( = \sqrt{C_y^2 + C_z^2} \right)$	
$C_y, C_z$	양력계수의 $y$ 와 $z$ 방향 성분	
$d$	구의 지름	
$f$	보텍스 shedding 주파수	
$K$	무차원 전단률 $\left( = \frac{du}{dy} / \frac{u_c}{d} \right)$	
$Re$	레이놀즈 수 $(= u_c d / \nu)$	
$St$	스트롤 수 $(= fd / u_c)$	
$u_c$	입구유동의 중심속도	

### 1. 서론

전단유동 내에 위치한 구 주위의 유동특성은 다양한 응용분야로 인해 점점 더 중요한 문제로 인식되고 있다. 예를 들어, 경계층이나 바람에 의한 해류 내에 존재하는 구형 구조물에 작용하는 힘, 벽 근처 경계층이나 좁은 파이프 내에 위치한 입자의 거동에 관한 연구는 매우 중요하다. 또한, 경계층 내의 뭉툭한 물체로 인한 경계층의 난류 천이는 전단유동 내의 구 주위 유동에 관한 연구의 한 응용 예라 할 수 있으며, Hall<sup>(1)</sup>은 경계층의 천이가 경계층 자체의 안정성보다 경계층 내에 존재하는 작은 입자 후류의 안정성에 더 큰 영향을 받는다는 사실을 보여준 바 있다. 그러나, 지금까지 구 주위 유동특성에 관한 대부분의 연구는 균일 유동<sup>(2-11)</sup>에 대해 이루어졌으며, 전단유동 내에 있는 구 주위 유동에 관한 연구<sup>(12-15)</sup>는 그다지 많지

<sup>†</sup> 금오공과대학 기계공학부  
E-mail : kdj@kumho.ac.kr  
TEL : (054)467-4238 FAX : (054)467-4472

\* 삼성전자 반도체총괄 메모리사업부

\*\* 서울대학교 기계항공공학부

않다.

Saffman<sup>(12)</sup>은 매우 낮은 레이놀즈 수( $Re \ll 1$ )에서 구에 작용하는 양력을 수학적으로 유도하였고, 전단유동의 속도가 낮은 쪽에서 높은 쪽으로 양력이 작용한다는 사실을 제시하였다. 한편, Dandy와 Dwyer<sup>(13)</sup>는  $0.1 \leq Re \leq 100$ 에 대해 전단유동 내의 구에 작용하는 항력과 양력을 수치해석적 방법으로 조사하였고, 고려한 모든 레이놀즈 수에 대해 Saffman<sup>(12)</sup>과 마찬가지로 양력의 방향이 속도가 낮은 쪽에서 높은 쪽임을 보였다. 그러나 앞서 언급한 연구들은 보텍스 shedding이 발생하는 임계 레이놀즈 수보다 작은 레이놀즈 수 영역에서 수행되었다.

Sakamoto와 Haniu<sup>(14)</sup>는 200과 3000 사이의 레이놀즈 수에 대해 실험적으로 연구를 수행하여, 전단류를 증가시키기에 따라 임계 레이놀즈 수가 선형적으로 감소하고, 머리판 모양 보텍스의 shedding 주파수가 증가한다는 사실을 제시하였다. 또한, 그들은 유동의 가시화를 통해 구 후류에 발생하는 보텍스의 구조를 함께 고찰하였다. 하지만, 실험적인 한계로 인해 특정한 레이놀즈 수에서 다양한 전단류에 따른 유동 특성의 변화를 체계적으로 조사하지는 않았다. 한편, Kurose와 Komori<sup>(15)</sup>는  $1 \leq Re \leq 500$ 에 대해 전단유동이 정지한 구와 회전하는 구 주위의 유동에 미치는 영향을 수치해석적으로 연구하였고, 레이놀즈 수가 60보다 작은 경우에는 전단유동에서 속도가 높은 쪽으로 양력이 작용하지만 60보다 큰 경우에는 속도가 낮은 쪽으로 작용한다는 매우 재미있는 결과를 제시하였다. 하지만, 그들은 보텍스의 구조에 대한 분석을 수행하지는 않았다.

앞서 언급한 바와 같이 대부분의 이전 연구들은 전단유동으로 인한 항력 및 양력의 변화를 주로 관찰하였고, 단지 Sakamoto와 Haniu<sup>(14)</sup>만이 보텍스의 구조에 관한 연구를 유동가시화를 통해 수행하였다. 따라서, 본 연구에서는 여러 레이놀즈 수에 대해 전단유동의 전단류에 따른 구 후류의 보텍스 구조와 항력 및 양력의 특성 변화를 수치해석적으로 고찰하고자 한다. 본 연구에서 고려한 레이놀즈 수는 300, 425, 480 세 가지이며, 입구 전단류는 0에서 0.15 사이이다.

## 2. 본 론

### 2.1 수치해석 방법

본 연구에서는 Kim 등<sup>(16)</sup>이 제시한 가상경계방법(Immersed Boundary Method)을 원통좌표계에 적용하여 수치해석을 수행하였다. 이 방법은 유동장

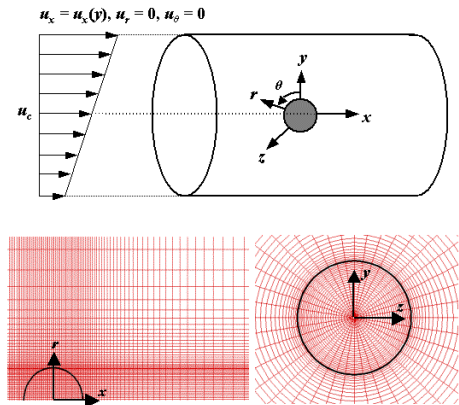


Fig. 1 (a) Computational domain and coordinate system; (b) mesh near a sphere.

에 존재하는 물체를 Navier-Stokes 방정식의 momentum forcing으로 묘사하는 방법으로, Kim 등<sup>(16)</sup>은 mass source/sink를 도입함으로써 가상경계를 포함하는 격자에서의 연속방정식을 매우 정확하게 만족시킬 수 있었다. 이 방법을 사용하여 Kim과 Choi<sup>(10)</sup>는 낮은 레이놀즈 수에서 회전하는 구 주위의 층류 유동장을, Yun 등<sup>(11)</sup>은 매우 높은 레이놀즈 수에서 구 주위의 난류 유동장을 이미 해석한 바 있다. 본 연구에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i,$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} - q = 0,$$

여기서,  $f_i$ 와  $q$ 는 각각 물체 내부에 정의되는 momentum forcing과 mass source/sink를 나타낸다. 모든 변수는 구의 직경  $d$ 와 입구유동의 중심속도  $u_c$ 로 무차원화 하였으며, 레이놀즈 수는 다음과 같이 정의하였다 ( $Re = u_c d / \nu$ ).

Fig. 1은 좌표계, 계산영역 및 구 근처의 격자계를 나타낸다. 원통 좌표계를 사용하였고,  $x$ ,  $r$ ,  $\theta$ 는 각각 주유동 방향, 반경 방향, 원주 방향을 의미한다. 또한 구에 작용하는 항력 및 양력을 표현하기 위해 직교 좌표계도 함께 정의하였다. 전체 계산영역은  $-15d \leq x \leq 15d$ ,  $0 \leq r \leq 6d$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 이다. 경계조건은 입구 및 원거리에서 Dirichlet 경계조건을 사용하였고, 출구에서는 대류 경계조건을 사용하였다. 입구에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{u_x(y)}{u_c} = K \frac{y}{d} + 1, u_r = u_\theta = 0,$$

여기서,  $K$  는 구의 직경과 입구유동의 중심속도로 무차원화한 전단률이며, 본 연구에서는 0 에서 0.15 에 대해 연구를 수행하였다. 사용된 격자의 수는  $Re=300$  에서  $289(x) \times 136(r) \times 40(\theta)$  이고,  $Re=425$  와  $480$  에서  $449(x) \times 136(r) \times 40(\theta)$  이다.

본 연구에서 사용한 수치해석 기법을 검증하기 위해 균일한 입구유동에 대한 연구결과를 이전의 연구결과와 비교하였다. 연구를 수행한 레이놀즈 수는 300, 425, 480 이며, 비정상 면대칭 유동 ( $280 \leq Re < 375$ )과 비정상 비대칭 유동 ( $Re \geq 375$ )을 포함한다. Table 1 은 균일한 입구유동에 대한 연구결과이며, 스트롤 수와 시간평균한 항력 및 양력 계수가 이전의 연구결과와 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

Table 1 Simulation results for flow over a sphere with uniform inlet flow. Here,  $\overline{C_d}$  and  $\overline{C_l}$  are the time-averaged drag and lift coefficients, respectively.

	Re	St	$\overline{C_d}$	$\overline{C_l}$
Present	300	0.134	0.660	0.066
	425	0.143	0.587	0.060
	480	0.147	0.565	0.053
Johnson 과 Patel <sup>(5)</sup>	300	0.137	0.656	0.069
Constantinescu 와 Squires <sup>(7)</sup>	300	0.136	0.655	0.065
Kim 과 Choi <sup>(10)</sup>	300	0.134	0.657	0.067
	425	0.141	0.587	0.061

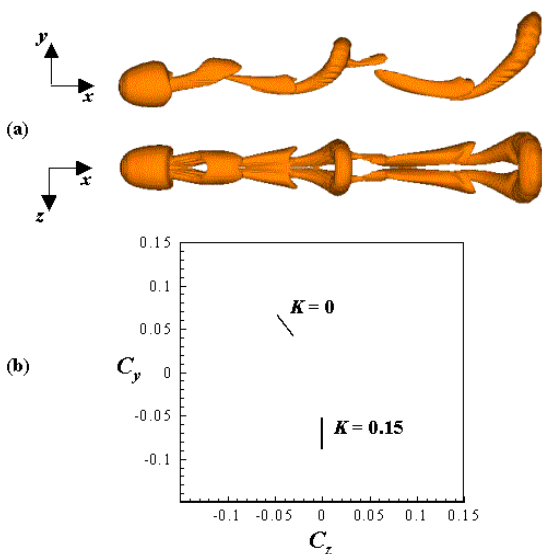


Fig. 2 Vortical structures and phase diagram for  $Re=300$  and  $K=0.15$ : (a) instantaneous vortical structures; (b) phase diagram of the lift coefficients ( $C_y, C_z$ ).

2.2 결과 분석

2.2.1 유동 구조, 항력 및 양력 계수

Fig. 2 는  $Re=300, K=0.15$  인 경우에 대해 순간유동장의 보텍스 구조와 양력 성분의 위상선도를 나타낸 것으로, 보텍스 구조를 표현하기 위해서 본 연구에서는 Jeong 과 Hussain<sup>(17)</sup>의 방법을 사용하였다. Fig. 2(a)를 보면 알 수 있듯이 입구유동이 균일한 경우( $K=0$ )와 마찬가지로 전단률이 존재하는 경우에도 구 주위의 유동장은 면대칭을 유지한다. 그러나, 전단률이 0 인 경우와 달리 보텍스가 떨어져 나오는 위치가 전단률의 방향으로 결정되어, 유동장의 대칭면은  $(x, y)$  평면이 되었음을 알 수 있다. 이는 양력의 동적인 특성을 나타낸 Fig. 2(b)에서도 확인할 수 있으며, 연구를 수행한 모든 전단률에 대해서 같은 특성을 보였다.

한편,  $Re=425$  인 경우 전단률의 크기에 따른 보텍스 구조를 Fig. 3 에 나타내었다.  $K=0$  일 때, 유동장은 비정상 비대칭의 특성을 가지고 있으며, 시간이 흐름에 따라 보텍스 shedding 은 원주 방향으로 불규칙하게 발생하고, 보텍스의 강도 역시 시간에 따라 변한다 (Fig. 3(a)). 또한, 전단률이 작은 경우 ( $K=0.05$ )에도 유동장은 비대칭의 특성을 유지한다. 그러나, 전단률이 비교적 큰 경우 ( $K=0.075, 0.1$ ) 유동장은 면대칭이 되며, 보텍스의 머리(head)는 속도가 높은 쪽에 위치한다. 한편, 보다 큰 전단률 ( $K \geq 0.125$ )에서는 유동장이 다시 비대칭이 된다. 따라서,  $Re=425$  의 유동장 특성은 입구유동의 전단률에 따라 매우 달라진다고 말할 수 있다. 이러한 특성은 양력 성분인  $C_y$  와  $C_z$  의 위상선도에서

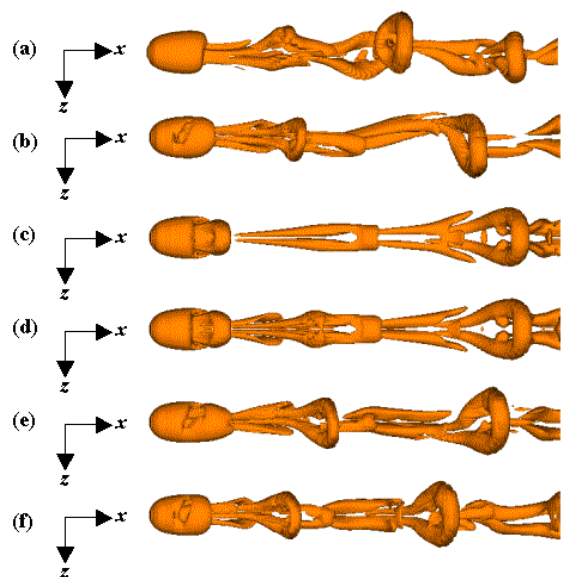


Fig. 3 Instantaneous vortical structures for  $Re=425$  (top view): (a)  $K=0$ ; (b)  $K=0.05$ ; (c)  $K=0.075$ ; (d)  $K=0.1$ ; (e)  $K=0.125$ ; (f)  $K=0.15$ .

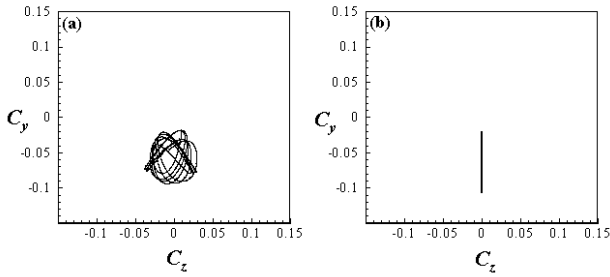


Fig. 4 Phase diagram of the lift coefficients ( $C_y, C_z$ ): (a)  $K=0.05$ ; (b)  $K=0.1$ .

명확히 알 수 있는데, 이를 Fig. 4에 나타내었다.  $K=0.05$ 인 경우,  $(x, y)$  평면은 통계적으로 대칭면이라 할 수 있지만, 양력의 방향이 시간에 따라 바뀌기 때문에 매순간 유동장은 비대칭이 된다. 이에 반해,  $K=0.1$ 인 경우에는 양력의 크기가 시간에 따라 변하지만 양력의 방향은 고정되어 있으며,  $(x, y)$  평면이 유동장의 대칭면임을 알 수 있다.

Fig. 5는 전단률이 0.05와 0.1인 경우에 대해 보텍스 구조의 시간 변화를 나타낸다. 유동장이 비대칭인  $K=0.05$ 인 경우에 거의 비슷한 강도를 갖는 머리핀 모양 보텍스가 주기적으로 발생하지

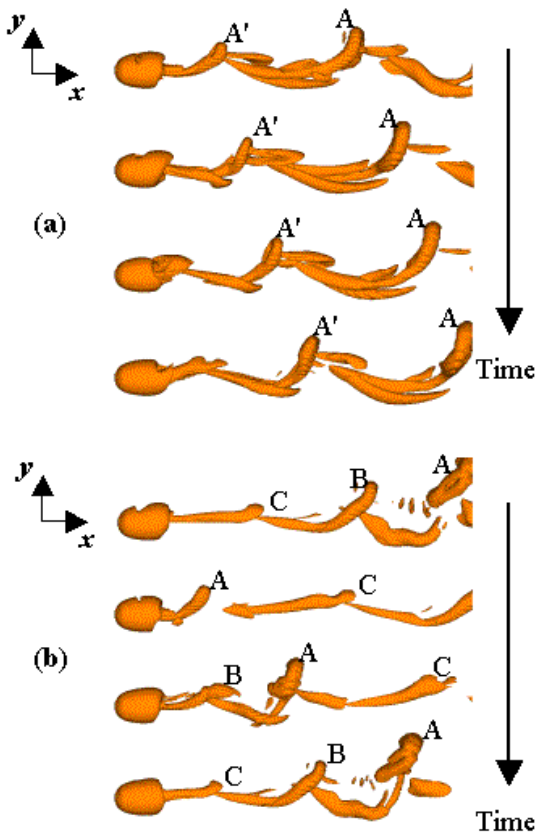


Fig. 5 Time sequence of instantaneous vortical structures for  $Re=425$  (side view): (a)  $K=0.05$ ; (b)  $K=0.1$ .

만, 유동장이 면대칭인  $K=0.1$ 인 경우에는 서로 다른 강도를 갖는 세 개의 보텍스 (A, B, C)가 일정하지 않은 시간 간격으로 떨어져 나오는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6은  $Re=480$ 일 때 전단률의 크기에 따른 보텍스 구조의 변화를 나타낸다. 전단률이 0이 아닌 경우에 보텍스의 머리는 속도가 높은 쪽에서 발견되며,  $Re=425$ 의 경우와 달리 연구를 수행한 모든 전단률에 대해 유동장은 비대칭의 성질을 유지하고 있다.

이상의 내용을 정리하면,  $300 \leq Re \leq 480$ 에 해당하는 구 주위의 균일 전단유동은 Table 2에 나타낸 바와 같이 비정상 면대칭 유동과 비정상 비대칭 유동으로 구분할 수 있다.  $Re=425$ 에서  $K=0.075$ 과 0.1의 경우에 유동장이 면대칭이 되었지만, 다른 전단률에서는 원래의 비대칭성을 유지한다는 사실은 매우 흥미롭다.

Table 2 Flow regimes depending on the Reynolds number and the shear rate at inlet. A and P denote, respectively, asymmetric and planar-symmetric flows.

		K					
		0	0.05	0.75	0.1	0.125	0.15
Re	300	P	P	P	P	P	P
	425	A	A	P	P	A	A
	480	A	A	A	A	A	A

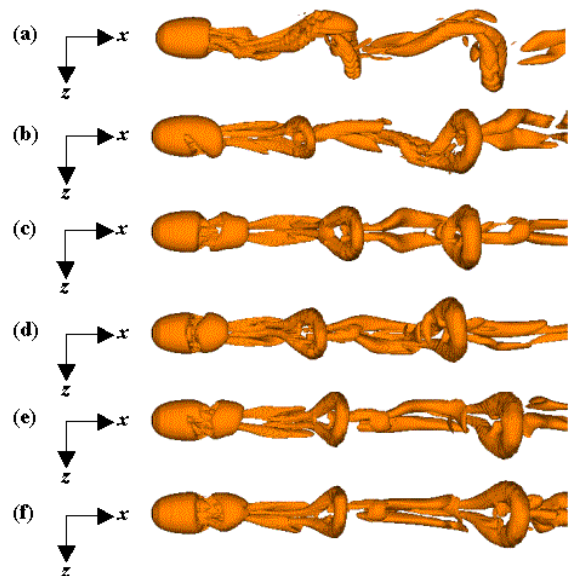


Fig. 6 Instantaneous vortical structures for  $Re=480$  (top view): (a)  $K=0$ ; (b)  $K=0.05$ ; (c)  $K=0.075$ ; (d)  $K=0.1$ ; (e)  $K=0.125$ ; (f)  $K=0.15$ .

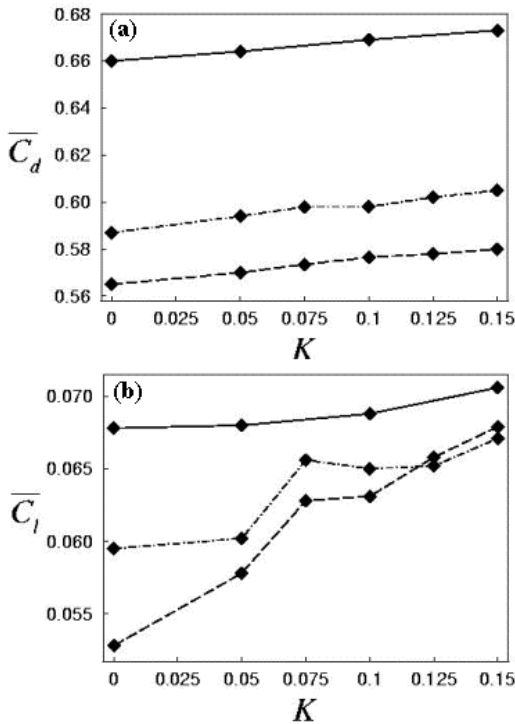


Fig. 7 Variations of the time-averaged drag and lift coefficients with the inlet shear rate for  $Re=300, 425$  and  $480$ : (a)  $\overline{C_d}$ ; (b)  $\overline{C_l}$ . —,  $Re=300$ ; - · -,  $Re=425$ ; — · —,  $Re=480$ .

Fig. 7 은 시간 평균된 항력 및 양력 계수의 입구 전단률에 따른 변화를 나타낸다. 레이놀즈 수 300 과 480 에서는 입구 전단률을 증가시키기에 따라 항력 및 양력 계수는 증가하였고, 이는 이전의 연구결과와 잘 일치한다. 하지만, 레이놀즈 수가 425 인 경우에는 항력 및 양력 계수가 입구 전단률이 증가함에 따라 대체로 증가하지만, 유동장이 면대칭인  $K=0.075$  와  $0.1$  에서는 항력 계수가 거의 일정하고 양력 계수는 다소 감소하는 경향을 보였다.

### 2.2.2 Hysteresis 현상

본 연구에서 관찰된 흥미로운 유동 현상 중 하나는 입구유동의 전단률이 0 일 때 비대칭이던 유동장이 특정 입구 전단률( $K=0.075, 0.1$ )에서는 면대칭으로 변한다는 사실이다. 이러한 입구 전단률의 범위가 매우 제한적이며, 구 주위의 유동이 초기 조건 및 경계조건에 매우 민감하다는 사실을 고려하여, 본 연구에서는 유동장의 패턴 변화와 관련된 hysteresis 현상이 존재하는지 조사해 보았다.

우선, 일정한 입구 전단률에 대해 레이놀즈 수를 증가 또는 감소시키기에 따라 유동특성이 어떻게 변화하는지 살펴보았다. 이때, 레이놀즈 수의 범위

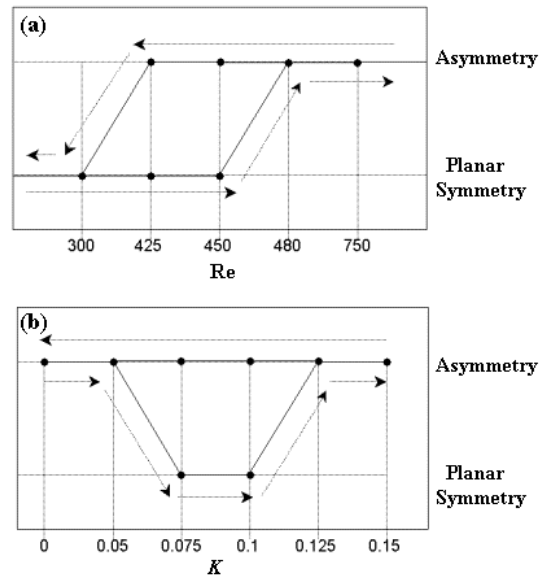


Fig. 8 Hysteresis phenomena: (a)  $K=0.1$ ; (b)  $Re=425$ .

는  $Re=300\sim 750$  이었고,  $K=0.1$  에 대한 결과는 Fig. 8(a)와 같다. 그림에서 알 수 있듯이,  $Re=300$  에서 면대칭이던 유동장은  $Re=450$  으로 증가할 때까지 면대칭을 유지하였고,  $Re\geq 480$  에서는 비대칭이 되었다. 그러나,  $Re=750$  에서 비대칭이던 유동장은  $Re=425$  로 감소할 때까지 비대칭을 유지하다가  $Re=300$  에서 면대칭이 되었다. 따라서, 구 주위 유동장의 특성이 초기조건에 따라 달라지는 hysteresis 현상이  $Re=425$  와  $450$  에서 발견되었다.

다음으로는 Fig. 8(b)과 같이 레이놀즈 수를 425 로 고정하고 입구 전단률을 증가 또는 감소시키면서 유동장의 변화를 살펴 보았다.  $K=0$  에서 비대칭이던 유동장이 전단률을 증가시키기에 따라  $K=0.075$  과  $0.1$  에서 면대칭으로 바뀌었다가  $K\geq 0.125$  에서 다시 비대칭이 되었다. 하지만,  $K=0.15$  에서부터 전단률을 감소시킬 경우에는 모든 전단률에 대해 유동장은 비대칭성을 유지하였다. 따라서,  $K=0.075$  와  $0.1$  에서 hysteresis 현상이 발견되었음을 알 수 있고,  $Re=450$  에서도 유사한 hysteresis 현상이 발견되리라 추측할 수 있다.

### 3. 결론

균일 전단류인 입구유동의 전단률이 구 주위의 유동특성에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 수치 해석을 수행하였다. 본 연구에서 고려한 레이놀즈 수는 300, 425, 480 이고, 무차원 전단률은  $K\leq 0.15$  이며, 입구유동이 균일 유동인 경우에 유동장은

비정상 먼대칭( $Re=300$ ) 또는 비대칭( $Re=425, 480$ )의 특성을 나타내었다.  $Re=300$  과  $480$  인 경우, 고려한 모든 입구 전단률에 대해 유동장은  $K=0$  인 경우의 유동특성을 유지하여 각각 먼대칭과 비대칭 이었다. 이에 반해,  $Re=425$  인 경우에는 입구 전단률이 낮거나 높은 경우( $K=0.05, 0.125, 0.15$ )에는 비대칭을 유지하지만, 중간 크기의 전단률( $K=0.075, 0.1$ )에서는 유동장이 먼대칭으로 바뀌었다. 유동장이 비대칭에서 먼대칭으로 바뀐 경우, 보텍스 shedding의 패턴이 바뀌어 세 개의 서로 다른 머리핀 모양의 보텍스가 후류에서 발견되었다. 또한, 초기 조건에 따라 먼대칭이 비대칭으로 바뀌거나, 비대칭이 먼대칭으로 바뀌는 hysteresis 현상이 발견되었다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부 창의적연구진흥사업의 지원 하에 이루어졌으며 이에 감사를 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Hall, G. R., 1967, "Interaction of the wake from bluff bodies with an initially laminar boundary layer," *AIAA J.*, Vol. 5, pp. 1386~1392.
- (2) Achenbach, E., 1974, "Vortex shedding from spheres," *J. Fluid Mech.*, Vol. 62, pp. 209~221.
- (3) Sakamoto, H. and Haniu, H., 1990, "A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow," *Trans. ASME: J. Fluids Eng.*, Vol. 112, pp. 386~392.
- (4) Shirayama, S., 1992, "Flow past a sphere: topological transitions of the vorticity field," *AIAA J.*, Vol. 30, pp. 349~358.
- (5) Johnson, T. A. and Patel, V. C., 1999, "Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300," *J. Fluid Mech.*, Vol. 378, pp. 19~70.
- (6) Mittal, R., 1999, "Planar symmetry in the unsteady wake of a sphere," *AIAA J.*, Vol. 37, pp. 388~390.
- (7) Constantinescu, G. S. and Squires, K. D., 2000, "LES and DES investigations of turbulent flow over a sphere," *AIAA Paper 2000-0540*.
- (8) Tomboulides, A. G. and Orszag, S. A., 2000, "Numerical investigation of transitional and weak turbulent flow past a sphere," *J. Fluid Mech.*, Vol. 416, pp. 45~73.
- (9) Thompson, M. C., Leweke, T. and Provansal, M., 2001, "Kinematics and dynamics of sphere wake transition," *J. Fluids Struct.*, Vol. 15, pp. 575~585.
- (10) Kim, D. and Choi, H., 2002, "Laminar flow past a sphere rotating in the streamwise direction," *J. Fluid Mech.*, Vol. 461, pp. 365~386.
- (11) Yun, G., Choi, H. and Kim, D., 2003, "Turbulent flow past a sphere at  $Re=3700$  and  $10^4$ ," *Phys. Fluids*,

Vol. 15, No. 9, S6.

- (12) Saffman, P. G., 1965, "The lift on a small sphere in a slow shear flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 22, pp. 385~400.
- (13) Dandy, D. S. and Dwyer, A. H., 1990, "A sphere in shear flow at finite Reynolds number: effect of shear on particle lift, drag, and heat transfer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 216, pp. 381~410.
- (14) Sakamoto, H. and Haniu, H., 1995, "The formation mechanism and shedding frequency of vortices from a sphere in uniform shear flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 287, pp. 151~171.
- (15) Kurose, R. and Komori, S., 1999, "Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 384, pp. 183~206.
- (16) Kim, J., Kim, D. and Choi, H., 2001, "An immersed boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 171, pp. 132~150.
- (17) Jeong, J. and Hussain, F., 1995, "On the identification of a vortex," *J. Fluid Mech.*, Vol. 285, pp. 69~94.