

2차원 전기비저항토모그래피를 이용한 지하물체의 비파괴 영상화

김호찬*, 부창진*, 김세호*, 좌종근*, 오성보*, 고봉운**, 김문찬***, 김용석***

제주대학교 전기공학과*, 제주산업정보대학 디지털전기과**, 한국전력제주지사 배전부***, (주)신원전기***

Nondestructive Imaging of Subspace Objects by 2D Electrical Resistance Tomography

Hochan Kim*, Changjin Boo*, Seho Kim*, Chongkeun Jwa*, Seongbo Oh*, Bongwoon Ko**, Moonchan Kim***, Yongseok Kim***
 Cheju National University*, Jeju College of Technology**, Korea Electric Power Co.***, Shin Won Electric Co.***

Abstract - Electrical resistance tomography(ERT) maps resistivity values of the soil subsurface and characterizes buried objects. The characterization includes location, size, and resistivity of buried objects. In this paper, Gauss-Newton and truncated least squares(TLS) are presented for the solution of the ERT image reconstruction. Computer simulations show that the spatial resolution of the reconstructed images by the TLS approach is improved as compared to that obtained by the Gauss-Newton method.

1. 서 론

지표면 아래에 매설된 접지 도체를 통하여 대지로 유입되는 전류는 매설 지점의 대지 고유저항에 따라 현저하게 변동되기 때문에 대지 고유저항의 이해는 사고 상태에서 전력계통을 정확히 해석할 수 있도록 하는 가장 기본적인 내용이 된다. 전형적으로 전기적 관점에서 고찰되는 지구는 다양한 모양과 크기, 서로 다른 저항률을 가진 불질들로 구성된다. 지표에서의 전류의 도전은 대개 전해질에서 일어나며, 고유저항의 차이는 그 물질에 포함된 수분의 특성 및 염분량에 의해 변동된다. 접지설계는 접지 구조물의 설계가 접지 전극 주변의 토양 특성에 많은 영향을 받기 때문에 지층의 깊이 및 그 깊이에 따른 대지 고유저항값을 필요로 한다.

대지 내의 토양은 다양한 지질과 구조를 지니고 있으므로 현장에서 측정된 대지저항률(soil resistivity)은 접지설계에 있어 매우 중요하다. 먼저 4점 Wenner법(4-point Wenner method)에 의해 측정된 대지저항률 데이터를 컴퓨터 프로그램에 의해 토모그래피 기법 등을 이용하여 분석함으로써 토양의 특성을 파악하여 효율적인 접지시스템을 설계할 수 있으며 더 정확한 접지 성능을 예측할 수 있다.

Electrical resistance tomography(ERT)는 시간에 따른 변화가 없는 정적 전기장을 이용하므로 파동장을 이용하는 탄성파 및 레이더 탐사에 비해 근본적인 해상도의 한계를 갖는다. 반면 ERT의 기본이론은 간단하며, 따라서 대상 단면의 영상화에 있어서 더 정확한 계산방법을 동원할 수 있는 장점이 있다. 즉, ERT는 근사적 해법이 아닌 정확한 역산(inversion) 기법을 동원하여 측정자료로부터 지하구조의 영상을 구해내는 것이 가능하다 [1]. 이러한 이유로 ERT라는 용어 대신에 전기비저항 영상화(resistivity imaging)라는 용어를 사용하여 차별화하기도 한다.

ERT는 전극간격에 따라 최대 가탐심도(depth of investigation)가 결정되는데, 일반적으로 전극간격을 넓게 하면 가탐심도가 증가하는 반면에 분해능이 떨어지고, 전극간격을 좁게 하면 분해능이 좋아지는 반면에 가탐심도가 낮게 된다. 따라서 탐사의 목적과 지반조건 등

을 고려하여 전극간격의 조절이 필요하다. 또한 전극배열(electrode array) 방법에 따라 Wenner, Schlumberger, 쌍극자(dipole-dipole) 배열 등이 있다 [2].

Loke 등 [3]은 다양한 ERT 영상복원 알고리즘들을 비교 분석하여 Gauss-Newton 방법이 다른 알고리즘에 비해 수렴 속도, 잔류오차 등의 측면에서 비교적 좋은 성능을 나타낸다고 발표하였다. 그러나 실제 상황에서 Gauss-Newton 방법은 비선형 특성의 선형화에 따른 모델링 오차, 측정전압의 낮은 신호 대 잡음비(SNR) 및 Hessian 행렬의 부정치성(ill-posedness) 특성들 때문에 만족스러운 영상을 얻기가 쉽지 않다. 이러한 Hessian 행렬의 부정치성 문제를 해결하기 위해 다양한 조정(regularization) 방법을 제시해 왔다 [4].

본 논문에서는 ERT를 이용하여 대지의 저항률에 대한 영상복원을 위한 역산 알고리즘으로 Gauss-Newton 방법과 Hessian의 역산을 직접적으로 수행하지 않고 반복법을 사용하는 TLS(truncated least squares) 방법 등을 사용하여 지하물체의 영상을 구하도록 하고 구한 영상과 실제 영상의 정확도에 대해 살펴보고자 한다.

2. ERT를 이용한 지하물체의 비파괴 영상화

2.1 유한요소법에 의한 ERT 모델링

본 논문에서는 2차원 ERT 역산알고리즘을 개발하기 위해 지형기복의 표현이 용이한 유한요소법(finite element method)을 모델링의 근간으로 채택하였다.

대지의 표면에서 여러 개의 전극을 통하여 전류를 주입하면 저항률의 경계면에 유효되는 전압은 다음과 같이 Poisson 방정식으로 나타낼 수 있다 [5].

$$-\nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla \phi) = \nabla \cdot I \tag{1}$$

여기서 ρ 는 대지의 전기저항률(Ωm), ϕ 는 전위(V), 그리고 I 는 인가되는 전류(A)를 나타낸다. 위의 방정식에 대하여 일반적인 유한요소법의 절차에 따라 지하구조를 요소로 분할하고 유한요소방정식을 전개한 후, 경계조건을 적용하고, 각 요소에 대한 결점에 대하여 조합하면 다음과 같은 유한요소행렬식을 얻게 된다.

$$KU_c = I_c \tag{2}$$

여기서 K 는 캐패시턴스(capacitance) 행렬 또는 결합계수 행렬, U_c 는 전위벡터, 그리고 I_c 는 전류벡터를 나타낸다. 이때 결합계수 행렬 K 는 유한요소방정식에 사용된 요소의 형상과 대지저항률만의 함수로 표시된다. 위의 노이만 형의 경계조건을 갖는 비선형 Poisson 방정식의 해석적인 해는 구하기가 매우 어려우므로 본 논문에서는 주어진 모델과 Wenner 배열을 통한 포워드(forward) 응답 배치를 통한 유한요소법을 사용하였다.

2.2 ERT 영상복원 알고리즘

ERT 방법에서 불균질한 지반의 대지저항률 분포에 대한 영상복원을 위하여 반복적 역산 알고리즘을 적용한다. 반복적 역산 알고리즘에 의하여 이론 전위와 측정전위 사이의 오차를 줄여가게 되며 오차가 충분히 줄어든 경우 역산 알고리즘을 종료시킨다. 토양의 구조를 해석하는데 사용되는 대부분의 비선형 역산문제들은 비고유(non-unique)나 부정치성을 가지게 되는데, 대지저항률 분포에 대한 영상을 복원하기 위하여 역산 알고리즘으로 Gauss-Newton [3]과 TLS [6] 알고리즘들을 적용하도록 한다.

2.2.1 Gauss-Newton 알고리즘

Gauss-Newton법은 비선형 특성의 선형화에 따른 모델링 오차(modeling error)와 Hessian 행렬의 부정치성 때문에 만족스러운 영상을 얻기가 쉽지 않다. 특히, Hessian 행렬의 부정치성은 역행렬 계산 시 부정확한 결과를 야기시켜 영상복원의 성능을 저하시킨다. 이러한 문제를 완화하기 위하여 본 논문에서는 조정값 λ 을 포함한 목적함수를 사용한다 [4].

$$\Phi = \Phi_d + \lambda \Phi_\rho$$

$$= \|(D(d - f(\rho)))\|_2^2 + \lambda \|(C(\rho - \rho_0))\|_2^2 \quad (3)$$

여기서 d 와 $f(\rho)$ 는 각각 수집한 측정 데이터와 모델 포워드 응답이고 D 는 데이터 가중행렬(weighting matrix)을 나타내고, ρ_0 는 사전지식을 통해 알고 있는 기준모델이고 C 는 모델 가중행렬을 나타낸다.

라그랑지 곱수(Lagrange multiplier) λ 는 모델과 데이터 함수 $\Phi = \Phi_d + \lambda \Phi_\rho$ 를 결합하는데 사용된다. Gauss-Newton법을 사용하여 $\rho_{k+1} = \rho_k + \Delta\rho_k$ 로 반복하여 Φ 를 최소화하도록 한다. 모든 반복 k 에서 잘 알려진 정규화 일반식은 다음의 식으로 풀 수 있다 [7].

$$((DS)^T DS + \lambda C^T C) \cdot \Delta\rho_k$$

$$= (DS)^T D(d - f(\rho_k)) - \lambda C^T C(\rho_k - \rho_0) \quad (4)$$

여기서 S 는 자코비안(Jacobian) 행렬을 나타내고, 각 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$S_{ij} = \frac{\partial f_i(\rho)}{\partial \rho_j} \quad (5)$$

식 (4)에서 $\mathfrak{S} = DS$ 과 일반적인 역행렬 \mathfrak{S}, C 을 사용하면 다음의 결과를 얻는다.

$$\Delta\rho_k = \mathfrak{S}^* D(d - f(\rho_k)) - C^* C(\rho_k - \rho_0) \quad (6)$$

여기서 $\mathfrak{S}^* = (\mathfrak{S}^T \mathfrak{S} + \lambda C^T C)^{-1} \mathfrak{S}^T$ 와 $C^* = \lambda (\mathfrak{S}^T \mathfrak{S} + \lambda C^T C)^{-1}$ 이고 $\mathfrak{S}^T \mathfrak{S} + C^T C = I$ 의 관계를 만족한다.

한편 데이터 d 는 다음과 같이 모델 ρ_{true} 의 포워드 응답에 잡음 n 이 곱친 것으로 가정할 수 있는데,

$$d = f(\rho_{true}) + n \quad (7)$$

이때 k 스텝에서 모델 ρ_k 이 모델에 이미 근접했다고 가정하면 선형화 영역은 다음과 같다.

$$d = f(\rho_k) + S(\rho_{true} - \rho_k) + n \quad (8)$$

식 (8)을 식 (6)에 대입하면 추정모델 ρ_{est} 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\rho_{est} = R^M \rho_{true} - (I - R^M) \rho_0 + \mathfrak{S}^* Dn \quad (9)$$

여기서 $R^M = \mathfrak{S}^* \mathfrak{S}$ 이다.

추정모델 ρ_{est} 은 원형모델과 기준모델, 그리고 잡음 포함된 것에 의해 재구성된다. 이때 R^M 는 일반화된 역행렬 \mathfrak{S} 을 포함하므로 추정모델의 해상도와 민감도를 결정하는 중요한 행렬이 된다. 본 논문에서는 R^M 을 직접 구하는 대신에 반복적인 수행으로 원하는 해를 구하는 TLS 알고리즘 [6]을 사용할 수 있다.

2.2.2 TLS 알고리즘

식 (4)에서 해 $\Delta\rho_k$ 는 행렬 $S, D, C, d - f(\rho_k)$ 와 $\rho_k - \rho_0$ 에 의해 결정된다. 일반적으로 행렬 S 는 정칙이지만, D 와 C 는 정칙이 아닌 경우가 존재하고 모델 파라미터나 데이터의 개수가 많아지면 직접 역행렬을 구하기가 힘들어진다. 이를 해결하기 위해 역행렬을 구하는 대신 반복적인 방법을 사용하여 역행렬을 구하도록 한다. 식 (4)의 대지저항률 ρ 를 다음과 같은 반복적인 TLS 알고리즘을 통해 얻는다.

$$k=0$$

$$z_0 = D(Ax_0 - b)$$

$$p_0 = r_0 = A^T D^T z_0 - \lambda C^T C x_0$$

$$\text{while } k \leq k_{\max} \text{ do}$$

$$a_{k+1} = DA p_k$$

$$\alpha_{k+1} = \frac{\|r_k\|^2}{q_k^T q_k + \lambda p_k^T C^T C p_k}$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_{k+1} p_k$$

$$z_{k+1} = z_k - \alpha_{k+1} a_k$$

$$r_{k+1} = DA z_{k+1} - \lambda C^T C x_{k+1}$$

$$\beta_{k+1} = \frac{\|r_{k+1}\|^2}{\|r_k\|^2}$$

$$p_{k+1} = r_{k+1} + \beta_{k+1} p_k$$

$$k = k + 1$$

$$\text{endwhile}$$

Gauss-Newton과 TLS 알고리즘을 이용하여 지하물체를 영상화하기 위해서 지하구조의 각각 저항률 값이 하나의 매개변수가 되어야 하므로 추정하여야 할 매개변수 벡터는 모든 내부저항률 값을 원소로 포함해야 한다. 따라서 유한요소법의 총 노드수가 증가할수록 추정할 매개변수의 개수는 증가하고 계산시간은 상당히 길어진다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션

대지의 저항률에 대한 영상을 복원하기 위하여 역산 알고리즘으로 Gauss-Newton과 TLS 알고리즘을 적용하였으며 포워드 모델은 모든 전극에 대한 주위셀을 2, 경계셀 4를 사용한 유한요소를 사용하였다. 주어진 모델은 Wenner 전극법을 사용하여 41개의 전극을 1m 간격으로 설계하였고 6층의 수평구조인 대지에 대하여 최대 6m인 로그스케일인 저항률을 사용하였다. 먼저 6층의 수평구조인 대지의 배경(background) 저항률을 균등한 $100 \Omega \cdot m$ 로 설정하고 사용된 가상의 지하물체는 배경저항률 보다 낮은 저항률과 높은 저항률에 따른 영상복원의 성능을 비교분석하기 위해 $50 \Omega \cdot m$ 과 $200 \Omega \cdot m$ 의 원형모델을 그림 1과 같이 생성하였다.

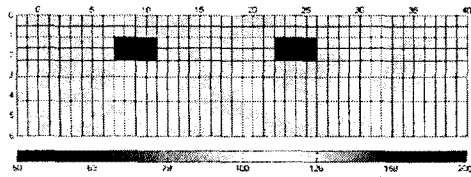


그림 1. 역산 알고리즘을 위한 원형모델

생성된 원형모델에 대하여 포워드 계산을 수행한 결과가 그림 2에 나타나 있는데 원형모델의 형태를 파악할 수 있다. 3%의 잡음과 100mA에서 0.1mV를 최소한의 전압으로 설정한 경우의 모델의 계산된 결과는 그림 3과 같다.

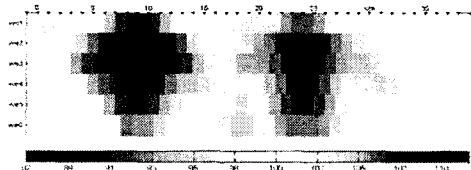


그림 2. 생성된 원형 데이터 ($\Omega \cdot m$)

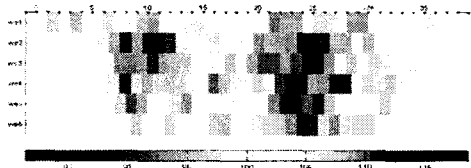


그림 3. 3% 잡음이 첨가되어 생성된 데이터 ($\Omega \cdot m$)

그림 3과 주어진 결과로부터 원형모델을 복원하기 위해 Gauss-Newton과 TLS 알고리즘들을 사용하여 복원된 영상 결과들을 그림 4에서 그림 6까지 나타냈는데, 영상복원의 성능을 비교분석하기 위해 원형모델과 알고리즘을 통해 얻은 모델과의 RMS(root mean squares) 오차값을 사용하도록 하였다.

먼저 $\lambda=30$ 의 고정된 조정값과 L-curve로 설정한 경우에 Gauss-Newton 알고리즘을 사용하여 수행한 결과가 그림 4와 그림 5에 나타났다. 이때 고정된 조정값과 L-curve로 설정한 경우의 계산된 RMS 오차값은 각각 2.98와 3.05로 비슷한 값이 나왔지만, 그림 4에서 고정된 조정값 설정을 통해 복원된 영상이 그림 5에서 L-curve로 설정한 경우에 영상보다 더 좋은 복원 결과를 나타냈다. 그러나 실제 원형모델 형태와는 약간의 차이가 나타남을 알 수 있다.

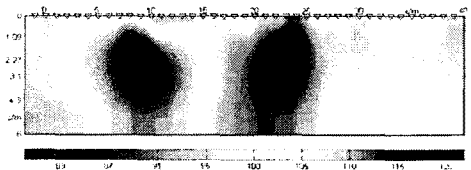


그림 4. 고정된 조정값을 사용한 Gauss-Newton 알고리즘의 역산 결과

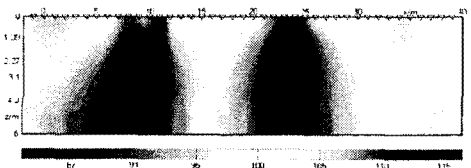


그림 5. L-curve를 사용한 Gauss-Newton 알고리즘의 역산 결과

마지막으로 TLS 알고리즘을 적용할 경우의 영상복원 결과가 그림 6에 나타났는데, 계산된 RMS 오차값은 0.29로 가장 낮고 높은 저항률과 낮은 저항률 가상 물체 모두에서 위의 Gauss-Newton 알고리즘보다 원형모델과 가깝게 영상을 복원함을 알 수 있다.



그림 6. TLS 알고리즘의 역산 결과

4. 결 론

본 논문에서는 ERT를 이용한 지하물체의 비파괴 영상복원 방법에 대해 살펴보았다. 일반적으로 ERT의 영상복원에 있어 많이 사용되는 역산 알고리즘은 Gauss-Newton 방법이지만 본 논문에서는 TLS 알고리즘을 사용하여 지하물체의 영상복원을 수행하였으며 성능을 기존의 Gauss-Newton 방법과 비교하였다. 비선형성이 아주 강한 역산 알고리즘의 성능은 전극을 배열시키는 방법과 주어지는 잡음에 따라 상당히 민감하게 반응을 하지만 TLS 알고리즘도 ERT의 영상복원 알고리즘으로 유용하게 사용될 수 있음을 확인할 수 있었다. 주어진 방법을 실제로 적용하기 위해서는 역산 알고리즘의 민감도와 수렴성 등에 대해서도 많은 고려가 있어야 하겠다.

본 논문은 전력산업연구개발사업(과제번호: R-2004-0-164)에 의해 지원되었습니다.

[참고 문헌]

- [1] Y. Sasaki, "Resolution of resistivity tomography inferred from numerical simulation," *Geophysical Prospecting*, Vol. 57, pp. 1270-1281, 1992.
- [2] D.W. Oldenberg and Y. Li, "Estimating of investigation in DC resistivity and IP survey," *Geophysics*, Vol. 64, No. 2, pp. 403-416 1999.
- [3] M.H. Loke, and T. Dahlin, "A comparison of the Gauss-Newton and quasi-Newton methods in resistivity imaging inversion," *Journal of Applied Geophysics*, Vol. 49, pp. 149-162, 2002.
- [4] C.R. Vogel, *Computational methods for inverse problems*, Society for Industrial and Applied Mathematics 2002.
- [5] A.C. Tripp, G.W. Hohmann, and C.M. Swift Jr., "Two-dimensional resistivity inversion," *Geophysics*, Vol. 49, pp. 1708-1717, 1984.
- [6] L.R. Lines and S. Treitel, "Tutorial : A review of least squares inversion and its application to geophysical problems," *Geophysical Prospecting*, Vol. 32, pp. 159-186, 1984.
- [7] A. Tarantola and B. Valette, "Generalized nonlinear inverse problems solved using least squares criterion," *Rev. Geophys. Space Phys.*, Vol. 20, pp. 219-232, 1982.