

전달함수 접근 방법에 의한 잔차발생기구 설계

박태건, 이기상*

충북과학대학 전자정보과, 단국대학교 전기공학과†

Design of the residual generator using transfer function approaches

Tae-Geon Park, Kee-Sang Lee†

Chungbuk Provincial College of Science & Technology, Dankook Univ.†

Abstract - 고장검출식별시스템의 성능을 좌우하는 가장 중요한 요소는 잔차발생알고리즘이다. 잔차발생기구는 측정된 입력력변수 정보에 근거하여 설계되며 고장의 검출 및 식별이 가능하도록 감결합(decoupling) 특성을 가져야 한다. 본 논문에서는 전달함수 접근 방법 중 최근 제안된 최소차 다항식 기저(minimal polynomial basis)를 이용한 잔차발생기구 설계기법을 소개하고, 이를 VTOL의 센서 및 구동장치고장 검출에 적용하여 그 성능을 검토하였다.

1. 서 론

캐환제어계는 신속성과 정확성이 요구되는 모든 자동화 공정의 필수요소이다. 최근에는 자동화 공정이 대형화되고 그 복잡성이 증대됨에 따라 요구되는 신뢰성의 확보가 매우 중요한 평가지표로 인식되고 있다. 특히 캐환제어계에 포함된 센서, 구동장치 등의 결함 및 오동작은 전체 자동화 공정의 성능감퇴를 가져오므로 이들 요소의 이상검출과 고장요소의 식별에 관한 연구가 많은 관심을 받고 있다. 일반적으로 고장진단은 측정신호정보를 이용하여 시스템의 고장을 검출하고 식별함을 의미하며 모델기반기법과 무모델기법으로 분류된다. 이 중 모델기반기법의 핵심은 고장정보를 추출하기 위한 잔차발생기구이며 칼만필터, 상태관측자, 검출필터 등이 이를 위해 사용되고있다. 최근의 연구동향은 검출식별 성능을 개선하기 위하여 외란, 파라미터변화 및 모델화되지 않은 동특성에 대해 강인한 동시에 검출 대상 고장에 민감한 잔차발생기구의 개발, 실시간 FDI(fault detection and isolation) 기법 및 이를 이용한 고장허용 제어기법의 개발이다[1, 2].

본 논문에서는 전달함수에 근거한 주파수영역에서의 잔차발생기구 설계를 위한 기존 연구결과를 소개하고 이 기법을 비행시스템을 위한 고장검출에 도입하여 그 실질적 적용 가능성을 검토한다.

2. 선형시스템의 잔차발생기구

식(1)의 상태공간 표현의 선형시불변계를 고려한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_d d(t) + B_f f(t) \tag{1a}$$

$$y(t) = Cx(t) + D_u u(t) + D_d d(t) + D_f f(t) \tag{1b}$$

식(1)은 주파수 영역에서 식(2)로 표현된다.

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_d(s)d(s) + G_f(s)f(s) \tag{2}$$

여기서 y, u, d 및 f 는 각각 p 차원 출력벡터, m 차원 입력벡터, l 차원 외란벡터 및 q 차원 고장벡터이며 외란 및 고장벡터는 미지이다. 식(2)가 식(3)을 만족하면 고장검출이 가능하고,

$$\begin{aligned} r(s) &= 0 \quad \text{if } f(s) = 0 \\ r(s) &\neq 0 \quad \text{if } f(s) \neq 0 \end{aligned} \tag{3}$$

고장식별이 가능하기 위해서는 식(4)의 관계를 만족해야한다.

$$\begin{aligned} r_i(s) &= 0 \quad \text{if } f_i(s) = 0 \\ r_i(s) &\neq 0 \quad \text{if } f_i(s) \neq 0, i = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \tag{4}$$

3. 입출력 기반 잔차발생기구의 설계

3.1 잔차발생기구의 주파수영역 설계

식(2)의 선형시스템에 대한 잔차발생기구는 일반적으로 측정 정보인 시스템의 입력(u) 및 출력(y)에 의해 구동되는 다음 관계식으로 정의한다.

$$r(s) = Q(s) \begin{bmatrix} y(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \tag{5}$$

따라서 잔차발생기구의 설계는 식(3)의 조건 또는 식(4)의 조건을 만족하도록 식(5)의 전달함수행렬 $Q(s)$ 를 결정하는 문제이다[3]. 식(5)에 식(2)를 대입하면 다음식이 얻어지며,

$$r(s) = Q(s) \begin{bmatrix} G_u(s) & G_d(s) \\ L_u(s) & 0_{m \times l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(s) \\ d(s) \end{bmatrix} + Q(s) \begin{bmatrix} G_f(s) \\ 0 \end{bmatrix} f(s) \tag{6}$$

식(4)의 첫번째 조건을 만족하기 위해서는 우선 식(7)이 만족되도록 $Q(s)$ 를 선정하여야 한다.

$$Q(s)M(s) = 0 \tag{7}$$

여기서 $M(s) = \begin{bmatrix} G_u(s) & G_d(s) \\ L_u(s) & 0_{m \times l} \end{bmatrix}$

식(7)은 $Q(s)$ 를 $M(s) \in \mathcal{R}^{(p+m) \times (m+l)}$ 의 left-영공간(null space)에 속하도록, 즉 $Q(s) \in N_l(M(s))$ 이도록 선정하여야함을 의미한다. 따라서 잔차발생기구 설계는 $N_l(M(s))$ 에 대한 최소차 다항식 기저를 구함으로써 식(7)을 만족하는 모든 $Q(s)$ 를 구하고 그중, $Q(s) \begin{bmatrix} G_u(s) \\ L_u(s) \end{bmatrix} \neq 0$ 을 만족하는 최소 차수의 $Q(s)$ 를 선정하는 것으로 된다.

$N_l(M(s))$ 를 형성하는 다항식 기저를 $N_M(s)$ 이라 하면, $N_M(s)$ 의 행(row)의 수, 즉 $N_l(M(s))$ 의 차원은

$$\begin{aligned} \dim N_l(M(s)) &= M(s) \text{의 행의 수} - \text{rank } M(s) \\ &= p - \text{rank } G_d(s) \end{aligned} \tag{8}$$

여기서 $p \geq l$, $\text{rank } G_d(s) = l$ 이면 $\dim N_l(M(s)) = p - l$. 위에서 구해진 $N_M(s)$ 는 최소차 다항식 기저(irreducible)이므로 입력과 외란에 대해 결실한 모든 다항식 벡터 $F(s)$ 는 다음처럼 표현될 수 있다.

$$F(s) = \phi(s)N_M(s) \tag{9}$$

여기서 다항식 벡터 $\phi(s)$ 는 고장에 따른 잔차 응답을 규정하기 위해 또는 단순히 $N_M(s)$ 중의 한행을 선정하기 위하여 사용할 수 있다. 감결합 다항식 벡터 $F(s)$ 가 잔차발생기의 실현을 위해 선정된 경우, $Q(s)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$Q(s) = d_F^{-1}(s)F(s) \tag{10}$$

여기서 다항식 $d_F(s)$ 는 벡터 $F(s)$ 의 행의 차수(row degree), 즉 $F(s)$ 의 행벡터 다항식의 최대차수(the largest polynomial degree)보다 크거나 동일한 차수를 가져야 한다. 이는 잔차발생기가 안정하도록 잔차발생기의 극점을 임의로 배치할 수 있음을 의미한다.

3.2 최소 다항식 기저를 구하는 방법

유리함수 행렬 $M(s)$ 의 left-영공간, 즉 $N_L(M(s))$ 을 형성하는 최소차 다항식 기저를 구하는 문제는 이를 다항식 행렬의 left-영공간을 형성하는 최소차 다항식 기저를 구하는 잘 알려진 문제로 변환하여 해결할 수 있으며, 변환 방법에는 여러 가지가 있다[3, 4]. 아래에 유리함수 행렬 $M(s)$ 가 전달함수로 주어진 경우와 상태공간 모델로 주어진 경우로 대별하여 $N_L(M(s))$ 을 형성하는 최소차 다항식 기저를 구하는 방법을 기술한다.

단계 1. 우선 아래의 방법에 근거하여 최소차 다항식 기저 문제로 변환한다.

(경우1) 유리함수 행렬 $M(s)$ 가 전달함수로 주어진 경우 다항식 문제로 변환하는 한가지 방법은 $M(s)$ 에 대해 right-MFD를 적용하는 것이다.

$$M(s) = \bar{M}_1(s) \bar{D}^{-1}(s) \quad (11)$$

위에서 $D(s)$ 는 full rank를 가지므로 $N_L(M(s))$ 에 대한 최소차 다항식 기저 문제는 다항식 행렬 $\bar{M}_1(s)$ 의 left-영공간, 즉 $N_L(\bar{M}_1(s))$ 에 대한 문제로 귀결된다.

(경우2) 고려 대상 시스템이 식(1)의 상태공간 모델로 주어진 경우, 상태공간에서 표현된 시스템 행렬을 사용하여 $M(s)$ 의 left-영공간을 구하는 것이 편리하다. 먼저 식(1)의 상태벡터 x 의 차원을 n 이라 하고, 외란을 입력으로 포함한 시스템 행렬 식(12) 및 식(13)을 정의한다.

$$M(s) = \begin{bmatrix} C & D_d \\ -(sI_n - A) & B_d \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$P = \begin{bmatrix} I_p & -D_d \\ 0_{n \times p} & -B_d \end{bmatrix} \quad (13)$$

식(1)에서 고장벡터 $f=0$ 으로 하고 라플라스 변환을 수행하면 식(14)의 관계가 성립한다.

$$P \begin{bmatrix} y(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = PM(s) \begin{bmatrix} u(s) \\ d(s) \end{bmatrix} = M_r(s) \begin{bmatrix} x(s) \\ d(s) \end{bmatrix} \quad (14)$$

아래의 정리 1은 시스템 행렬을 사용하여 $N_L(M(s))$ 에 대한 최소차 다항식 기저를 구하는 직접적인 방법을 나타낸 것이다.

정리 1: 쌍 $\{A, [B_u B_d]\}$ 가 제어가능(controllable)하고 다항식 행렬 $V(s)$ 의 행들이 $N_L(M_r(s))$ 에 대한 최소차 다항식 기저이면, $W(s) (= V(s)P)$ 의 행들은 $N_L(M(s))$ 에 대한 최소차 다항식 기저이다.

증명: 참고문헌 [3] 참조

정리 1에 의하면 $N_L(M(s))$ 에 대한 최소차 다항식 기저를 구하는 문제는 다항식 행렬 $M_r(s)$ 에 대한 최소차 다항식 기저 문제로 변환된다.

단계 2. 다항식 행렬에 대한 최소차 다항식 기저를 구한다.

최소차 다항식 기저의 결정은 선형 시스템 관련 분야에서는 익히 잘 알려진 문제로 참고문헌 [4]에 기술된 바와 같이 Hermite-form에 근거한 방법과 polynomial echelon form에 근거한 방법이 있으며, 이 중 후자가 수치적으로 안정하고 더 빠른 계산 결과를 제공하는 것으로 알려져 있다.

4. 비행체 시스템의 고장검출식별에의 응용

본 논문에서 제안된 기법을 VTOL 비행체 시스템 [5]에 적용하여 그 타당성 및 유용성을 검증한다. 대상 시스템 모델의 상태벡터 및 제어입력은 식(15)와 같고, 선형화된 대상 시스템의 행렬은 식(16)과 같다.

$$x = \begin{bmatrix} \text{horizontal velocity [kt]} \\ \text{vertical velocity [kt]} \\ \text{pitch rate [deg/s]} \\ \text{pitch angle [deg]} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \text{collective pitch control} \\ \text{longitudinal cyclic pitch angle} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.0366 & 0.0271 & 0.0188 & -0.4555 \\ 0.0482 & -1.0100 & 0.0024 & -4.0208 \\ 0.1002 & 0.3681 & -0.7070 & 1.4200 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0.4422 & 0.1761 \\ 3.5446 & -7.5922 \\ -5.5200 & 4.4900 \\ 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_u = 0, D_d = 0$$

대상시스템은 135[kt]의 비행속도에서 선형화된 것으로 비행속도가 변함에 따라 대상 시스템의 파라미터들이 변하게 되며, 이때 주요하게 변화하는 시스템 행렬 A 의 파라미터들 ΔA 는 다음과 같다.

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

식(17)의 ΔA 는 시스템 행렬 A 의 모델링 편차를 의미하며, 따라서 미지입력항 $B_d d$ 는 식(18)로 표현할 수 있다.

$$B_d d = [0 \ 0 \ 1 \ 0]^T, \quad d = [0 \ 0.5 \ 0 \ 2.0]x \quad (18)$$

대상 시스템의 고장은 더하기형 고장으로 모델링하고, 발생가능한 고장을 센서고장(f_1, f_2, f_3, f_4)과 구동기 고장(f_5, f_6)으로 가정하던 고장을 포함한 시스템의 전달함수 표현은 식(19)와 같다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = G_u(s) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} + G_d(s) d + \begin{bmatrix} f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} \quad (19)$$

시스템 행렬이 식(16)의 상태공간 표현에서 주어졌으므로 정리 1을 이용하여 $N_M(s)$ 을 구한다.

$$N_M(s) = \begin{bmatrix} -0.048 & -3+s & -4 & 4 & -3.5 & 7.6 \\ 0 & s & 1+s & -1s & 0 & 0 \\ -0.037-s & 0.48 & 0.47 & -0.46 & 0.44 & 0.18 \end{bmatrix} \quad (20)$$

이것은 left-영공간 $N_L(M(s))$ 의 차원이 3, 즉 외란을 감결합시키는 3개의 선형 독립 분자들(numerators)이 존재함을 의미한다. 따라서 외란의 존재 하에서 센서 고장 및 구동기 고장이 발생하지 않은 경우 아래의 식이 성립한다.

$$-0.048y_1 - 3y_2 + y_2 - 4y_3 + 4y_4 - 3.5u_1 + 7.6u_2 = 0 \quad (21a)$$

$$y_2 + y_3 + y_3 - y_4 = 0 \quad (21b)$$

$$-0.037y_1 - y_1 + 0.48y_2 + 0.47y_3 - 0.46y_4 + 0.44u_1 + 0.18u_2 = 0 \quad (21c)$$

다음 단계는 잔차 발생을 위하여 위의 첫 번째 관계식을 사용하기 위하여 식(9)의 $\phi(s) = (1 \ 0 \ 0 \ 1)$ 로 선정하고, 다항식 기저의 행 차수(row-degrees)가 1이므로 외란을 감결합하기 위한 실현 가능한 필터의 차수, 즉 다항식 $d_F(s)$ 의 차수는 1이상으로 선정한다.

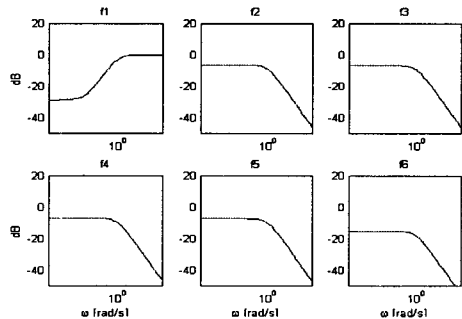


그림 1. 각 고장에 대한 잔차의 전달함수

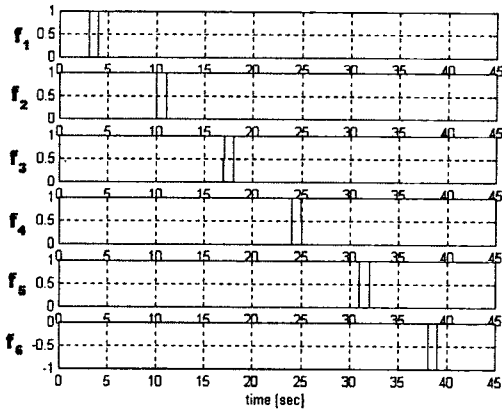


그림 2. 인가된 고장

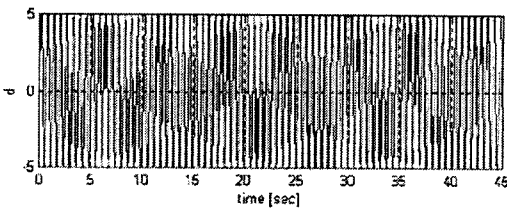


그림 3. 인가된 외란

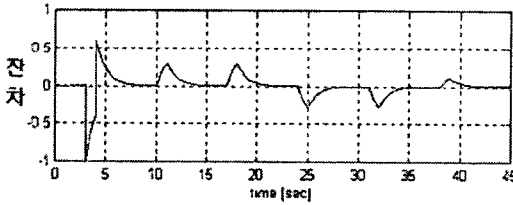


그림 4. 잔차

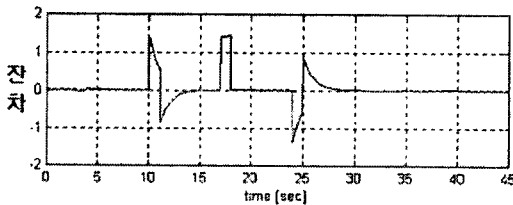


그림 5. 잔차

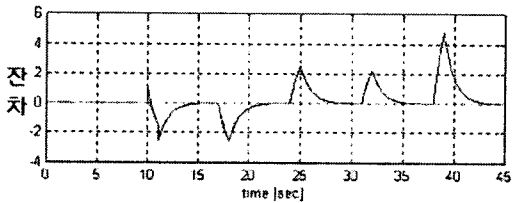


그림 6. 잔차

여기서는 최소 차수(minimal order) 실현을 위하여 차수를 1로 하여 식(10)의 $d_f(s) = 1 + s$ 로 선정하였다. $d_f(s)$ 의 차단 주파수는 대략 1[rad/s]까지 주파수에서의 에너지를 갖는 고장에 대해 잔차발생기가 고장 검출을 수행하도록 선정하였다.

$$Q_2(s) = \frac{1}{1+s} [-0.037 -s \ 0.43 \ 0.47 \ -0.46 \ 0.44 \ 0.18] \quad (22)$$

그림 1은 각 고장에 대한 잔차의 전달함수를 나타낸 것이다. 그림 1의 각 고장에 대한 잔차의 전달함수에서 DC 이득이 모두 영이 아니므로 제어 입력과 외란이 거의 감결합되어 잔차가 특별한 영향을 미치지 아니함을 의미한다.

시간 영역에서 각 고장 검출을 검토하기 위하여 아래의 시뮬레이션을 수행하였다. 식(16)의 개루프 시스템의 고유치들은 $\{-2.0729, -0.2325, 0.2757 \pm j0.2577\}$ 로 시스템이 불안정하여 $u = r - Kx$ 형태의 상태피관 제어기를 사용하여 $\{-6.8278, -1.0105 \pm j1.5147, -2.5513\}$ 에 폐루프 시스템의 고유치를 위치시키도록 하였다. 여기서 명령 기준 입력은 단위 계단함수 $r = [1 \ 1]^T$, 초기치 $x(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 로 하였다. 그림 2와 그림 3에 각각 인가된 고장 및 외란을 나타내었다. 그림 4의 시간 영역에서의 잔차로부터 외란의 존재하에서도 센서 및 구동기의 고장을 검출할 수 있음을 알 수 있다. 그림 5는 $\phi(s) = [0 \ 1 \ 0]$ 로 선정하여 식(5)의 전달함수 행렬 $Q(s) = Q_2(s)$ 인 경우의 잔차를 나타낸 것이다.

$$Q_2(s) = \frac{1}{1+s} [0 \ s \ 1 + s \ -s \ 0 \ 0] \quad (23)$$

식(23)이 의미하는 바와 같이 그림 5의 잔차는 고장 f_1 , f_2 , f_6 , 즉 센서 1 고장, 구동기 1 고장, 구동기 2 고장에 둔감함을 알 수 있다. 그림 6은 $\phi(s) = [1 \ 0 \ 0]$ 로 선정하여 식(5)의 전달함수 행렬 $Q(s) = Q_1(s)$ 인 경우의 잔차를 나타낸 것이다.

$$Q_1(s) = \frac{1}{1+s} [-0.048 \ -3 + s \ -4 \ 4 \ -3.5 \ 7.6] \quad (24)$$

식(24)에서 알 수 있는 것처럼 그림 6의 잔차는 고장 f_1 , 즉 센서 1 고장에 둔감함을 알 수 있다. 식(23), 식(24) 및 식(25)로부터 $\phi(s)$ 를 적절히 선정함으로써 외란의 존재하에서의 고장 검출은 물론 고장 식별에 적용할 수 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 고려 대상 시스템 모델이 상태공간 모델 또는 전달함수 모델로 주어진 경우, 전달함수 접근 방법 중 최근 제안된 최소차 다항식 기저(minimal polynomial basis)를 이용한 잔차발생기 설계기법을 소개하였다. 잔차발생기는 측정된 입출력변수 정보에 근거하여 설계되며 고장의 검출이 가능하도록 외란에 대한 감결합(decoupling) 특성을 가지도록 설계하였다.

소개된 잔차발생 기법을 VTOL의 센서 및 구동장치고장 검출에 적용하여 그 성능을 검토하였으며, 최소차 다항식 기저를 적절히 선택 또는 결합함으로써 고장 식별도 가능할 수 있음을 보였다.

[참 고 문 헌]

- [1] R. Patton, P. M. Frank and R. N. Clark, *Fault diagnosis in dynamic systems, theory and applications*, Prentice-Hall, 1989.
- [2] H. Hammouri, P. Kabore, S. Othman, and J. Biston, "Fault diagnosis and nonlinear observer, application to a hydraulic process," *J. Franklin Institute*, Vol. 339, No. 4-5, pp. 455-478, 2002.
- [3] E. Frisk and M. Nyberg, "A description of the minimal polynomial basis approach to linear residual generation," *Technical Report LiTH-R-2088*, ISY, Linköping, Sweden, 1999.
- [4] T. Kailath, *Linear Systems*, Prentice-Hall, 1980.
- [5] Narendra, K., and Tripathi, S. S., "Identification and optimization of aircraft dynamics," *AIAA Journal of Aircraft*, Vol. 10, pp. 193-199, 1973.