

민감도 해석을 이용한 3 차원 단조공정의 최적설계에 대한 연구

이석렬¹, 양동열[#]

A Study on The Optimization of Three-Dimensional Forging Processes Using The Sensitivity Method

S. R. Lee, D. Y. Yang

Abstract

A shape optimization is applied to achieve a design objective in three-dimensional forging processes. In multi-stage forging processes, among the important design aspects, the die shape for preforming is regarded as the design variable since it influences the forged part relatively higher than the others. The rigid-plastic finite element method and the sensitivity method are employed and formulated to solve a formulated optimization problem. An approximation scheme is also used for the direction search during the optimization. The upset forging of a square box is selected as a test example in order to demonstrate and verify the optimization process of this study. After the optimization, the optimized shape of the die yields a final product of desire shape.

Key Words : Shape Optimization, Forging, Sensitivity Method, Rigid-Plastic FEM

1. 서 론

단조공정에서 최적화는 주로 최종 제품의 품질이나 금형의 수명 등을 향상시키기 위해 금형의 형상이나 소재의 예비형상의 설계에 이용되어 왔다. 연구 초기에는 몇 가지 유한요소해석 결과를 이용하여 서로 비교하는 방법으로 설계를 개선하였으나, 최근에는 목적함수와 설계변수의 수식화하여 최적화하는 수치적인 방법을 사용하고 있다. 최적화의 목적을 원통형상의 초기소재가 성형 후에서도 베럴링(barreling)이 일어나지 않도록[1-3], 최종 성형 후 유효변형을 분포가 일정하도록[4], 금형에 완전 충전되도록[5,6] 설정하여 각 경우에 맞는 목적함수를 결정하는 연구들이 있었다. 이외의 다양한 경우[7-9]에도 각 경우에 적합한 목적함수를 정의하여 하여 최적화를 수행하였다.

최적화 중 사용되는 상태변수들의 민감도 값은 주로 직접미분법(Direct Differentiation Method)을 이용해 구하는데, 소재가 예비성형을 거치는 2 단계, 3 단계로 이루어지는 경우에는 수식화시 신중을 요하게 된다. 각 공정을 거치는 동안 격자 재구성이나 금형과의 접촉처리시 과정이 복잡하게 일어나기 때문에 민감도값에 오차가 많이 유발되기 때문이다.

금형 형상을 설계변수로 하는 경우에는 설계변수 수를 줄이기 위해 주로 금형 형상을 베지어 곡선이나 B-스플라인 곡선을 이용해 나타낸 후, 곡선의 조절점을 이용해 설계변수로 정의한다. 하지만 이러한 경우에도 설계변수 수에 따른 계산시간의 증가 때문에 기존 연구들이 대부분 2 차원 축대칭 문제나 간단한 3 차원 문제에 국한되었다.

1. KAIST, 기계공학과

교신저자: KAIST, 기계공학과, dyyang@kaist.ac.kr

따라서 3 차원 단조 공정에 최적화 기법을 이용하기 위해서는 설계변수 수의 증가에 둔감한, 수렴성이 빠른 최적화 방법이 요구된다. 본 연구에서는 3 차원 단조공정에서 원하는 설계목적을 만족하는 단조 예비금형을 설계하였다. 수치최적화 중 필요한 민감도를 구하는 과정을 3 차원 단조공정의 경우에서 수식화하였고, 근사최적화 방법[10]을 이용하였다. 그리고 최적화 결과에 대해 설명하였다.

2. 3 차원 단조공정의 민감도 해석

2.1 강소성 유한요소해석

단조공정의 해석은 3 차원 강점소성 유한요소법을 이용하였다. 이때의 변분방정식은 다음과 같이 주어진다[11].

$$\int \bar{\sigma} \delta \bar{\epsilon} dV + K \int \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV - \int f_i \delta v_i dS = 0 \quad (1)$$

여기서 $\bar{\sigma}$, $\dot{\epsilon}$, $\dot{\epsilon}_v$, f_i 는 각각 유효응력, 유효변형률속도, 체적변형률속도, 외력항을 나타낸다.

2.2 민감도 해석을 위한 수식화

설계변수에 대한 상태변수(state variable)의 민감도 값을 얻기 위해 직접미분법(direct differentiation method)을 이용하였다. 식(1)을 설계변수 η 에 대해 미분한 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \int \bar{\sigma} \delta \bar{\epsilon} dV + K \frac{\partial}{\partial \eta} \int \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV - \frac{\partial}{\partial \eta} \int f_i \delta v_i dS = 0 \quad (2)$$

식(1)을 유한개의 요소로 이산화하면 비선형 방정식이 되고, 이 식을 풀면 절점에서의 속도, v_i , 를 구할 수 있다. 식(2)를 풀면 설계변수에 대한 절점속도의 미분치를 구할 수 있게 되는데, 식(2)에 필요한 기타 상태변수들의 설계변수에 대한 미분치들은 식(3)~식(5)으로부터 구하게 된다.

$$\frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \eta} = \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}(v_i)}{\partial \eta} = \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial \eta} \quad (3)$$

$$\bar{\epsilon}^{t+\Delta t} = \bar{\epsilon}^t + \dot{\bar{\epsilon}}^t \Delta t \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \eta} = \frac{\partial \bar{\sigma}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}})}{\partial \eta} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\epsilon}} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\bar{\epsilon}}} \frac{\partial \dot{\bar{\epsilon}}}{\partial \eta} \quad (5)$$

2.3 접촉 처리

Fig. 1과 같이 시간 t 에서의 소재의 절점이 시간 증분량 Δt 후 금형의 내부로 이동하는 경우에는 식(6)과 같이 절점 위치를 경신하였다.

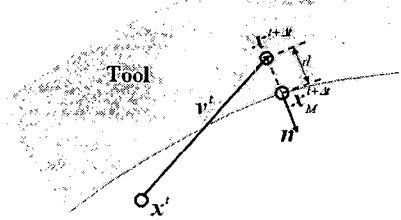


Fig. 1 Scheme of velocity modification to find a point on a die

$$x_M^{t+\Delta t} = x' + v' \Delta t + d n \quad (6)$$

여기서 x' 는 시간 t 에서의 절점좌표, $x_M^{t+\Delta t}$ 는 시간 $t + \Delta t$ 에서 수정된 절점 좌표를 의미한다. 설계변수에 대한 절점위치의 민감도 값은 식(6)을 미분한 식(7)로부터 구할 수 있다.

$$\frac{\partial x_M^{t+\Delta t}}{\partial \eta} = \frac{\partial x'}{\partial \eta} + \frac{\partial v'}{\partial \eta} \Delta t + v' \frac{\partial (\Delta t)}{\partial \eta} + \frac{\partial d}{\partial \eta} n + d \frac{\partial n}{\partial \eta} \quad (7)$$

3. 사각블럭(Square Block)의 업셋단조

3.1 문제정의

3차원 단조공정의 예비금형 형상설계의 예제로 Fig. 2와 같은 사각블럭의 업셋 단조를 선택하였다. 블럭의 너비(w)와 높이(h)는 20 mm 로 두었다. 최적화의 목적은 단조공정 중 예비성형 과정을 두어 평판 금형으로 10 mm 업셋팅 한 후에도 베럴링이 없는 직육면체의 블럭을 얻도록 예비금형의 형상을 설계하는 것이다. 예비성형을 거치지 않고 성형한 경우는 Fig.2(b)와 같다. 가운데 부분에서 베럴링이 일어나고, 모서리쪽에서의 유동이 적다는 것을 알 수 있다.

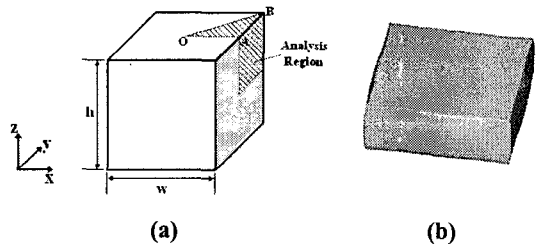


Fig. 2 (a) Initial shape of workpiece (b) forged part after a flat-die upsetting

목적함수(ϕ)는 베릴링이 없는 직육면체를 목적형상으로 하여 그 차이를 식(8)로 표현하였고, 이 목적함수를 최소화함으로써 예비금형의 형상을 얻을 수 있다.

$$\phi = \sum_{i=1}^N w_i \|x_i - \bar{X}_i\|^2 \quad (8)$$

x_i 는 단조 후 소재 외곽 절점의 위치이며, \bar{X}_i 는 그 절점에 해당되는 목적위치이다.

3.2 설계변수 정의

금형의 형상을 식(9)와 같은 B-스플라인 곡면으로 표현한 후, 조절점을 설계변수를 정의하는데 이용하였다. p_{ij} 는 스플라인 곡면의 형상을 변화시키는 조절점으로 본 연구에서는 Fig. 3과 같이 15개가 사용되었다. 설계변수(η_i)는 이 조절점을 이용하여 정의되었고, 총 수를 10개로 설정하였다.

$$z(u, v) = \sum_{i=0}^n N_i(u)N_i(v)p_{ij} \quad (9)$$

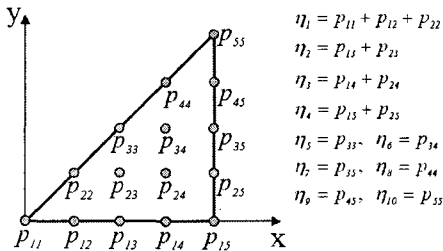


Fig. 3 Definition of the design variable

3.3 민감도값

2장에서 기술한 민감도해석을 통하여 3번째 설계변수(η_3)에 대한 상태변수의 미분치를 구하였다. 3번째 설계변수에 의한 상부 예비금형의 변형 경향은 Fig. 4와 같다.

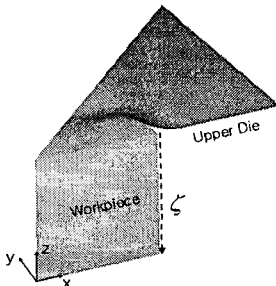


Fig. 4 Modification of die shape by the third design variable

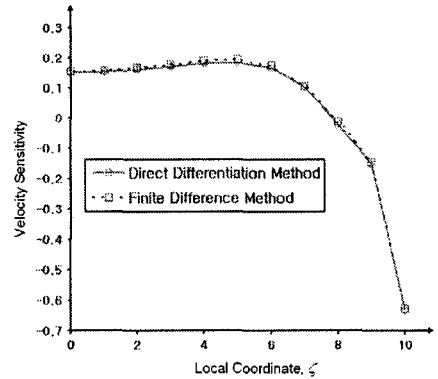


Fig. 5 Comparison of the results of DDM and FDM with respect to the third design variable(η_3)

민감도 해석을 통해 얻은 결과는 계산의 정확성 검증에 위해 유한차분법(Finite Differential Method)의 결과와 Fig. 5에서 비교하였다. Fig. 4에서 정의된 특성선을 따라서 속도장의 민감도값을 비교한 결과, 직접미분법을 이용한 민감도값이 정확하게 구해졌음을 알 수 있다.

3.4 최적화 결과

최적화 결과 얻어진 예비금형의 형상은 Fig.6과 같다. Fig. 2에서 최적화 전의 성형된 형상을 살펴보면 A - B 부분에 상대적으로 재료가 충분히 유동되지 않았음을 알 수 있다. 결국 최적화된 예비금형을 사용한 예비성형에서는 일단 재료를 이 부분으로 충분히 모아두어, 최종성형을 거칠 때 목적형상을 이루도록 해야한다.

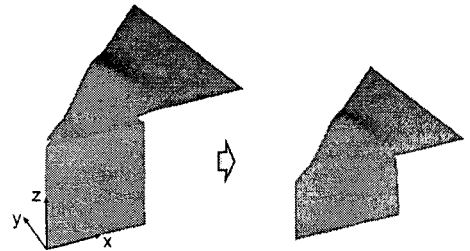


Fig. 6 Optimized Shape of the die and deformed workpiece shape after preforming

Fig. 7은 최적화 전과 후에 성형된 소재 내부의 유효변형을 분포를 나타낸 것이다. 최적화 후의 유효변형율이 최적화 전보다 균일하게 분포되었음을 알 수 있다. Fig. 8(a)는 Fig. 8(b)에서 정의한 특성선 위의 절점들의 x와 z의 좌표를 그래프로

나타내었다. 최적화의 목적대로 소재 베럴링이 효과적으로 제거되었음을 알 수 있다.

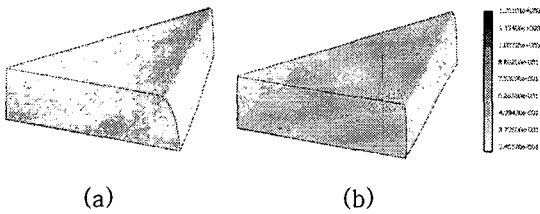


Fig. 7 Comparison of the effective strain distribution of workpiece (a) before and (b) after the optimization

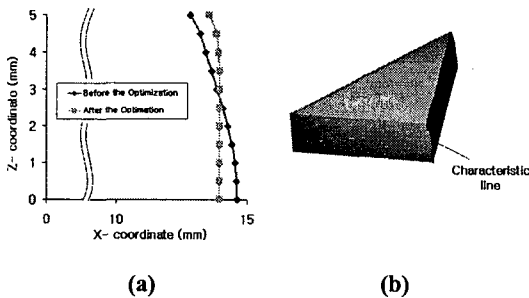


Fig. 8 (a) Comparison of outer profiles (b) Defined characteristic line

4. 결론

3차원 단조공정에서 예비금형의 형상 최적설계를 하였다.

(1) 3차원 단조공정에서 설계변수에 대한 상태변수를 구하기 위한 민감도해석을 위해 수식을 정리하였다. 해석의 결과는 최적화 문제의 목적함수를 수렴시키는 방향을 찾기 위해 이용되었다.

(2) 사각블럭의 업셋팅 공정에서 베럴링이 없는 최종형상을 얻기 위해 예비성형과정의 금형 형상을 최적화하였다. 최적화된 금형을 사용한 공정에서는 베럴링이 거의 없는 최종 성형품을 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] G. Zhao, E. Wright and V. Grandhi, 1997, Preform die shape design in metal forming using an optimization method, *Int. J. Numer. Meth. Engng*,

Vol. 40, pp. 1213-1230.
 [2] C. F. Castro, C. A. C. António and L. C. Sousa, 2004, Optimization of shape and process parameters in metal forging using genetic algorithms, *J. Mater. Proc. Technol.* Vol. 146, pp. 356-364.
 [3] H. Shim, 2003, Optimal preform design for the free forging of 3D shapes by the sensitivity method," *J. Mater. Proc. Technol.*, Vol. 134, pp. 99-107.
 [4] N. Zabararas, S. Ganapathysubramanian and Q. Li, 2003, A continuum sensitivity method for the design of multi-stage metal forming processes, *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 45, pp. 325-358.
 [5] C. F. Castro, L. C. Sousa, C. A. C. António and J. M. A. César de Sá, 2001, An efficient algorithm to estimate optimal preform die shape parameters in forging," *Engineering Computations*, Vol. 18, No. 8, pp. 1057-1077.
 [6] L. Fourment, D. Vieilledent, S. H. Chung, J. L. Chenot and P. J. Spence, 2001, Direct differentiation and adjoint state methods for shape optimization of non-steady forming processes, *Simulation of Material Processing: Theory, Methods and Applications*, Mori(ed.) Lisse, pp. 133-138.
 [7] D. Vieilledent and L. Fourment, 2001, Shape Optimization of axisymmetric perform tools in forging using a direct differentiation method, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 52, pp. 1301-1321.
 [8] X. Zhao, G. Zhao, C. Wang and T. Wang, 2002, Preform die shape design for uniformity of deformation in forging based on preform sensitivity analysis, *J. Mater. Proc. Technol.* Vol. 128, No. 25-32.
 [9] S. H. Chung and S. M. Hwang, 1998, Optimal process design in non-isothermal non-steady metal forming by the finite element method," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 42, pp. 1343-1390.
 [10] S. R. Lee and D. Y. Yang, 2004, Shape optimization of flow guide in three-dimensional profile of H section extrusion, *Proceedings of 8th international Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, pp. 2085-2090, Springer, NJ.
 [11] J. H. Yoon and D. Y. Yang, 1990, A Three-dimensional rigid-plastic finite element analysis of bevel gear forging by using a remeshing technique, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 32, No. 4, pp. 277-291.