토양수분 전이과정의 물리적 전개를 통한 추계학적 모형구조의 도출

이혜선, 김상현
부산대학교 환경공학과

Development of stochastic model structure considering physically based soil moisture transfer mechanism

H. S. Lee, and S. H. Kim
Department of Environmental Engineering, Pusan National University
(*Correspondence :)

1. 서론

사면에서의 토양수분의 시간 공간적 분포 특성은 수문기상학 예측, 분포형 수문 모델, 비점 오염물 거동 예측에 있어서 중요한 인자이다. 그러나 토양수분을 결정하는 인자들이 다양하고 기작에 대한 규명이 되지 않아 예측 또한 난해하다. 그러므로 지표수와 지하수원의 관리를 위해 토양수분의 불확실성과 변동성을 인지할 수 있는 모델링이 요구된다.

시계열 모델은 추계학적 수문학 현상의 공간적 변화 양상을 추측하고 예측하는 조직적인 방법론이 될 수 있다. 이러한 모델들은 최근의 측정치를 바탕으로 실측값과 예측되어진 값 사이에서 최소의 편차를 가지도록 최적 값을 예측하고, 정규 분포 분산형으로 예측의 정확도를 정량화 해낸다.

본 연구에서는 토양수분의 전이과정을 물리적으로 전개한 후 지배방정식을 유도하였다. 유도되어진 지배방정식을 시계열 분석 이론의 틀과 비교 분석하여 토양수분 전이과정을 물리적으로 규명하였다.

2. 토양수분 전이기작의 물리적 고찰과 추계학적 모형구조의 도출

모든 구역에서의 토양수분 전이과정은 정상상태라 가정하고, 대공극과 같은 토양층내의 침투구조 변화성을 무시함으로써 토양수분 전이과정을 간략화 할 수 있다. 토양수분 전이가 최상단 토양층으로부터 연속적으로 연결되어 있는 n개의 토양층을 통해 이루어진다고 가정하고, 토양수분 전이 물리적과정을 정리하면 임의의 n번째 토양층 격자에서의 일반화된 토양수분 전이식을 도출할 수 있다. 한 개의 토양층 격자에 있어서 강우사상으로 인한 토양수분 증가현상이 발생하고, 지하수대로의 침투기작과 식생 등에 의한 연속적인 증발산 작용으로 토양수분 감소현상이 발생한다. 즉 강우량, 침투량과 증발산량을 토양수분 증가와 감소에 영향을 미치는 기본적인 요소라 생각해 볼 수 있다. 이를 토대로 토양수분의 전이과정 특성을 개념화 하면 아래와 같다(Fig. 1).

여기서 X_t는 시간 t에서의 유효 강우량, a는 시간 t에서 발생한 강우 X_t에 지하수대로 침투하는 토양수분 저류량과 강우량에 대한 비, aX_t는 시간 t에서의 지하수대로의 침투량, bX_t는 시간 t에서의 증발산량을 나타낸다. l^n은 시간 t에서 n-1번째 토양층에서의 토양수분 저류량 S_t의 어느 정도가 n번째 토양층으로 이동하는지를 나타내는 계수이며 시간 t에서의 저류량 S_t에서 유도된 l^nS_t과 $l^{n+1}S_t$는 각각 토양층 격자 n-1로부터 격자 n으로의 충전량, 토양층 격자 n으로부터 격자 n+1로의 기여량을 나타낸다.

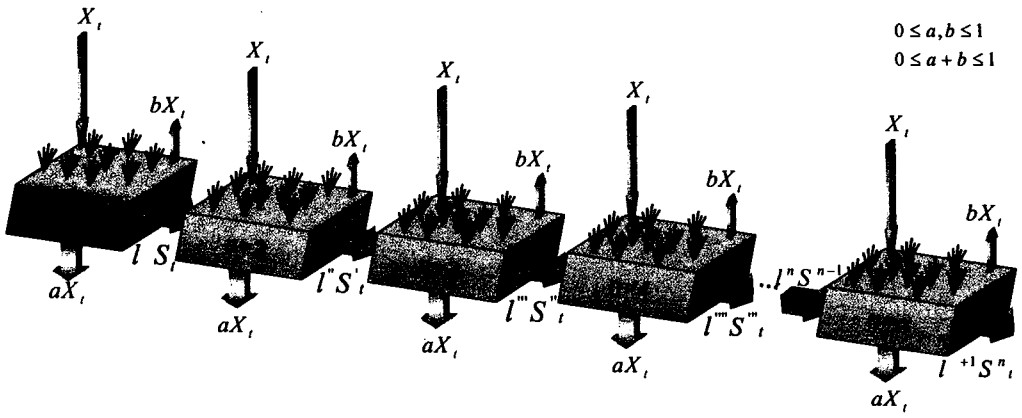

Fig. 1 A conceptual framework of rainfall-soil moisture transfer mechanism

2.1 이차 토양층(n=2)에서의 토양수분 흐름의 물리적 기작

시간 t에서의 이차 토양층에서의 토양수분 저류량은 전 시간대의 토양수분 저류량에 t시간대에서의 토양수분 변화량을 더해주면 구할 수 있다. 이때 고려해야 할 토양수분 변화는 강우량과 일차 토양층으로부터의 충전량으로 인한 증가와 증발산량, 침투량 그리고 다음 토양층 격자로의 기여량에 의한 감소가 있다. 이차 토양층에서 시간 t의 토양수분 저류량을 S_t라고 하고, 시간 t-1에서의 토양수분 저류량을 S'_{t-1}이라고 두면 이차 토양층의 기본 물질 수지 식은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

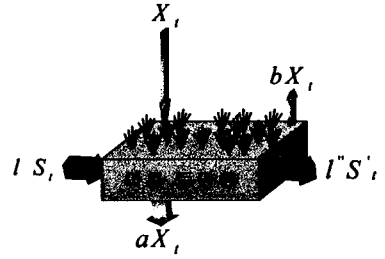

Fig. 2 A conceptual framework of rainfall-soil moisture transfer mechanism at second soil zone

$$S_t' = S_{t-1}' + l S_t - l' S_t' + (1-a-b)X_t \tag{1}$$

식 (1)에서 차원이 다른 $l S_t$을 S_t'로 치환하기 위해, 시작점인 일차토양에서의 토양수분 전이과정 물리 식 $(1+l')S_t - S_{t-1} = (1-a-b)X_t$을 도입하여 정리하면 일차 토양층에서의 토양수분 물질 수지 식이 된다.

$$(1+l'')S_t' - \left\{1+\frac{(1+l'')}{(1+l')}\right\}S_{t-1}' + \frac{1}{(1+l')}S_{t-2}'$$
$$= \left\{\frac{l}{(1+l')}+1\right\}(1-a-b)X_t - \frac{1}{(1+l')}(1-a-b)X_{t-1} \tag{2}$$

2.3 삼차 토양층(n=3)에서의 토양수분 흐름의 물리적 기작

n=3인 삼차 토양층에 대한 토양수분 전이과정에서 고려되는 토양수분 증가 인자는 강우량과 이차 토양층 격자로 부터의 충전량으로 인한 증가와 증발산량, 침투량 그리고 다음 토양층 격자로의 기여량에 의한 감소가 있다. 삼차 토양층 격자에서 시간 t의 토양수분 저류량을 S'_t라고 하고, 시간 t-1에서의 토양수분 저류량을 S'_{t-1}이라고 두면 기본 물질 수지 식은 아래의 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

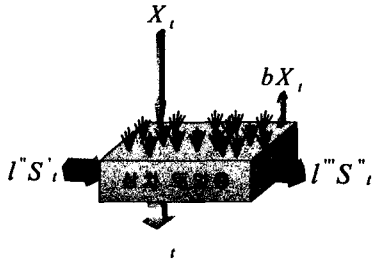

Fig. 3 A conceptual framework of rainfall-soil moisture transfer mechanism at third soil zone

$$S_t'' = S_{t-1}'' + l'S_t' - l''S_t'' + (1-a-b)X_t \tag{3}$$

위식 내 차원이 다른 항 $l'S_t'$을 S_t''로 표현하기 위해 식 (2)를 이용하여 정리하면 이차 토양층에서의 토양수분 물질 수지 식을 유도해 낼 수 있다.

이렇게 유도되어진 식들을 토대로 n차 토양층 격자에서의 토양수분 흐름에 대한 일반화된 식을 도출해 낼 수 있다(식 (4)).

$$\begin{aligned}
&S_t^n + \sum_{z=1}^{n+1}\Bigg[(-1)^z \frac{1}{(1+l^{n+1})}\Bigg[\sum_{i=1}^{n-(z-2)}\Bigg\{\frac{1}{(1+l^i)}\sum_{j=i+1}^{n-(z-3)}\Bigg(\frac{1}{(1+l^j)}\Bigg)\cdots\sum_{s=r+1}^{n}\Bigg(\frac{1}{(1+l^s)}\Bigg)\cdots\Bigg\}\Bigg] \\
&\qquad + (1+l^{n+1})\sum_{i=1}^{n-(z-1)}\Bigg\{\frac{1}{(1+l^i)}\sum_{j=i+1}^{n-(z-2)}\Bigg(\frac{1}{(1+l^j)}\Bigg)\cdots\sum_{s=r+1}^{n}\Bigg(\frac{1}{(1+l^s)}\Bigg)\cdots\Bigg\}S_{t-z}^n\Bigg] \\
&= \sum_{z=0}^{n}\Bigg[(-1)^z \frac{1}{(1+l^{n+1})}\Bigg[\sum_{i=1}^{n-(z-1)}\Bigg\{\frac{1}{(1+l^i)}\sum_{j=i+1}^{n-(z-2)}\Bigg(\frac{1}{(1+l^j)}\cdots\sum_{s=r+1}^{n}\Bigg(\frac{1}{(1+l^s)}\Bigg)\cdots\Bigg\} \\
&\quad + \sum_{i=z+1}^{n}\Bigg\{\frac{l^i l^{i+1}\cdots l^n}{(1+l^i)(1+l^{i+1})\cdots(1+l^n)}\sum_{j=1}^{i-z}\Bigg(\frac{1}{(1+l^j)}\sum_{k=j+1}^{i-(z-1)}\Bigg(\frac{1}{(1+l^k)}\cdots\sum_{s=r+1}^{i-1}\Bigg(\frac{1}{(1+l^m)}\Bigg)\cdots\Bigg)\Bigg)\Bigg\}\Bigg]X_{t-z}(1-a-b)\Bigg]
\end{aligned}$$

(단, S_{t-z}^n항에서 z=1일 때, $(-1)^1\left(\frac{1}{1+l^{n+1}}\right)\left[1+(1+l^{n+1})\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(1+l^i)}\right]S_{t-1}^n$

X_{t-z}항에서 z=0일 때,

$$(-1)^0\frac{1}{(1+l^{n+1})}\left[1+\sum_{i=1}^{n}\frac{l^i l^{i+1} l^{i+2}\cdots l^n}{(1+l^i)(1+l^{i+1})(1+l^{i+2})\cdots(1+l^n)}\right]X_t(1-a-b) \quad) \tag{4}$$

3. 시계열 모형 이론의 적용

결정론적인 요소와 오차요소의 합이 획득되는 수문자료의 시계열을 구성한다고 가정하면, 오차항에 해당하는 임의적인 부분(random part)은 정규분포나 균일분포와 같은 특정한 분포에 의해 결

정될 것이며, 결정론적인 부분(deterministic part)은 동일한 추계학적 특성을 가지는 모형구조로 기술될 수 있다.

평균이 μ이고 분산이 σ^2인 정규분포의 정상적인 시계열 X_t를 고려하면, AR(p)인 자기 회귀 모형은 $X_t-\mu=\phi_1(X_{t-1}-\mu)+\ldots+\phi_p(X_{t-p})+e_t$이다. 식의 양변에 X_{k-p}를 곱하고 다시 σ^2으로 나누면 YULE-WALKER식의 일반형이 도출된다.

$$\rho_k=\phi_1\rho_{k-1}+\phi_2\rho_{k-2}+\ldots+\phi_p\rho_{k-p} \tag{5}$$

자료로부터 추정가능한 자기 상관 계수 $\rho_1, \rho_2, \ldots,$로 자기회귀항의 파라미터인 $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_p$를 계산해 낼 수 있다. p차의 자기 회귀모델 AR(p)은 아래와 같이 쓰일 수 있다.

$$Z_t=\phi_1Z_{t-1}+\phi_2Z_{t-2}+\ldots+\phi_pZ_{t-p}+e_t \tag{6}$$

여기서 Z_t는 독립임의 변수 $e_t, e_{t-1}, \ldots$의 무한한 가중치의 합이라고 가정 할 수 있다. 그러므로 위의 식은 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$Z_t=e_t+\psi_1e_{t-1}+\psi_2e_{t-2}+\ldots \tag{7}$$

만약 q와 ψ가 0이 아니라면, $\Psi_1=-\theta_1$, $\Psi_2=-\theta_2, \ldots\ldots$, $\Psi_q=-\theta_q$이고, k>q 범위에서 $\Psi_k=0$ 이라는 점에서 위 식은 다음과 같이 전개되어진다.

$$Z_t=e_t-\theta_1e_{t-1}-\theta_2e_{t-2}-\ldots-\theta_qe_{t-q} \tag{8}$$

이 식이 차수 q인 MA(q)의 이동 평균 기작을 나타낸다.

정상시계열은 일반적으로 AR(autoregressive)모형과 MA(moving average)모형 또는 이들의 합성모형으로써 아래와 같이 표현된다.

$$\phi(B)Z_t=\theta(B)a_t \tag{10}$$

여기서 $\phi(B)=1-\phi_1B^1-\ldots-\phi_pB^p$, $\theta(B)=1-\theta_1B^1-\ldots-\theta_qB^q$이며 $a(t)$는 평균 0, 분산 σ_a^2, 공분산 0인 백색잡음이다.

앞서 유도되어진 토양수분 물질 수지 식을 살펴보면 토양수분 전이 과정을 나타내는 식이 시계열 모델 구조와 같은 형태임을 알 수 있다. n=1인 토양층에서는 토양수분 물질 수지 식이 p=1, q=0인 ARMA(1,0), n=2인 일차 토양층에서는 p=2, q=1인 ARMA(2,1), n=3인 삼차 토양층에서는 p=3, q=2인 ARMA(3,2)모델 구조로 나타난다. n차 토양층 격자에서의 토양수분 흐름식은 평균이 μ이고 분산이 σ^2인 정규분포의 정상적인 토양수분 저류량 시계열 S_t에 대해 n+1차인 자기 회귀모델 AR(n+1)과 차수 n인 MA(n)의 이동 평균 기작의 합성모형의 구조를 가진다. X_t는 평균 0, 분산 σ_a^2, 공분산 0인 백색잡음의 형태로 나타날 것이다.

4. 결론

토양수분 전이과정의 ARMA모델을 살펴보면, 상부 기여면적이 없는 일차 토양층에서 가장 간단한 형태의 시계열 모델로 나타났으며, 일차 토양층에서 멀리 떨어진 토양층일수록 토양수분 전이 과정의 기작이 복잡해짐에 따라 모델 또한 더욱 복잡해짐을 알 수 있다. 토양수분 전이과정의 추계학적 모형구조를 도출하는데 있어서 정상상태라는 점과 대공극과 같은 토양층내의 침투구조 변화성을 무시한다는 가정을 하였지만, 실재 사면에서 토양수분 전이는 이러한 가정을 만족하지 않은 환경에서 진행된다. 그러므로 실재 관측된 토양수분의 시계열 모델을 구현하면 유도되어진 식보다 더 복잡한 변화 양상을 나타낼 것으로 예측된다. 그러나 유도되어진 식과 추계학적 시계열 분석을 통한 모델을 비교함하고, 추계학적 모형의 근거를 물리적으로 설명함으로 토양수분의 거동을 체계적으로 규명하는데 기여할 수 있다.