

# 유한요소법과 FLSD 를 이용한 관재 하이드로포밍 공정에서의 성형 한계 예측

김상우\* · 김 정\*\* · 이정환\* · 강범수\*\*\*

## Forming Limit Prediction in Tube Hydroforming Processes by using the FEM and FLSD

S. W. Kim, J. Kim, J. H. Lee and B. S. Kang

### Abstract

Among the failure modes which can be occurred in tube hydroforming such as wrinkling, bursting or buckling, the bursting by local instability under excessive tensile stresses is irrecoverable phenomenon. Thus, the accurate prediction of bursting condition plays an important role in producing the successfully hydroformed part without any defects. As the classical forming limit criteria, strain-based forming limit diagram has widely used to predict the failure in sheet metal forming. However, it is known that the FLD is extremely dependant on strain path throughout the forming process. Furthermore, the path-dependent limitation of FLD makes the application to hydroforming process, where strain path is no longer linear throughout forming process, more careful. In this work, stress-based forming limit diagram (FLSD), which is strain path-independent and more general, was applied to prediction of forming limit in tube hydroforming. Combined with the analytical FLSD determined from plastic instability theory, finite element analyses were carried out to find out the state of stresses during hydroforming operation, and then FLSD is utilized as forming limit criterion. In addition, the approach is verified with a series of bulge tests in view of bursting pressure and shows a good agreement. Consequently, it is shown that the approach proposed in this paper will provide a feasible method to satisfy the increasing practical demands for judging the forming severity in hydroforming processes.

**Key Words** : Hydroforming, FLSD, Forming limit, FEM, Bursting failure

### 1. 서 론

최근 하이드로포밍(hydroforming) 기술은 부품의 경량화, 구조적 강도의 향상, 품질정도의 향상 등의 이점으로 인해 자동차나 항공기 산업분야에서 널리 사용되고 있다. 관재 하이드로포밍 공정의 경우, 관 벽두께의 과도한 감소를 방지하기 위하여 양 끝단부에 축방향으로의 압축력(axial feeding force)과 내부 압력(internal pressure)을 동시에 작용

시키게 된다. 따라서 이와 같은 성형 중에는 좌굴(buckling), 주름(wrinkling), 터짐(bursting) 등의 성형 불량률이 유발될 수 있다. 좌굴은 성형 초기에 낮은 내압에서 축 방향으로의 소재 유입이 많은 경우에 발생하기 쉽고 주름 발생은 축 방향으로의 힘이 과도한 경우 벌짐(bulging)으로 인한 소재 두께가 감소한 부분에서 발생하기 쉽다.

좌굴과 주름 발생에 비하여 터짐 현상은 복원 이 힘든 파손이다. 그러므로 하이드로포밍 공정시

\* 한국기계연구원 공정연구부 소성응용그룹

\*\* 부산대학교 항공우주공학과

\*\*\*\* ERC/NSDM 부산대학교

터짐 예측과 관련 공정변수들의 영향에 대한 연구가 무엇보다 중요하다. 터짐 현상은 과도한 인장력 하에서 국부적인 소성불안정 현상인 네킹(necking)의 결과로 일어나므로 이를 근간으로 하는 연구가 활발히 진행 중에 있으며[1-5] 설계자와 공정기술자들에게 제품불량을 막기 위한 유용한 가이드라인을 제공해 주고 있다. 그러나 기존의 성형한계선도(FLD-forming limit diagram)를 이용한 판재 및 관재의 불량 예측방법은 FLD의 변형 경로에 매우 의존적이므로 자유 확관(free bulge)시 변형경로가 일정하지 않은 하이드로포밍 공정에서의 그 적용에 있어 한계를 드러내고 있다. 한편, 유한요소법을 이용한 해석기술의 발달에 힘입어 변형을 뿐만 아니라 변형중에 발생하는 응력도 예측이 가능하게 됨으로써 응력을 기반으로 하는 새로운 성형한계선도로서 한계응력선도(FLSD-forming limit stress diagram)의 사용이 대두되고 있으며, 더욱이 선행연구들에 의해 한계응력선도는 변형경로에 의존하지 않는다는 것이 밝혀져 있으나 [6-10] 하이드로포밍 공정에서의 그 적용 가능성이 검증되지 않은 실정이다.

따라서 본 연구에서는 소성불안정 이론으로부터 도출된 한계응력선도와 유한요소법을 이용하여 하이드로포밍 공정에서의 터짐 현상에 의한 성형 한계를 예측하였으며, 실험을 통해 이를 검증하였다.

## 2. FLSD의 해석적 모델

내압( $p$ )과 축 방향 압축력( $P$ )을 받고 있는 길이가  $l$  이고 두께( $t$ )가 반경( $r$ )에 비해 얇은 튜브의 경우 두께방향 응력성분은 매우 작으므로 평면응력상태라 가정할 수 있고 평형방정식으로부터 원주 방향( $\sigma_1$ )과 축 방향( $\sigma_2$ )의 주 응력 성분은 다음과 표현된다.

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t}, \quad \sigma_2 = \frac{P + \pi r^2 p}{2\pi r t} \quad (1)$$

소성 변형을 증분 이론과 이방성 재료에 대한 Hill의 2 차 항복함수(quadratic yield function)[11]로부터 수직 이방성 재료에 대한 유효응력과 유효 변형률을 주 응력, 주 변형률 성분과 소성이방성 계수( $R$ )로 표현하면 각각 식(2)와 식(3)과 같다.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \frac{2R}{R+1}\sigma_1\sigma_2} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} d\bar{\epsilon} &= \frac{1+R}{\sqrt{1+2R}} \sqrt{d\epsilon_1^2 + d\epsilon_2^2 + \frac{2R}{R+1}d\epsilon_1d\epsilon_2} \\ d\epsilon_1 &= \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left[ \sigma_1 - \frac{R}{1+R}\sigma_2 \right] \\ d\epsilon_2 &= \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left[ \sigma_2 - \frac{R}{1+R}\sigma_1 \right] \\ d\epsilon_3 &= -(d\epsilon_1 + d\epsilon_2) \end{aligned} \quad (3)$$

소성불안정 현상 발생조건으로 원주 방향의 수직 방향으로 국부 네킹이 발생하며 단위길이당 하중이 최대일 때 그 조건을 만족한다고 가정하면, 네킹 발생 조건식은 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} d(\sigma_1 t) &= 0 \\ d\sigma_1 &= \sigma_1(d\epsilon_1 + d\epsilon_2) \end{aligned} \quad (4)$$

식(3),(4)로부터 응력비 ( $\alpha = \sigma_2/\sigma_1$ ) 와 변형률비 ( $\beta = \epsilon_2/\epsilon_1$ ) 가 일정한 경우에 대한 주 응력성분의 미분항은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} d\sigma_1 &= \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left[ (\alpha+1) \left( 1 - \frac{\rho}{2} \right) \right] \sigma_1^2 \\ d\sigma_2 &= \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left[ \alpha(\alpha+1) \left( 1 - \frac{\rho}{2} \right) \right] \sigma_1^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{where } \rho = \frac{2R}{1+R}$$

식(2),(5)로부터 유효응력의 미분항은 식(6)로 표현된다.

$$d\bar{\sigma} = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} \left[ \frac{(1+\alpha)(2-\rho)}{2(1-\alpha\rho + \alpha^2)^{1/2}} \right] \quad (6)$$

따라서 위의 가정에 의한 관재 하이드로포밍

공정에 대한 아접선의 길이  $Z$  의 향으로 표현되는 소성불안정 조건은 식(7)과 같다.

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} \leq \frac{(1+\alpha)(2-\rho)}{2(1-\alpha\rho+\alpha^2)^{1/2}} = \frac{\Psi}{\Omega} \quad (7)$$

FLSD 를 표현하기 위해 양 주축방향으로의 한계 변형률 및 한계응력을 구할 필요가 있으며 재료가 유효응력-유효변형률 관계식  $\bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^n$  을 따른다고 가정하면 네킹 발생조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \frac{n}{\bar{\epsilon}} = \frac{\Psi}{\Omega} \quad (8)$$

공정 중에는 비례하중이 가해진다는 가정에 의해 변형률비 ( $\beta$ ) 또한 일정하게 유지되므로 유효 변형률은 원주 방향의 변형률과 변형률비로 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\epsilon} = \frac{1+R}{\sqrt{1+2R}} \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2} + \frac{2R}{R+1} \epsilon_1 \epsilon_2 = \Theta \epsilon_1 \quad (9)$$

$$\text{where } \Theta = \frac{1+R}{\sqrt{1+2R}} \sqrt{1+\beta\rho+\beta^2}$$

식(7),(9)로부터 네킹이 발생하는 한계변형률은 식(10)과 같고 이때 관의 두께( $t_c$ )와 반경( $r_c$ )은 식(11)로 각각 표현된다.

$$\epsilon_1^c = \frac{\Omega, n}{\Theta \Psi}, \quad \epsilon_2^c = \beta \epsilon_1^c \quad (10)$$

$$t^c = t_0 e^{-(\alpha\epsilon_1^c + \epsilon_2^c)}, \quad r^c = r_0 e^{\alpha\epsilon_1^c} \quad (11)$$

마찬가지로 식(1)과 소성 변형률 증분 이론으로부터 네킹 발생시 주축 방향으로의 한계 응력 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_1^c &= \frac{(1+R)^2}{1+2R} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \left[ \epsilon_1^c + \frac{R}{1+R} \epsilon_2^c \right] \\ \sigma_2^c &= \frac{(1+R)^2}{1+2R} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \left[ \epsilon_2^c + \frac{R}{1+R} \epsilon_1^c \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Figure 1 은 위의 소성불안정 이론으로부터 해석적으로 도출된 하이드로포밍 공정에서의 한계응력선도를 보여주고 있으며, 이방성 계수( $R$ )가 증가함에 따라 성형가능영역이 넓어짐을 알 수 있다.

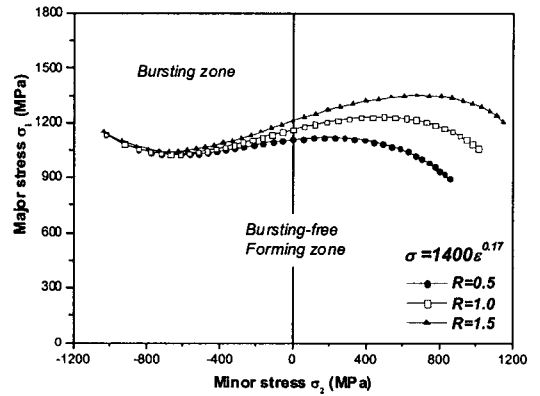
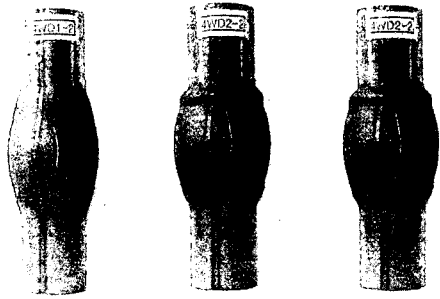


Fig. 1 Analytical forming limit stress diagram (FLSD)

### 3. 하이드로포밍 테스트

본 연구에서 해석적으로 도출된 FLSD 를 이용하여 하이드로포밍 공정에서의 성형한계예측을 위 세 가지의 서로 다른 하중조건에서의 하이드로포밍 실험이 수행되었다. 실험에 사용된 소재의 유효응력-변형률과의 관계는  $\bar{\sigma} = 1400\bar{\epsilon}^{0.17}$  (MPa)이며 등방성 재료로 가정되었다.

실험은 내부 압력을 가하는 동시에 하부 다이를 고정하고 상부 다이를 축 방향 아래쪽으로 이동 시킴으로써 압축력이 가해지도록 하였으며, 터짐 현상을 관찰하기 위해 내부 압력에 비해 상대적으로 낮은 축 방향 하중을 작용하도록 하였다. 실험결과, Fig. 2 에서와 같이 튜브의 중간 부분에서 터짐 현상이 발생하였으며 이때 측정된 내부 압력 및 축 방향 변위를 Table 2 에 정리하였다.



(a) Case A (b) Case B (c) Case C

Fig. 2 Experimental bursting failure obtained from bulge tests under different loading paths

Table 2 Measured bursting pressure values and axial feeding displacements

Case	Bursting pressure values [MPa]	Axial feeding displacements [mm]
A	58.0	13.0
B	56.0	19.0
C	53.0	21.0

#### 4. 유한요소해석 및 터짐 예측

앞선 실험으로부터 도출된 터짐 현상을 예측하기 위한 방법으로 해석적 FLSD와 유한요소해석이 수행되었다. 해석은 유한요소 상용 코드인 LS-DYNA 3D를 사용하였으며 실제 공정과 동일한 조건에서의 해석이 수행되었다. 전 공정동안 네킹현상의 발생여부를 판단하기 위하여 Nguyen[12]이 FLD를 이용한 판재의 파단예측에 적용하였던 다음과 같은 방법을 이용하였다.

$$f(\sigma_{major}, \sigma_{minor}, FLSC) = \frac{\sigma_{major}(\sigma_{minor})}{\sigma_{major}^{FLSC}(\sigma_{minor})} \quad (10)$$

여기서,  $\sigma_{major}(\sigma_{minor})$ 와  $\sigma_{major}^{FLSC}(\sigma_{minor})$ 는 각각 주어진 축방향 응력에 있어서의 유한요소 해석으로부터 계산된 원주방향 응력과 FLSC 상의 원주방향 응력을 나타내며, 따라서  $f=1$ 을 만족하면 터짐 현상이 예측된다.

유한요소해석에 있어서 모든 요소에 대해서 매 시간간분마다  $f$  값이 계산 되어졌으며, Fig. 3에는 축 방향의  $f$  값 분포로부터 터짐이 예측되었던 관재의 중간부분 요소에서의  $f$  값의 시간에 따른 변화를 보여주고 있다. 그 결과로부터 알 수 있듯이 세 가지 경우 모두 각각 터짐 발생 압력을 비교적 실험과 유사하게 예측하는 경향을 보였다.

Figure 4는 실험에서의 터짐 압력에 있어서의  $f$  값의 분포를 보여주고 있는데 세 가지 경우 모두 1.08 (case A), 1.07 (case B), 1.10 (case C)로 1.0 과 근사한 값에서 비교적 잘 예측하는 경향을 보였다.

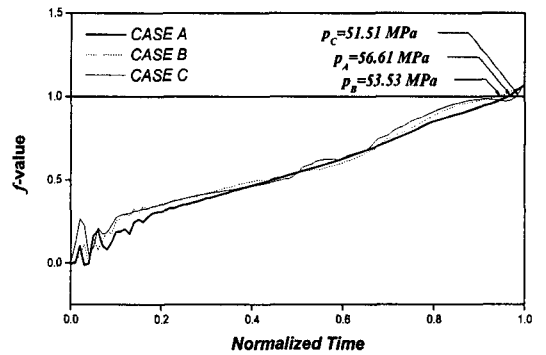


Fig. 3 Time histories of  $f$ -value for each load case

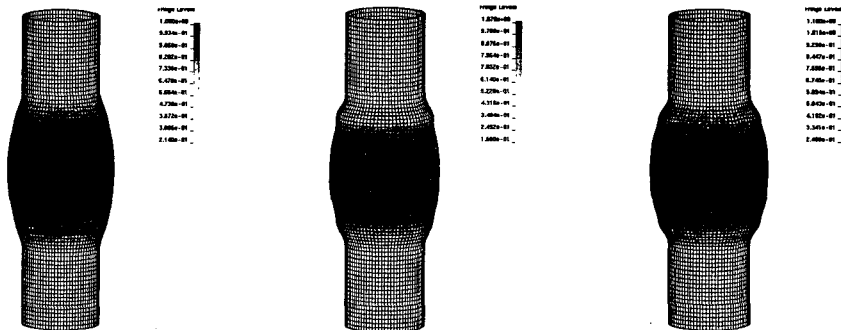
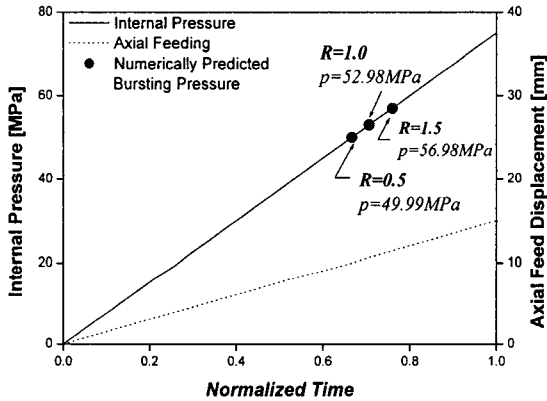


Fig. 4 Distributions of  $f$ -value at experimental bursting pressure value

## 5. 소성 이방성의 영향

소성 이방성이 하이드로포밍 공정에서의 터짐 압력에 미치는 영향을 조사하기 위하여 세 가지의 서로 다른 이방성 계수( $R=0.5, 1.0, 1.5$ )에 대한 유한요소 해석을 수행하였다. 관재의 이방성을 고려하기 위하여 FLSD 해석모델에 사용되었던 Hill 의 2 차형 항복함수가 유한요소해석을 위한 구성방정식에 고려되었으며, Fig. 1 에서 보여지는 각각의 이방성 계수에 따른 FLSD 가 사용되었다. 그 결과 Fig. 5 에서 보여지는 것과 같이 이방성 계수  $R$  값이 증가함에 따라서 터짐 압력은 감소하는 경향을 보였다.



## 6. 결론

본 연구에서는 관재 하이드로포밍 공정에서의 성형 한계 예측을 위한 해석적 모델로서 네킹 발생 조건을 이용한 성형 한계 응력 선도를 제시하였다. 또한 세 가지 서로 다른 하중경로에 대한 유한요소해석과 FLSD 를 이용하여 터짐 압력을 예측하였으며 실험적 검증을 통해 이의 적용가능성을 검토함과 동시에 이방성 계수가 큰 재료일수록 터짐 발생을 지연시키는 효과가 있음을 알 수 있었다.

## 참고 문헌

- (1) Yamada Y, Aoki I, 1966, "On the tensile plastic instability in axi-symmetric deformation of sheet metals" J. JSTP., Vol.67, pp.393-406 (Japanese).
- (2) Xing HL, Makinouchi A, 2001, "Numerical analysis and design for tubular hydroforming". Int. J. Mech Sci., Vol.43, pp.1009-26.
- (3) Tirosh J, Neuberger A, Shirizly A, 1996, "On tube expansion by internal fluid pressure with additional compressive stress". Int. J. Mech Sci., Vol.38, pp.839-51.
- (4) Xia ZC, 2001, "Failure analysis of tubular hydroforming", J. Eng Mater Technol., Vol. 123, pp.423-9.
- (5) Nefussi G, Combescure, 2002, "A Coupled buckling and plastic instability for tube hydroforming", Int. J. Mech Sci., Vol.44, pp.899-914.
- (6) Kleemola HJ, Pelkkikangas MT, 1977, "Effect of predeformation and strain path on the forming limits of steel, copper and brass, Sheet Metal Industries, Vol. 63, pp.591-599.
- (7) Arrieux R, Bedrin C, Bovin M, 1982, "Determination of an intrinsic forming limit stress diagram for isotropic metal sheets, Proceedings of the 12<sup>th</sup> Biennial Congress of the IDDRG, pp.61-71.
- (8) Stoughton TB, 1999, "A general forming limit criterion for sheet metal forming", Int. J. Mech. Sci., Vol. 42, pp. 1-27.
- (9) Stoughton TB, Zhu X, "Review of theoretical models of the strain-based FLD and their relevance to the stress-based FLD", Int. J. Plast., Vol. 20, pp. 1463-1486.
- (10) Zimniak Z, 2000, "Implementation of the forming limit stress diagram in FEM simulations", J. Mater. Process. Technol., Vol. 106, pp.261-266.
- (11) Hill R, 1983, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford University Press, New York.
- (12) Nguyen BN, Johnson KI, Khaleel MA, 2003 "Analysis of tube hydroforming using an inverse approach with FLD-based adjustment of process parameters", J. Eng. Mater. Technol., Vol. 125, pp. 133-140.