

가

Damage Assessment of Buried Pipelines due to Deep Excavation-Induced Ground Movements

1), Chung-Sik Yoo, 2), Byoung-Seok Choi

1) , Professor, Dept. of Civil Engineering, Univ. of SungKyunKwan.
2) , Master, Dept. of Civil Engineering, Univ. of SungKyunKwan.

SYNOPSIS : This paper presents a damage assessment method for buried pipelines subjected to Deep Excavation-induced ground movements. Ground deformation characteristics resulting from 3D finite element analysis was represented mathematically by a hyperbolic tangential function. A parametric study was performed on excavation depth and burial position of pipeline. The result of the parametric study indicate that length of hyperbolic tangential function affects the results of damage assessment. Using numerical studies for buried pipeline response to ground movements by relative flexibility of the pipe-soil system. The result of numerical studies are presented in forms of design charts which can be readily used for various condition encountered in practices.

Key words : Buried pipeline, Damage assessment, Hyperbolic tangential function, Deep Excavation

1. 서 론

도심지의 인구 증가로 인해 산업기반시설의 확충과 물, 가스, 석유, 전기 등의 보급이 요구되었다. 이러한 자원의 수송은 대부분 관로를 통해 사용자에게 전달되며, 관로는 공간 확보가 어려운 지상을 피해 지중에 매설되는 것이 보통이다. 지하 매설관은 지중에 설치되는 특성상, 많은 이점을 가지는 반면, 토압, 차량 하중 등의 하중을 설계 시 고려하여야 하며, 설치 후 보수 점검이 곤란하고 시공 후 관리를 위해 적절한 도면, 표식 등이 정비되어 있어야 한다는 단점을 내재하고 있다. 매설관에 한정되는 것은 아니지만, 관로가 새거나 파손에 의한 내용물의 유출은 그 종류와 양에 따라 주변에 오손, 위험, 폐를 끼친다. 또한 새거나 샐 가능성을 나타내는 정보에 의해서 수송이나 공급이 정지되어 수요가들의 곤란을 받기도 한여 생명선(life line)이라 칭하며 그 중요성이 크게 인식되어지고 있다. 특히 사회생활에 직결되는 상수, 하수, 도시 가스등의 지중 관로 시스템은 도심지에 집중되어 발전하였으며, 오늘날 이러한 시스템에서는 양적 확대보다도 자원의 확보 및 유효이용, 폐기물 처리 및 공해 대책, 지진 시 등을 포함하는 안전 대책이 큰 과제가 되고 있다. 이에 반해 지반 굴착 공사가 기존 매설관에 미치는 영향 평가는 그 중요성에 비해 간과하고 있는 실정이다.

매설관 손상 평가를 위해서는 굴착 면에 평행한 지반의 수평 변위 유형에 대한 연구가 선행 되어야 한다. 이를 위해 본 연구에서는 국내 도심지에서 일반적으로 행해지는 깊은 굴착의 특성을 고려한 3차원 유한 요소 해석을 통해 굴착 면에 평행한 지반의 변위 분포 특성을 기 제시된 함수 유형으로 표현하였다. 한편 매설관의 손상 평가 시, 주로 매설관의 거동은 지반의 거동 특성과 동일하다는 가정 하에 평가가 이루어지며 이러한 가정은 보수적인 평가로 나타날 우려가 있다. 보다 합리적인 매설관 손상 평가를 위해서는 매설관의 제원, 매설관과 주변 지반의 상호작용 등을 고려한 매설관의 거동 특성의 파악이

필요하며, 이를 위해 본 연구에서는 Winkler의 지반 반력 모델과 매설관 주변 지반 변위 특성을 토대로 구축된 유한 요소 모델의 해석을 통해 지반 굴착에 따른 매설관의 거동 특성을 분석하고, 이를 매설관 손상 평가에 직접 이용하는 방법을 제시하였다.

2. 굴착으로 인한 지반 거동과 매설관 손상의 기본 개념

본 절은 굴착으로 인한 지반의 거동 특성과 매설관 손상 평가의 접근방향에 대해 다루었다.

2.1 굴착에 따른 지표 변위 유형

도심지에 빈번히 시행되는 굴착 공사는 구조물 설치를 위한 깊은 굴착과 매설관로 설치를 위한 트렌치 굴착으로 나눌 수 있다. 구조물에 대한 손상 평가의 관점에서는 굴착 중심면을 기준으로 2차원 평면 변형 모델을 이용하여 굴착 공사를 모사하고, 최대 변위와 지반 변위 특성의 파악을 통해 손상평가에 이용하였다(2002, 유충식). 반면 매설관에 대한 손상 평가의 관점에서는 굴착 중심면에 대한 2차원 변위 유형은 무관하며, 굴착 면에 평행한 지반 변위 유형이 손상 평가에 중요한 요소가 된다.

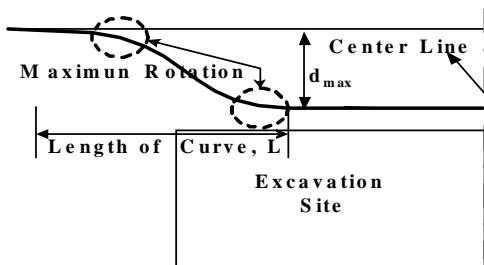


그림 1. 깊은 굴착에 따른 지반 변위
유형

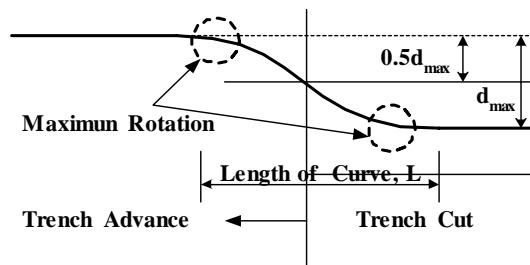


그림 2. 트렌치 굴착에 따른 지반 변위
유형

그림 1은 깊은 굴착 공사의 경우에 굴착면에 평행한 지반의 변위 유형을 표현하고 있다. 보이는 바와 같이 지반의 침하보다는 수평 방향의 변위가 주 고려 대상이 되며, 변위의 회전각은 굴착 모서리 부분에서 최대로 발생되며 매설관 손상에 중요한 인자인 죄인트 부의 회전각이 크게 영향을 미칠 것으로 사료된다.

그림 2는 트렌치 굴착 공사의 경우에 대한 지반 변위 유형을 표현하고 있다. 보이는 바와 같이 변위의 회전각이 최대가 되는 지점은 트렌치 굴착의 진행 방향을 기준으로 지속적으로 유발 된다(전상수, 2002).

2.2 지반 거동 유형

선행 연구자들의 연구결과에 따르면 다양한 함수 유형 중 깊은 굴착의 모서리 부분과 트렌치 굴착의 진행 면에 발생하는 지반 변위 유형은 연속적인 좌우 대칭 함수의 형태로 나타난다. 이 곡선의 두가지 형태를 살펴 보면 다음과 같다.

먼저 그림 3은 Sine 함수 유형을 보여 주고 있다. Sine 함수는 식 (1)과 같이 변위 유형을 표현 할 수 있으며 최대 곡률(K_m)의 발생지점은 $2/L$ 지점으로 L 과 d_m 을 이용하여 산정된다. Sine 함수 유형은 트렌치 굴착면의 지표 변위 유형의 표현에 적합하다고 연구된 바 있다(Harris and O'Rourke 1983).

$$d = \frac{1}{2} d_m (\sin cx + 1), \quad \left(c = \frac{\pi}{L}\right), \quad K_m = \frac{d_m \pi^2}{2L^2} \quad (1)$$

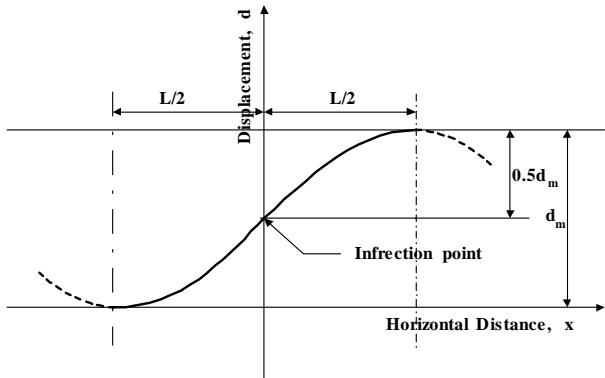


그림 3. Sine 함수 유형

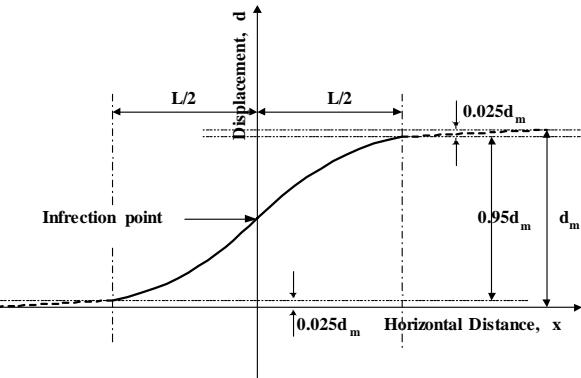


그림 4. 쌍곡선 함수 유형

그림 4는 쌍곡선 함수 유형을 보여 주고 있다. 쌍곡선 함수는 식 (2)와 같이 변위 유형을 표현하며, 최대 곡률은 $+0.18L$ 과 $-0.18L$ 사이에서 발생하며 L 과 d_m 을 이용하여 산정된다.

$$d = \frac{1}{2} d_m (\tanh cx + 1), \left(c = \frac{3.67}{L} \right), K_m = 5.15 \frac{d_m \pi^2}{L^2} \quad (2)$$

2.3 매설관 손상 평가 방법 및 기준

매설관의 손상 평가는 두 가지의 크게 두 가지의 검토가 동시에 이루어져야 한다. 첫째는 지표 변위로 유발된 매설관의 변형률과 매설관의 허용 변형률과 비교를 통한 매설관 자체의 휨 및 인장 균열에 대한 검토이며, 둘째는 지표 변위로 인해 유발된 회전각과 조인트 부의 허용 회전각과 비교를 통해 조인트부의 누출 정도와 파손 여부를 평가해야 한다.

먼저, 매설관 자체의 휨 및 인장 균열에 대한 검토는 식 (3)을 통해 산정된 매설관의 최대 변형률과 Attewell 등(1986)과 Bracegirdle 등(1996)이 제안한 표 2의 허용 변형률 증가량과의 비교로 가능하다.

$$\varepsilon_{by} = \frac{d}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{max} = \frac{d}{2} K_{pm} \quad (3)$$

여기서 d 는 관의 외경, K_{pm} 는 매설관에 발생하는 최대 곡률이다.

표 1 매설관 재질에 따른 설계 변형률 및 허용 변형률 증가

매설관 재질	설계 변형률(me)		허용 변형률 증가(me)	
	인장	압축	인장	압축
Pit 회주철	370	1550	100	1200
Spun 회주철	430~490	1770~2040		
연주철	820	1020	500	700

매설관로의 죄인트 부의 안전성 검토는 최대 곡률의 발생 지점에 죄인트 부가 존재하는 위험도가 가장 높은 경우를 대상으로 하며, 식 (4)의 방법으로 곡률을 통해 회전각을 산정하고, 조인트부의 최대 회전각과 Attewell 등(1986)이 제안한 표 (3)의 허용 증가 회전각과의 비교로 가능하다.

$$\theta_j = \frac{2M_j}{E_p I_p \lambda} = \frac{2}{\lambda} \left(\frac{\partial^2 w_p}{\partial x^2} \right)_j = \frac{2}{\lambda} K_{pm} \quad (4)$$

여기서, λ 는 Damping factor 이며 $\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_{eff}}{4E_p I_p}}$ 로 표현된다.

또한 K_{eff} 는 지반 유효 반력 모듈로서 지반과 매설관의 상호작용을 지반 반력 모듈(K)을 통해 표현하는데, 지반 반력 계수 k 는 식 (5)와 같이 매설관 주위 지반의 특성관 매설관의 크기 및 특성을 조합하여 산정된다.(Winkler. 1867)

$$k_{\infty}d = K_{\infty} = 0.65 \sqrt{\frac{E_g d^4}{E_p I_p}} \left(\frac{E_g}{1 - \nu_g^2} \right), \quad K_{eff} = 2K_{\infty} \quad (5)$$

여기서, k : 지반 반력 계수, K : 지반 반력 모듈

표 2. 매설관 종류에 따른 허용 증가 회전각 및 인발변위

조인트 방식 및 상태	회전각	인발 변위
Lead-yarn 조인트의 가스관(초기 누출 유)	0	0
Lead-yarn 조인트의 가스관(초기 누출 무)	1.0	10
Lead-yarn 조인트의 상수도관	1.5	15
고무 개스킷 조인트의 가스관 혹은 상수도관	2.0	25

3. 깊은 굴착으로 인한 매설관 거동 해석

3.1 깊은 굴착으로 인한 주변 지반 거동 특성

굴착면에 평행하게 매설된 관의 경우 지반의 수평 거동이 관의 손상에 직접적인 영향을 미친다. 이러한 지반 거동 유형의 파악을 위해서 본 연구에서는 3차원 유한 요소 모델의 해석을 수행하였다.

3.1.1 대상조건

그림 5와 6은 국내의 굴착 공사를 대표 할 수 있는 깊은 굴착의 횡 단면과 종 단면에 대한 모습을 보여 주고 있다. 대상 지반은 국내 지반을 대표하는 암반을 포함한 다층토로 간주하였다(표 3).

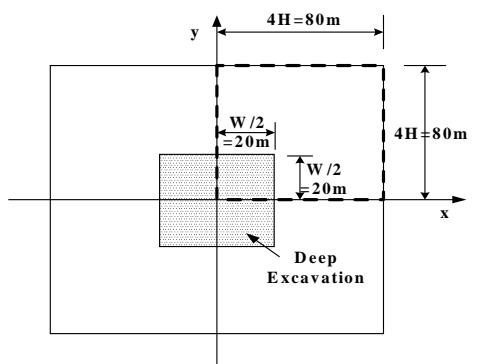


그림 5. 깊은 굴착 횡 단면도

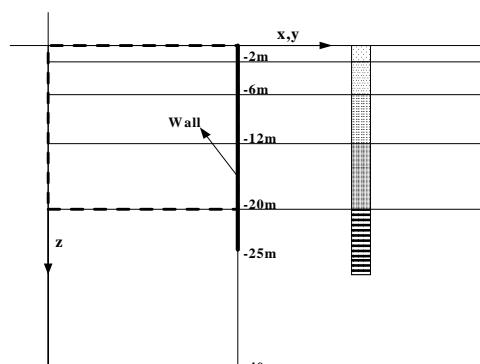


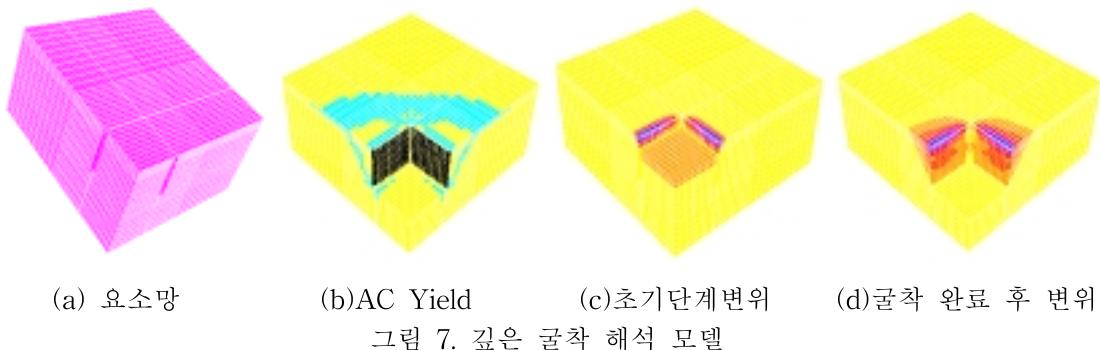
그림 6. 깊은 굴착 종 단면도

표 3. 유한요소 모델의 역학적 특성

	C(kPa)	ϕ (deg)	ϕ_v (deg)	ψ (deg)	E_s (kPa)
fill	3	28	20	10	15,000
alluvial t	15	35	28	6	35,000
residual	50	38	32	6	50,000
soft rock	100	45	40	6	500,000

3.1.2 유한 요소 모델

유한 요소 해석은 범용 해석 프로그램인 ABAQUS6.3(ABAQUS 2002)로 수행되었다. 지반과 벽체는 8절점저감적분요소(C3D8R), 스트러트는 1절점 스프링 요소(SPRING1)를 채택 하였다. 유한요소망은 그림 7(a)에서 보이는 바와 같이 대략 20000요소로 구성 되었고, 모델은 굴착 깊이 방향으로 1.OH, 굴착 폭 방향으로 4.OH의 크기로 주변 영역을 굴착 중심면을 기준으로 대칭성을 이용해 1/4크기로 간략화하고, 예비 해석을 통하여 경계면은 해석의 결과에 영향이 없게 설계 하였다. 또한 굴착 지반과 벽체, 벽체와 배면 지반 사이에 상호면 요소를 사용하여 효과적인 굴착 모델을 구현하였다. 그림 7(b)는 굴착 초기 단계에 굴착면 가까운 곳에서 시작되어 굴착 진행 후 다소 이격된 부분에 소성 영역의 시점이 형성되는 모습을 보여 주고 있다. 그림 7(c)는 최 상단 지보재 설치 전의 변위 등고선이며, 그림 7(d)는 굴착 완료 후 지반의 변위 분포 등고선이다.



(d)굴착 완료 후 변위

(b)AC Yield

(c)초기단계변위

(a) 요소망

그림 7. 깊은 굴착 해석 모델

3.1.3 해석 결과

그림 8은 굴착 면으로부터 이격 거리 2m, 깊이 1m 지점 지반의 수평 변위 거동을 굴착 단계별로 구분한 것이다.

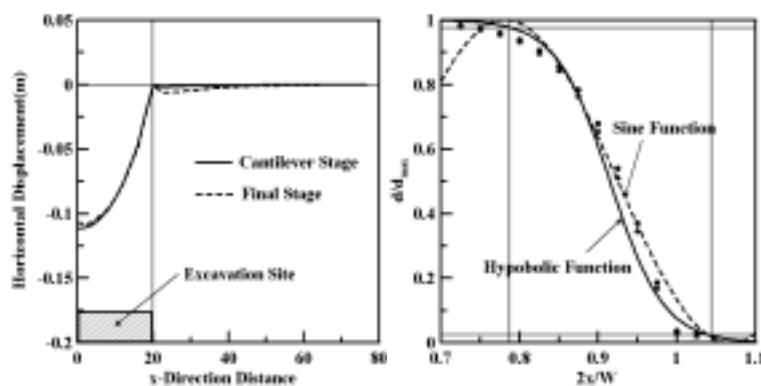
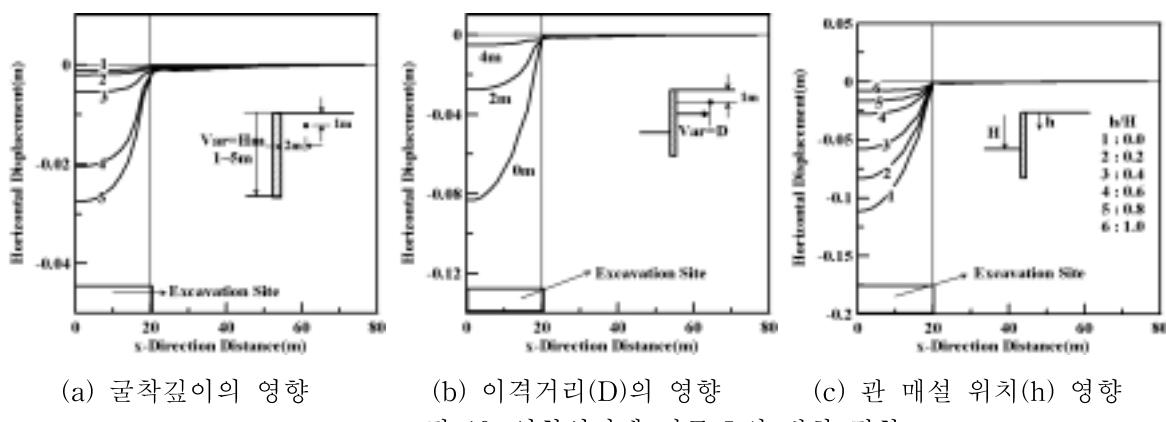


그림 8. 굴착 단계별 수평 변위 그림 9. 지반의 수평 변위 분포

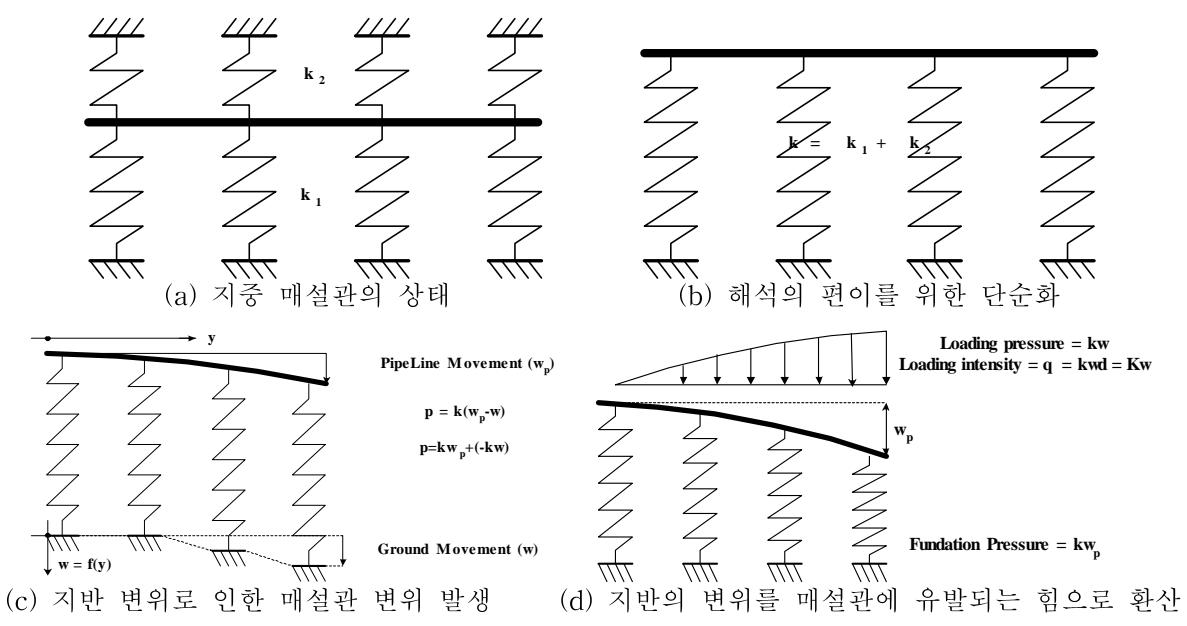
그림에 보이는 바와 같이 굴착면으로부터 가까우며, 비교적 깊이가 얕은 지점의 지반 거동은 최상단 지보재 설치 이전 단계에 모든 영향을 받으며, 이 후 굴착 단계에는 무관함을 볼 수 있다. 따라서 매설 관 관점에서 지표 변위 특성에 대한 파악은 최상단 지보재 설치 이전 단계의 굴착 조건에 대한 상세한 고려가 필요함으로 사료된다. 또한 그림 9에서 보이는 바와 같이 해석을 통해 나타난 변위 유형은 Sine 함수보다는 쌍곡선 함수와 유사한 형태로 나타난다.

위의 해석 결과에 보이는 바와 같이 깊은 굴착으로 인한 지반의 수평 거동은 굴착 모서리 부분에서 Hyperbolic Tangential Function을 따르며 굴착 중심면에 최대 변위가 발생하는 경향으로 나타난다. 이러한 곡선 특성을 나타내는 구간(L)은 굴착 깊이(H)에 따라 크게 변한다. 그림 10은 위치별 지반의 변위 분포를 보여 주고 있다. 그림에서 보이는 바와 같이 일반적으로 굴착 깊이가 증가하면, L도 증가함을 볼 수 있다. 또한 L은 굴착 면으로부터 이격거리(D), 관 예상 매설 깊이(h)에 증가에 따라 다소 커지는 것으로 판단된다. 해석 결과 L의 길이는 각 영향 인자에 따라 4 ~ 16m로 다양하게 나타났다.



3.2 Winkler 의 지반 반력 모델

본 연구에서는 지반과 매설관의 상호 작용의 표현이 가능한 Winkler의 지반 반력 모델을 이용하여 매설관 거동 평가를 수행하였다.



일반적으로 매설관은 그림 11(a)와 같은 상태로 표현가능하며 이는 해석의 편의를 위해 그림 11(b)와 같이 단순화가 가능하다. 또한 그림 11(c)와 같이 지반의 변위로 인해 발생되는 매설관의 변위 특성은 그림 11(d)와 같이 고정된 지반 위에 매설관에 발생되는 힘으로 치환하여 해석이 가능하다.

3.3 Winkler 모델을 이용한 매개변수 연구

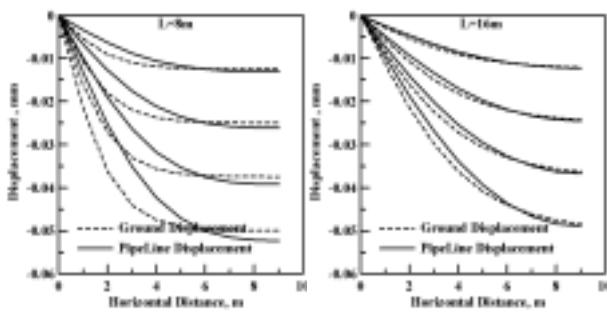
본 절에서는 굴착으로 인한 지반의 변위를 Winkler 지반 반력 모델을 이용한 수치해석을 통해 지반의 거동과 매설관의 거동의 관계에 대한 내용을 다루었다. 유한 요소 해석은 지반과 매설관의 상호작용을 적절한 강성으로 효과적인 구현이 가능한 Pipe-Soil Interaction Model을 지원하고 있는 범용 유한요소 해석 코드 ABAQUS 6.3(ABAQUS 2002)로 수행하였다. 지반과 매설관의 상호작용은 4절점 파이프-지반 상호작용 모델(PSI24)을 사용하였고, 매설관은 2절점 파이프 요소(PIPE21)를 채택 하였다.

지반의 변위 분포는 Hyperbolic Tangential Function으로 표현하였으며, 이때 최대 변위의 크기는 2.5cm ~ 10cm로 하고, L은 4 ~ 16m의 범위로 다양하게 적용하였다. 또한 매설관은 표 4의 사용 빈도가 높은 관의 제원으로 다양하게 적용하였다.

표 4. 용도별 사용 빈도가 높은 매설관

용도		직경(mm)	두께(mm)	재질	비고
가스 관	천연가스 공급 관(고)	762	17.5, 14.3	$E_p = 2.07 \times 10^8$, $\nu = 0.3$	고장력 강관 API 5L X65
	도시가스 공급 관(중)	200	6.4		KS D 3607
	사용자 공급 관(저)	100	10.4, 6.8		KS M 3514
상수 도관	대구경	800	8 ~ 9	$E_p = 1.67 \times 10^8$, $\nu = 0.285$	주철관 KS D 3565
	중구경	300	8.8, 8, 7.2		KS D 4311
	소구경	80	8		KS M 3408

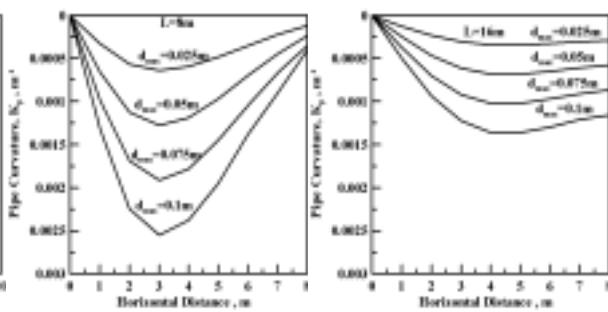
위의 그림 12와 13은 중구경 상수도관의 경우에 L=8m, 16m의 경우에 대한 해석 결과이다. 보이는 바와 같이 L이 큰 경우 매설관은 지반의 거동과 유사한 형태로 나타나는 반면, L이 감소함에 따라 매설관은 지반의 거동과는 다소 다른 형태로 나타남을 볼 수 있다. 또한 최대 변위의 크기의 변화는 지반과 매설관의 최대 곡률값에는 밀접한 관계가 있는 반면 지반과 매설관의 최대 곡률비(K_{pm}/K_{sm})는 일정한 것으로 나타났다.



(a) L=8m

(b) L=16m

그림 12. 지반 변위로 인한 매설관 변위



(a) L=8m

(b) L=16m

그림 13. 매설관의 곡률 분포

그림 14는 위의 해석 조건을 조합한 총 200 Case의 해석 결과를 정리한 것이다. 가로축은 L과 Damping Factor의 곱으로, 세로축은 매설관과 지반의 최대 곡률의 비로 표현된 결과 이는 특정 유형의 형태를 보인다. 그림 14에 보이는 바와 같이 쌍곡선함수의 특성이 나타나는 구간(L)이 길어지면 매설관에 발생되는 곡률은 지반의 곡률과 점점 유사하게 나타나는 반면 L이 작아지면 실제 매설관에 발생하는 곡률은 지반 변위 곡률보다 현저히 작아지는 것을 볼 수 있다. Damping Factor(l) 또한 L과 동일한 영향을 미치는 것을 볼 수 있는데, l의 크기는 매설관의 휨 강성이 작은 관일수록 크게 나타나며, 이는 연

성의 관 일수록 지반과 유사한 거동을 보이는 것으로 사료된다. 그림 14를 이용하여 깊은 굴착으로 인해 발생되는 지반의 최대 변위와 L을 추정하고, 매설관 제원 파악을 통해 간단히 매설관에 발생하는 최대 곡률의 산정이 가능하다. 또한 매설관의 최대 곡률은 3.1 절에 제시된 매설관 손상 평가 식에 직접 사용이 가능하다.

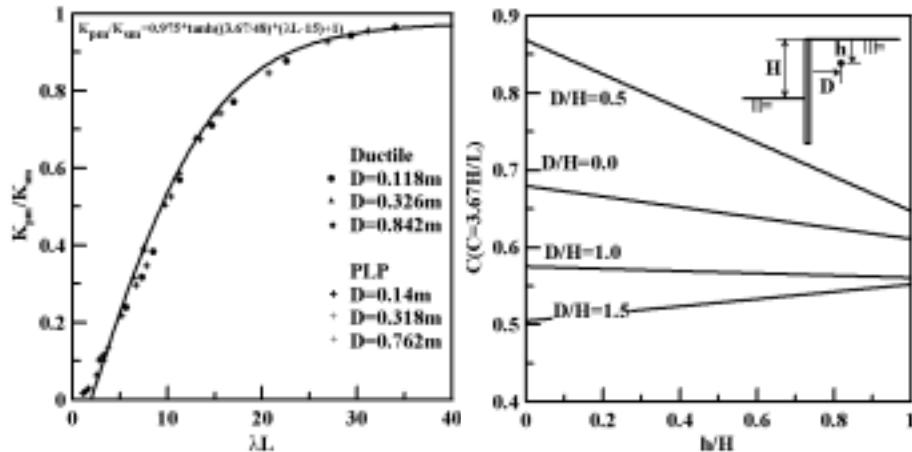


그림 14. K_{pm}/K_{sm} & IL 관계

그림 15. L 추정 Chart

그림 15는 2.3절의 유한 요소 해석 결과를 정리한 것으로, 이를 통해 무지보 굴착 깊이(H), 굴착벽면으로부터 이격거리(D), 관 예상 매설 깊이(h)의 정보를 통해 L의 추정에 이용 가능하다.

4. OO 현장 상수도관 사고 사례

실제 굴착 현장의 상수도관 사고 사례를 조사하여, 굴착 공사로 인한 지반의 변위가 매설관에 미치는 영향에 대해 살펴보았다.

4.1 사고 개요

2003년 7월 12일 01시 경기도 안산시 굴착 현장 부근에서 상수도관이 터져 주변의 2만여 가구에 7시간 가량 수돗물 공급이 중단되는 사고가 발생하였다. 며칠간 지속된 폭우와 굴착 공사의 영향으로 지반이 이동하여 수도용 주철관의 죠인트 부의 파열로 이어졌다. 신속한 복구 작업을 통해 피해를 최소화 하였으나, 부근의 주민들에 큰 불편을 야기 시켰고, 공사 업체는 경제적으로 큰 손실을 입었다.

4.2 사고 유형

사고 현장은 상가 구조물 건설을 위한 터파기 공사로, H-Pile 목재 토류벽 구조로 H-Beam을 통한 베텀보 굴착을 진행 중이었으며, 사고 당시 깊이 5m 까지 굴착되었다. 손상된 수도용 주철관($f=40\text{cm}$)은 도로에 인접한 굴착면으로부터 1m ~ 2m 거리, 깊이는 약 1m 정도로 균일하게 매설 되어있다.

사고 원인은 지반에 과다한 변위 발생으로 볼 수 있다. 지반 변위는 매설관에 변형을 유발하였으며, 관 자체보다는 강도가 취약한 죠인트 부의 손상을 일으킨 것으로 사료된다. 당 현장의 경우에 매설관 주위 지반 변위의 원인은 집중 강우로 인한 토사의 이동과 굴착 공사의 영향으로 볼 수 있다. 당시 집중 강우라는 환경적 요인이 사고에 주된 원인으로 사료 되지만, 굴착 공사로 인해 유발된 인위적인 지반 변위도 사고에 무관하다 볼 수 없다.



사진 1. 사고 발생 현장



사진 2. 손상된 매설관 죠인트 부

4.3 매설관 손상 평가

본 연구에서 제시된 손상 평가 방법을 토대로 당 사고 현장에 대한 매설관의 손상도 평가를 수행하였으며 이 결과는 표 5와 같다(여기서 d_{max} 는 현장 상황(최상단 지보재 설치 시기=4m) 등을 고려하여 추정한 결과이며, L은 그림 15를 이용하여 추정한 결과이다($d_{max} = 10\text{cm}$, $L = 18\text{m}$)).

표 5. 매설관 손상도 평가 결과

상수도용 주철관	K_{sm}	IL	K_{pm}	비교 대상	허용치	발생치	손상유무
본체 (덕타일주철관)	$5.15 \frac{d_m \pi^2}{L^2}$ $= 0.0158$	14.6	0.77 K_{sm} $= 0.0122$	e(me)	500	2440	손상有
				q($^{\circ}$)	1.5	1.7	손상有

표 3은 추정된 d_{max} 와 L로 식 (2)를 통해 K_{sm} 을 산정하고, 그림 14를 통해 K_{sm} 과 IL을 이용해 K_{pm} 을 산정하는 과정을 정리하였다. 결과에 보이는 바와 같이 본체의 인장 변형률이 허용치를 초과하여 손상 가능성이 나타났으며, 죠인트 부의 회전각 또한 허용치를 초과하여 손상의 우려가 있는 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 연구에서는 매설관의 손상 평가 방법에 대한 내용을 다루었다. 먼저 매설관 손상의 관점에서는 굴착면에 평행한 부분의 수평변위가 큰 영향을 미치며, 이때 발생되는 지반의 변위 분포는 Hyperbolic Tangential Function의 유형을 띠는 것으로 나타났다. 또한 Winkler가 제안한 지반 반력 모델과 국내에서 빈번히 사용되는 매설 관종을 토대로 다양한 지표 변위를 적용하여 해석된 유한 요소 모델의 결과 분석을 통해 K_{pm}/K_{sm} 과 IL의 관계를 나타내었다. 이를 통해 매설관 손상 평가에 직접 활용 될 수 있는 K_{pm} 의 추정이 가능하며 휨 강성이 작은 연성관이거나, 특정 곡선을 나타내는 구간(L)이 큰 경우에는 매설관의 거동은 지반 거동과 유사한 경향을 나타내는 반면 그 반대의 경우에는 지반과 매설관은 상이한 거동을 보이며, 특히 최대 곡률비(K_{pm}/K_{sm})은 작게 나타난다. 또한 본 연구에서 제시된 손상 평가 기법은 실제 사고 현장의 매설관 손상도 평가에 이용하여 그 적용성이 검토되었다.

감사의 글

본 연구는 산업설비 안전성평가 연구센터(SAFE)의 연구비 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. 유충식 2001. "터널시공에 따른 지반거동에 의한 지중 매설관 손상평가", 한국 지반 공학회 논문집. Vol.17, pp. 71~86
2. Ahmed, Iqbal, "Pipeline response to excavation-induced ground movements" , Ph.D thesis, Cornell-University, New York. 1990.
3. Boresi, A. P., O. M. Sidebottom, F. B. Seeley, and J. O. Smith, Advanced Mechanics of Materials, 3rd Ed., John Willey and Sons, Inc., New York, NY, 1978.
4. Harris,C,W. and T.D. O'Rouke, "Response of Jointed Cast Iron Pipelines to Parallel Trench Construction,"Geotechnical Engineering Report 83-5, School of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, Ithaca, NY, Mar. 1983.
5. Jeon, S. S,"Earthquake Performance of Pipelines and Residential Buildings and Rehabilitation with Cast-In-Place Pipe Lining Systems",Ph.D thesis, Cornell-University, New York. 2002.
6. Winkler, E.(1867) Die Lehre von Elastizität und Festigkeit(On Elasticity and Flexibility.)Prague.