

비 간섭 슬라이딩 모드 기법을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어

남택근[†] · 노영오^{*} · 안병원^{**}

Trajectory control of a manipulator by the decoupling sliding mode control

Taek-Kun Nam, Young-Oh Roh and Byung-Won Ahn

Key Words: Manipulator(매니퓰레이터), Sliding mode(슬라이딩모드), Trajectory control(궤도제어)

Abstract

In this paper, we proposed the decoupling VSS controllers for a trajectory control of a two degrees of freedom SCARA type manipulator. We decoupled the position and velocity of a manipulator tip by using a nonlinear error functions. The reference inputs of the controller can be decided directly from the desired position and velocity. Simulation result is provided to verify the effectiveness of the proposed control scheme.

1. 서 론

본 연구에서는 비 간섭 슬라이딩 모드제어기법을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어에 대해 논의하고자 한다. 상태 피드백기법에 의한 비 간섭제어는 1960년대 활발한 연구가 진행되었다^{(1),(2)}. 특히 선형시스템의 구조에 대한 연구가 중심적으로 진행되었고 많은 연구들이 산업계에 실제적으로 적용되기도 하였다. 하지만 선형시스템의 구조에 근간을 둔 이러한 제어방식은 실제시스템이 가지고 있는 비선형성 및 파라미터의 불확정성에 대하여 피할 수 없는 약점을 가지고 있다.

한편 슬라이딩모드제어기법은 선형 및 비선형 시스템에도 폭넓게 적용이 가능하고 파라미터의

불확정성 및 시스템의 비선형성 등에도 강인한 제어특성을 가지고 있다. Chen⁽⁵⁾ 등은 목표궤도로부터 산출된 로봇 관절의 회전각과 실제회전각과의 오차를 없애기 위해 슬라이딩모드제어기법을 적용하고 있다. 본 연구에서는 각 관절의 회전각이 아닌 매니퓰레이터 팁의 목표 위치를 대상으로 하여 비 간섭 슬라이딩모드 제어기법을 제안하고 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어에 응용하고자 한다. 아울러 시뮬레이션을 통하여 제안한 제어기법의 유용성을 검증한다.

2. 본 론

2.1 제어대상 및 모델링

제어대상물은 Fig. 1과 같은 로봇 매니퓰레이터이다. 그림에서와 같이 첫 번째 관절의 절대각이 θ_1 , 두 번째 관절의 상대각이 θ_2 이며 링크의 길이가 각각 l_1, l_2 인 두개의 회전관절로 구성된 로봇이다. 각 관절의 중심으로부터 링크의 무게중심까지의 거리는 각각 r_1, r_2 이다.

[†] 목포해양대학교 기관시스템공학부

E-mail : tknam@mmu.ac.kr

TEL : (061)240-7310 FAX : (061)240-7282

^{*} 목포해양대학교 기관시스템공학부

^{**} 목포해양대학교 기관시스템공학부

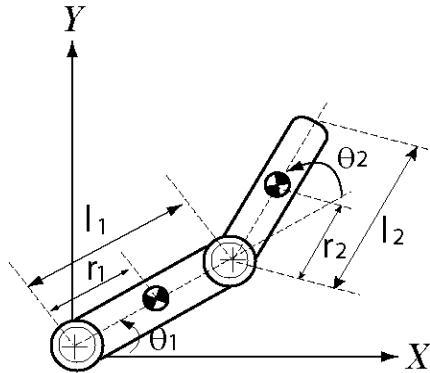


Fig. 1 Robot manipulator with 2 links

평면내의 2 링크 매니퓰레이터의 운동방정식은

$$M(\theta) \ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + D\dot{\theta} = u \quad (1)$$

과 같다. 단, $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ 를 의미하고 $M(\theta)$ 는 관성행렬, $H(\theta)$ 는 코리오리 힘과 회전력을 나타내는 비 선형항이며 각 파라미터는

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, H(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} h_1(\theta, \dot{\theta}) \\ h_2(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

를 의미한다. 단,

$$M_{11} = J_1 + J_2 + m_1 r_1^2 + m_1(r_2^2 + l_1^2) + 2m_2 l_1 r_2 \cos \theta_2,$$

$$M_{12} = M_{21} = J_2 + m_2 r_2^2 + m_1 l_1 r_2 \cos \theta_2$$

$$M_{22} = J_2 + m_2 r_2^2$$

$$h_1(\theta, \dot{\theta}) = -2m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 - m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2$$

$$h_2(\theta, \dot{\theta}) = m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2$$

를 나타낸다. 여기에서 J_1, J_2 는 각각 제 1 링크와 제 2 링크의 관성모멘트를 나타내고 u 는 각 관절의 토크입력을 의미한다.

파라미터의 불확정성을 고려하기 위하여 (1)의 관성행렬을

$$M = M^0 + \Delta M \quad (2)$$

와 같이 M^0 (공칭치)와 ΔM (추정오차)의 합으로 나타낸다. 여기에서 공칭치는 매니퓰레이터의 질량 및 관성에 대한 추정치를 의미하고 ΔM 은 실제값으로부터의 공칭치에 대한 추정오차를 의미한다. 그리고 ΔM 의 각 요소의 절대 상한치를

$$|\Delta M_{ij}(q)| \leq \widehat{M}_{ij} \quad (3)$$

와 같이 정의한다. 단, \widehat{M}_{ij} 는 행렬 \widehat{M} 의 제 i 행 j 열 요소를 나타낸다. (2)를 (1)에 대입하여 정리하면 비 선형항과 파라미터 오차가 외란으로 고려되는 상태방정식

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ba \quad (4)$$

가 얻어진다. 단, $x = (\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T$ 이고

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_2 \\ 0 & -(M^{0,-1}D) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ (M^{0,-1}) \end{bmatrix}$$

$$\omega = -\Delta M(\theta) \ddot{\theta} - H(\theta, \dot{\theta})$$

를 의미한다. (4)로부터 추정오차 및 비선형항으로 구성되는 a 는 매칭조건을 만족하고 있음을 알 수 있고 그 상한치는 유한한 것으로 가정한다.

2.2 제어기의 설계

제어목적은 로봇 매니퓰레이터의 끝단을 X축 방향으로는 같은 거리를 유지하면서 Y축 방향으로는 가속, 등속, 감속구간을 갖는 목표궤도를 따라 이동시키고자 하는 것이다. 즉, 오차함수를

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(x) - L_x \\ C_2(x) - L_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - L_x \\ l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - L_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

와 같이 설정하여 원하고자 하는 제어목적 ($e \rightarrow 0$)을 실현시키는 것이다. 단, $C_1(x), C_2(x)$ 는 매니퓰레이터 끝단의 x 방향, y 방향의 위치를 나타내고 있으며 L_x 는 x 방향으로의 일정목

표치, L_y 는 가속, 등속, 감속 구간을 갖는 y 방향으로의 목표궤도함수이다 (2.3절 참조). Fig. 2 는 상기의 제어목적을 나타내고 있다.

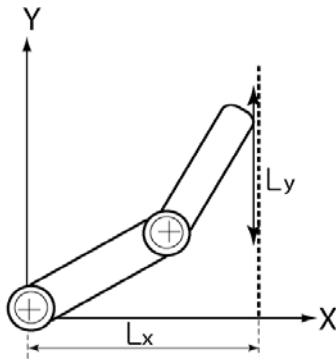


Fig. 2 Control purpose

본 연구에서는 상기의 제어목적을 달성하기 위하여 슬라이딩모드제어기법을 도입한다. 먼저 (5)의 출력함수는

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_1}{\partial x} B = 0, \quad & \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \neq 0, \\ \frac{\partial C_2}{\partial x} B = 0, \quad & \frac{\partial C_2}{\partial x} AB \neq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

의 조건을 만족시킨다. 그리고 스위칭 함수 c 를

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 e_1 + \dot{e}_1 \\ \lambda_2 e_2 + \dot{e}_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

과 같이 설정한다. 단, λ_1, λ_2 는 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ 를 만족하는 상수이다. 제어입력으로서

$$u = -B^{*-1} Q(x) + B^{*-1} \tilde{u} \quad (8)$$

과 같이 선정하면 $\sigma \rightarrow 0$ 가 달성되게 된다. 단,

$$B^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \\ \frac{\partial C_2}{\partial x} AB \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Q(x) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial C_1}{\partial x} \right) Ax + \lambda_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} Ax + \frac{\partial C_1}{\partial x} A^2 x \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial C_2}{\partial x} \right) Ax + \lambda_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} Ax + \frac{\partial C_2}{\partial x} A^2 x \end{bmatrix}$$

이고

$$\tilde{u} = -k \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \quad (10)$$

을 의미한다. (9)에서 $|B^*| \neq 0$ 는 비 간접제어의 필요조건이 된다.

이하에서는 (8)의 제어입력과 제어계의 안정성에 대해 논의하고자 한다. (7)로 표현되는 스위칭 함수의 시간미분을 구하면

$$\dot{\sigma} = Q(x) - \dot{\tilde{r}} + B^* \omega + B^* u \quad (11)$$

이 얻어진다. 단, $\dot{\tilde{r}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_2 L_y + \dot{L}_y \end{bmatrix}$ 이다. (8)의 제어입력을 (11)에 대입하면

$$\dot{\sigma} = \tilde{u} + B^* \omega - \dot{\tilde{r}} \quad (12)$$

가 된다. 단, \tilde{u} 는 (10)의 스위칭입력이고 스위칭 계인 $k(x, t)$ 를

$$k(x, t) > \|B^*\| \|\omega\| + \|\dot{\tilde{r}}\| \quad (13)$$

과 같이 선정한다. 리아프노프 함수 후보로써

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T c \quad (14)$$

를 선정하고 시간에 대한 미분을 계산하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma^T \dot{\sigma} \\ &= \sigma^T (Q(x) - \dot{\tilde{r}} + B^* \omega + B^* u) \\ &= \sigma^T (\tilde{u} + B^* \omega - \dot{\tilde{r}}) \\ &\leq \|\sigma\| (-k + \|B^*\| \|\omega\| + \|\dot{\tilde{r}}\|) \end{aligned} \quad (15)$$

이 얻어지고 (13)의 조건을 이용하면

$$\dot{V} \leq \|\sigma\| (-k + \|B^*\| \|\omega\| + \|\dot{\tilde{r}}\|) < 0 \quad (16)$$

이 얻어진다. 따라서 스칼라 함수 V 는 c 에 관한 리아프노프 함수가 되므로 $\sigma \rightarrow 0$ 를 얻는다. 스위칭 함수 c 는 (7)과 같이 선정되어 있으므로

$$\lambda_1 e_1 + \dot{e}_1 = 0, \quad \lambda_2 e_2 + \dot{e}_2 = 0 \quad (17)$$

를 얻을 수 있고 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ 조건에 의해 $e_1 \rightarrow 0, e_2 \rightarrow 0$ 이 만족된다. 즉, 오차함수가 0에 수렴하는 제어목적이 달성되게 된다.
실제로 (9)의 비 간섭조건을 계산하면

$$B^* = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\theta_1) - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} (M^0)^{-1}$$

가 되어

$$\det(B^*) = -l_1 l_2 \sin(\theta_2) \det(M^0)^{-1} \quad (18)$$

가 얻어지므로 $\theta_2 = 0$ 의 특이자세를 제외하고는 비 간섭조건을 만족시킨다.

2.3 시뮬레이션

본 절에서는 제안한 제어기법을 적용하여 x 축과의 일정한 거리를 유지하며 ($L_x = 0.3219[m]$), y 축 방향으로 가속, 등속, 감속이 존재하는 궤도 제어를 행하고자 한다. y 축 방향의 목표궤도 즉, $L_y = p(t)$, $\dot{L}_y = v(t)$, $\ddot{L}_y = a(t)$ 는 Fig. 5 와 같다.

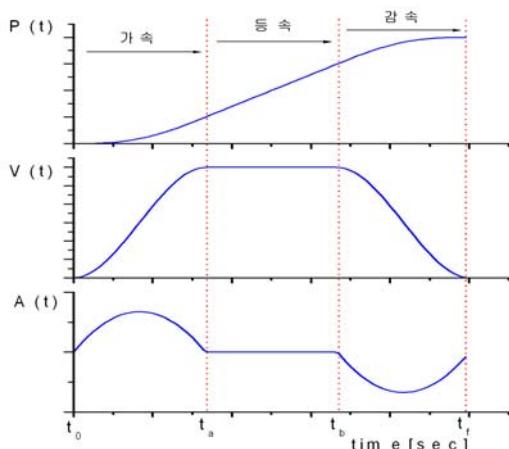


Fig. 5 Trajectory generation

Fig. 5에서 $p(t), v(t), a(t)$ 은 각각 목표궤도의 위치, 속도, 가속도를 나타내고 있고 가속, 등속, 감속 구간으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 이러한 목표궤도를 구성하기 위하여

$$\begin{aligned} p(t) &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \\ v(t) &= a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \\ a(t) &= 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \end{aligned} \quad (19)$$

과 같은 5차 함수를 도입하였다. (19)에서 미지계수 $a_0 \sim a_5$ 를 구하기 위해 가속구간, 등속구간, 감속구간에서 다음과 같은 조건을 이용한다.

먼저 가속구간($t_0 \leq t < t_a$)에서는

$$\begin{aligned} p(t_0) &= 0, v(t_0) = 0, a(t_0) = 0 \\ p(t_a) &= \frac{1}{2} M_m t_a, v(t_a) = M_m, a(t_a) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

를 적용한다. 단, $p(t_0)$ 은 $t=0$ 에서의 위치값을 의미하고 M_m 은 등속 구간의 속도를 의미한다. 등속구간($t_a \leq t < t_b$)에서는

$$p(t) = p(t_a) + M_m(t - t_a), v(t) = M_m, a(t) = 0 \quad (21)$$

과 같은 조건을 이용한다. 감속구간($t_b \leq t \leq t_f$)에서는

$$\begin{aligned} p(t_b) &= p_b, v(t_b) = M_m, a(t_b) = 0, \\ p(t_f) &= p_b + \frac{1}{2} M_m(t_f - t_b), v(t_f) = a(t_f) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

과 같은 조건을 이용하면 미지계수 $a_0 \sim a_5$ 를 구할 수 있다. Fig. 6 은 $p(t) = 0.3(0.3 \sim 0)[m]$, $M_m = -0.05[m/sec]$, $t_a = 3$, $t_b = 6$, $t_f = 9$ [sec]로 하였을 경우 생성된 목표궤도이다.

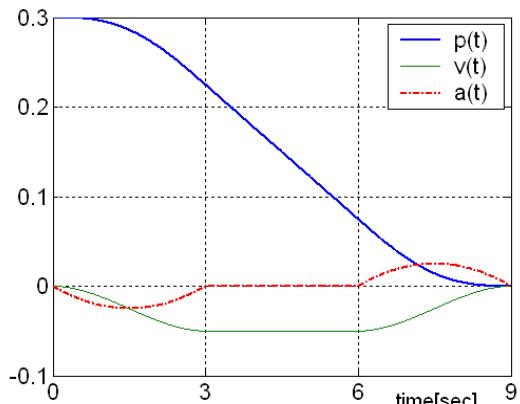


Fig. 6 Desired trajectory of "y" direction

Fig. 6과 같은 목표궤도를 설정함으로써 각 구간에서 연속적인 목표값을 얻을 수 있고 매니퓰레이터의 팁을 부드럽게 이동시킬 수 있는 장점을 기대할 수 있다. x 축 방향으로 일정한 거리를 유지하면서 y 축 방향으로는 Fig. 6과 같은 움직임을 달성하기 위하여 앞절에서 제안한 제어기법을 이용하여 시뮬레이션을 행하였다. 시뮬레이션에 적용한 로봇 매니퓰레이터의 파라미터 값은 Table. 1과 같다.

Table. 1 Parameters of manipulator

구성요소	값	
링크의 길이 [m]	$l_1=0.27$	$l_2=0.23$
중심의 위치[m]	$r_1=0.13$	$r_2=0.12$
링크의 질량[kg]	$m_1=7.0$	$m_2=5.5$
관성모멘트[kgm^2]	$J_1=0.95$	$J_2=0.14$
점성마찰계수[Nms]	$D_1=5.6$	$D_2=5.0$

시뮬레이션상의 공칭치 M^0 는 관성행렬 항(M)의 비 선형항을 제외한 것으로 하였다. 시뮬레이션 결과는 Fig. 7 ~Fig. 11과 같다.

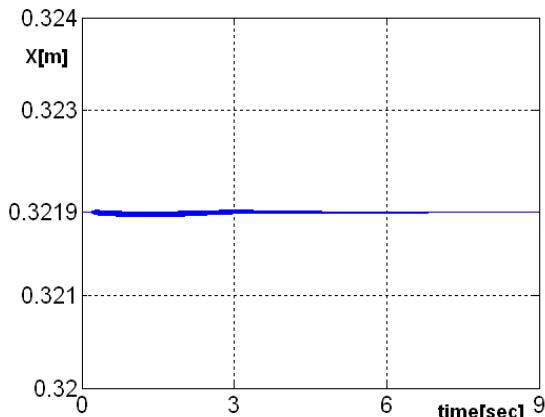


Fig. 7 The position of X direction

Fig. 7 은 매니퓰레이터의 원점으로부터 X 방향의 거리를 나타내고 있으며 목표로 하는 0.3219 [m]을 일정하게 유지하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8은 Y 방향의 위치를 나타낸다. Fig. 8에서 Y 방향의 위치는 양호하게 추종되고 있음을 알 수 있다.

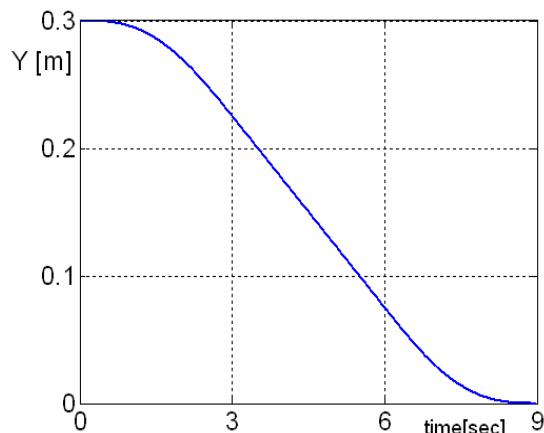


Fig. 8 The position of Y direction

Fig. 9는 X , Y 평면상에서 매니퓰레이터 끝단의 궤적 즉, 베이스로부터 매니퓰레이터 끝단까지의 X 방향거리 $L_x=0.3219$ [m], Y 방향의 궤적 L_y 는 Fig.6 의 $p(t)$ 를 추종하는 결과를 나타내고 있다. 또한 y 축 방향의 속도 $\dot{L}_y=v(t)$ 또한 Fig.6 의 목표궤도를 양호하게 추종하는 것을 확인하였다.

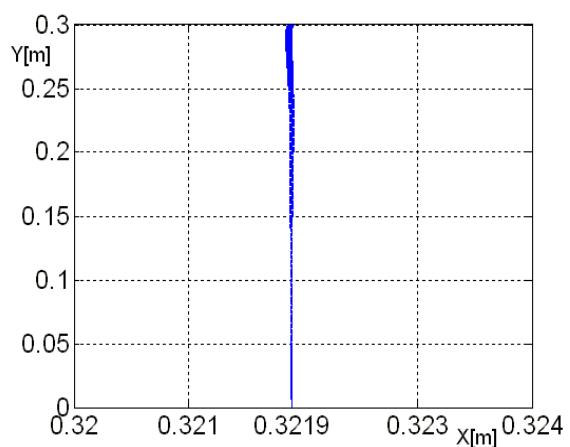


Fig. 9 The trajectory of the manipulator tip

Fig. 10은 제어입력을 나타내고 있다.

Fig. 11은 시뮬레이션 결과에 근거하여 1 링크와 2 링크의 움직임을 스틱다이어그램으로 표시한 것이다.

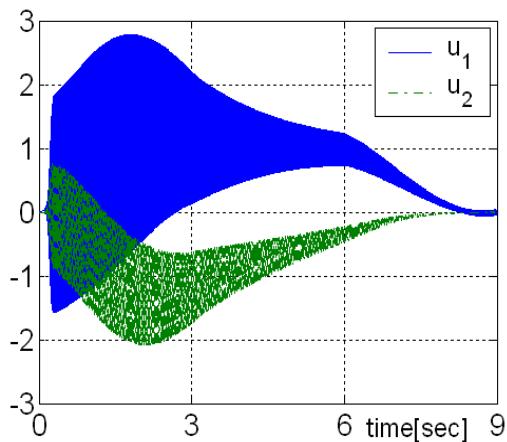


Fig. 10 Time evolution of control inputs

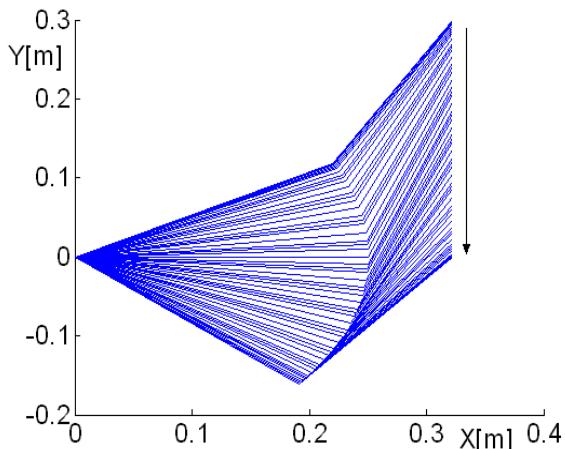


Fig. 11 Stick diagram of the manipulator

시뮬레이션의 결과를 통하여 원하고자 하는 제어목적이 달성되고 있음을 알 수 있고 파라미터의 불확정성이 있음에도 불구하고 소기의 제어 성능을 발휘하고 있음을 알 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 2자유도를 가지는 평면형 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어에 슬라이딩모드제어기법을 도입한 비 간섭 제어기법을 제안하였다. 종래의 선형구조의 해석에 근간을 둔 비 간섭제어와는 달리 파라미터 오차 및 비선형에 의한 영향을 억제할 수 있는 강인한 제어기 설계가 가능하였고 매니퓰레이터의 궤도제어에 적용하여 제안한 제어기법의 유용성을 확인하였다.

참고문헌

- (1) Falb, P. and Wolovich W., 1967, "Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems", IEEE Trans. on AC, vol. 12, no. 6, pp. 651-659.
- (2) Gilbert, E., 1969, "The Decoupling of multivariable systems by state feedback", SIAM J. Control, vol. 7, no. 1, pp. 50-63.
- (3) Lu, X. and Spurgeon, S., 1999, "Robustness of static sliding mode control for non-linear system", Int. J. Control, vol. 72, no. 15, pp. 1343-1353.
- (4) Hashimoto, H. et. al, 1987, "A Microprocessor-Based robot manipulator control with sliding mode", IEEE Trans. IE, vol. 34, no.1, pp. 11-18.
- (5) Chen, Y. S., Ikeda, H., Mita, T. and Wakui, S., 1989, " Trajectory control of robot arm using sliding mode control and experiments", JRSJ, vol. 7, no. 6, pp. 62-67.
- (6) Slotine, J. and Sastry, S., 1983, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators", Int. J. Control, vol. 38, no. 2, pp. 465-492.
- (7) Slotine, J., 1985, "The robust control of robot manipulators", Int. Journal of Robotics research, vol. 4, pp. 49-63.