

# 단면의 모멘트를 이용한 고강도 콘크리트 보의 전단강도 예측식의 제안

## Proposition of a Predicting Equation for Shear Capacity of HSC Beam

최 정 선\* 이 창 훈\*\* 이 주 하\*\*\* 윤 영 수\*\*\*\*  
Choi, Jeong Seon Lee, Chang Hoon Lee, Joo Ha Yoon, Young Soo

### ABSTRACT

In the mechanism of beam shear failure, beam action and arch action always exist simultaneously. According to  $a/d$  ratio, the proportion and contribution between these two actions to shear capacity are merely changed. Moreover, the current codes recommendations are founded on the experimental results with normal strength concrete, the applicable range of  $f'_c$  must be extended. Based on this mechanism and new requirement, an analytical equation is proposed for shear capacity prediction of reinforced concrete beams without stirrups. To reflect contribution change of two actions, stress variation in longitudinal reinforcement along the span is considered with Jenq and Shah Model. Dowel action and shear friction are also taken into account. Size effect is included to derive more precise equation. It is shown that the proposed equation is more accurate than other empirical equations and codes. So, it can be possible that wide range of  $a/d$  ratio is considered by one equation.

### 1. 서 론

기존의 제안식들은 경험적으로 제안된 것들이 대부분으로, 적용하는 데 있어서 부재의 재료와 형상에 많은 제약을 받았다. 동시에  $a/d$  ratio에 따른 보의 전단 지배 메커니즘의 변화를 고려하기 위해  $a/d=2.5$ 를 기준으로 예측을 나누어 제안하고 있으나, 보 작용과 아치 작용은 그 존재 비율만 변화할 뿐 언제나 공존하고 있으므로 단순히  $a/d=2.5$ 를 기준으로 이를 구분하여 강도를 예측한다는 것은 구조물의 실제 거동에 반하는 불합리한 방법이라 할 수 있다. 또한 고강도 콘크리트의 경우, 기존의 식들로는 강도 예측에 대한 일정한 안전율을 보장할 수 없는 실정이므로 이론에 바탕을 두고 기존의 한계를 합리적으로 보완할 수 있는 새로운 전단 강도 예측식이 필요하다.

### 2. 전단 예측식의 기본 형태 제안

외부 하중이 부재에 작용 시, 콘크리트에 작용하는 압축 응력은 지점부로 갈수록 분포가 균일해지면서 그 면적이 넓어져 압축력의 관점에서 본다면 큰 차이가 일어나지 않는 반면에, 철근에 작용하는 인장력의 경우 지점부로 갈수록 감소하는 경향을 보인다. 이러한 현상은 철근과 콘크리트 사이에 존재하는 부착 응력이 지점부로 갈수록 철근의 인장력을 인장부의 콘크리트로 전달시켜 분배하기 때문으로(Fig. 1), 이를 바탕으로 전단력을 표현하면 결과 식(1)과 같다. 여기서  $T_a$ 는 철근 이외의 인장부에서 저항하는 인장력을 표현한 것이며,  $M_a$ 는  $T_a$ 에 의해 유발되는 모멘트이다. 본 연구에서는  $M_a$ 에 의한 전단력을 직접적으로 유도하기 보다는  $V_a$ 로 표현하고 secondary shear force로 정의하였다. 식(1)의  $z(x)$ ,  $T_{steel}(x)$ ,  $V_a$ 가 밝혀진다면 합리적인 전단 강도 예측이 가능할 것이다.

$$V_{total} = \frac{dM_{total}}{dx} = \frac{d}{dx}(M_{steel} + M_a) = \frac{d}{dx}(T_{steel}(x)z(x) + T_a(x)z'(x)) = \frac{d}{dx}(T_{steel}(x)z(x)) + V_a \quad (1)$$

우선 축방향에 따른 철근의 인장력 변화,  $T_{steel}(x)$ 를 규명하기 위해 파괴역학을 기초로 제안된 Jenq and Shah의 전단 강도 예측 모델 중 midspan에서 발생하는 철근의 최대 인장력과 그 인장력이 축방향에 따라 변화하는 부분을 도입하였다.

\*정회원, 청석엔지니어링 특수사업부 사원

\*\*정회원, 방재과학연구소 연구원

\*\*\*정회원, 고려대학교 사회환경시스템공학과 박사 과정

\*\*\*\*정회원, 고려대학교 사회환경시스템공학과 교수

$$T_{steel, max} = 2.509 S f_s \left( \frac{\rho}{h} \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$T_{steel}(x) = T_{steel, max} \left( \frac{2x}{S} \right)^N \leq f_s A_s \quad (3)$$

여기서  $S=2a$ ,  $N$ 은 부차 응력에 따라 철근 내부의 인장력의 분포를 결정짓는 지수로서, Jenq and Shah는 2.5를 권장하였다. 그러나 이 모델은 폭 넓은  $a/d$  ratio에 적용하기에는 부족하며, 실제의 철근의 인장력 분포와는 다소 차이를 보이는 것으로 나타났다. 또한  $N$ 은  $a/d$  ratio에 따라 그 값이 변화하기 때문에 상수로 간주하기 어렵다.

D. J. Kim and Woo Kim은  $a/d$  ratio에 따라 보 작용과 아치 작용의 비율이 변화하며 부재의 최대 모멘트 성능에 근접할수록 각 단면의 비율이 일정한 값으로 수렴하는 것을 밝혀내고, 그 비율을 산정하여  $a/d$  ratio에 따른 모멘트 팔길이를 다음과 같이 산출해내었다. 이 식은 전단 보강이 되지 않은 단순 지지보를 위한 것이다.

$$z(x) = \left( \frac{x}{a} \right)^r z_0, \quad r = k \left( \frac{d}{a} \right)^s (\rho)' \leq 1 \quad k=1.0, s=0.6, t=-0.1 \quad (4), (5)$$

$V_6$ 는 이론적인 유도나 실험을 통해 정량적으로 규명하기가 어려운 부분으로, 여기에 모멘트에 의한 전단력에 의한 전단력으로 구분하기에는 다소 모호한 장부 작용, 전단 마찰을 포함시켜 제안식에 반영하였다. 장부 작용과 관련되어 수행된 기존의 연구 중, Helen Dulácska에 의해 제안된 식은 75 MPa 정도의 고강도 콘크리트에서도 비교적 예측이 정확한 것으로 판명되었다. 또한 Joost C. Walraven and J. Stroband는 이러한 고강도 콘크리트에서의 전단 마찰이 일반 강도 콘크리트와 비교하여 55~75 % 정도 감소하는 것을 밝혀내고, Mau, S. T and Hsu, T. T에 의해 제안된 식의 상수를 낮추어 사용할 것을 권장하였다. 두 수식을 살펴본 결과 수식을 구성하는 변수들이 서로 같아, 두 작용을 포괄적으로 반영할 수 있는 일반적인 표현을 다음과 같이 도출하였다.

$$V_6 = c_2(\rho)^{c_3} (f_s)^{c_4} (f_c)^{c_5} b d \quad (6)$$

규명된 세 가지 인자, 축방향에 따른 철근의 인장력 변화  $T_{steel}(x)$ 와 모멘트 팔길이의 변화  $z(x)$ , secondary shear force  $V_6$ 를 제안된 기본 모델(식(1))에 각각 대입하여 정리하면 다음과 같다. 단  $h \approx d$ 를 가정하였다.

$$V_{total} = \frac{d}{dx} \left\{ c_6 a f_s \sqrt{\frac{\rho}{d}} \left( \frac{x}{a} \right)^{N+r} z_0 \right\} + c_2(\rho)^{c_3} (f_s)^{c_4} (f_c)^{c_5} b d \quad (7)$$

### 3. 제안식의 구체화

제안된 식의 기본 형태만으로는 현실적인 전단 강도 예측이 어렵다.  $f_s$ ,  $z_0$  지수  $N$ 을 전단 강도 예측에 필요한 기초적인 변수들의 함수들로 표현하여, 식을 보다 명료화하는 작업이 필요하다.

MC90은 다음과 같은 콘크리트 인장강도 예측식을 제안하고 있다. 이 식은 다른 예측식들에 비해 고강도 콘크리트(100 MPa)까지도 그 정확도가 입증되어, 폭 넓은 강도 범위에서 신뢰성 있게 적용할 수 있다.

$$f_t = 0.30 (f_c)^{0.67} \approx 0.30 (f_c)^{0.67} \quad (8)$$

철근의 인장력 변화에 영향을 미치는 지수  $N$ 은  $a/d$  ratio에 따라 값이 변화한다. 또한 권장된  $N=2.5$ 라는 수치는 실제 철근의 인장력 분포를 반영하기에는 다소 부족하기 때문에, 정확한 전단 강도의 예측을 위해서는  $N$ 을  $a/d$  ratio의 함수로 표현하는 것이 보다 합당할 것이다. 따라서 K. O. So and B. L. Karihaloo의 연구 결과를 바탕으로 간단한 수치해석을 실시하여  $N$ 을 다음과 같은 함수로 나타내었다(Fig. 2, 식(9)).

$$N = 0.7936 \frac{a}{d} - 0.1651 \approx 0.80 \frac{a}{d}, \quad z_0 = (1 - \sqrt{\rho}) d \quad (9), (10)$$

폭 넓은  $a/d$  ratio를 고려하기 위해 이에 따른 파괴 양상의 변화를 예측식에 반영하려면, 탄성 이론 혹은 소성 이론 한 가지 만으로는 충분한 설명이 어렵다. Woo Kim and Richard N. White는 이러한 사실에 근거하여 식(10)과 같은 모멘트 팔길이의 예측식을 제안하였는데, 이 식은 순수 모멘트 구간의 팔길이를 예측하기 위한 것으로 탄성 이론과 소성 이론의 절충적인 값을 얻을 수 있다.

구체적으로 밝혀진 부분들을 식(7)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다. 그러나 식의 형태가 매우 복잡하므로, 보다 효율적으로 설계에 반영하기 위해서는 형태를 간략화 하는 과정이 필수적이라고 판단된다.

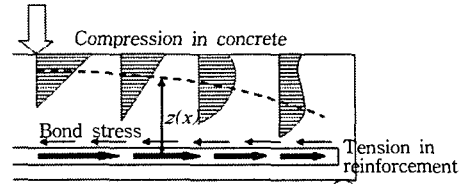


Fig. 1 Stress distribution in simply supported beam without stirrup

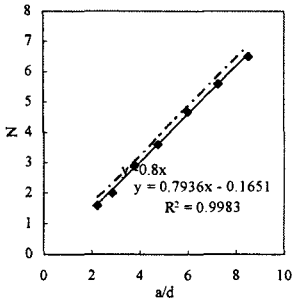


Fig. 2 Relationship between  $N$  and  $a/d$  ratio and comparison of two equations

$$V_{total} = \frac{d}{dx} [c_7 \alpha f_c]^{0.67} \left(\frac{x}{a}\right)^{N+r} (1-\sqrt{\rho}) \times \sqrt{\rho} d + c_2(\rho) c_3(f_c) c_4(f_y) c_5 b d \quad (11)$$

#### 4. 제안식의 간략화

$N+r$ 은 제안식의 미분 시 수식의 형태 변화에 직접적인 영향을 미치는 부분이므로, 이 값이 간단해질수록 전체적인 수식의 형태도 간략화 된다. 간략화 가능 여부를 판단하기 위해  $1 \leq a/d \leq 6$ ,  $0.005 \leq \rho \leq 0.05$ 의 범위 내에서  $N+r$  값의 변화를 도식화 하였다(Fig. 3). 그 결과,  $\rho$ 가 증가함에 따라  $N+r$  값이 감소하기는 하였으나,  $a/d$  ratio에 의한 변화에 비해서는 매우 미미한 것으로 판명되었다. 분석된 결과를 바탕으로  $\rho$ 를 배제하고  $a/d$  ratio만을 변수로 삼아  $N+r$ 을 선형 함수로 다음과 같이 표현하였다. Fig. 4의 해석 결과를 통해  $a/d$  ratio만으로도 양상의 변화 없이  $N+r$ 에 대한 충분한 설명이 가능함을 알 수 있다.

$$N+r = 0.80 \frac{a}{d} + \left(\frac{d}{a}\right)^{0.6} (\rho)^{-0.1} \approx 0.6845 \frac{a}{d} + 1.1361 \quad (12)$$

$0.005 \leq \rho \leq 0.05$ 의 범위 내에서  $\rho$  함수를 해석한 결과, 보다 간단한 형태를 통해서도 원래의 값과 비교하여 거의 차이가 없는 정확한 예측이 가능함이 판명되었다.

$$\sqrt{\rho}(1-\sqrt{\rho}) \approx 0.6155 \rho^{0.4175} \quad (13)$$

부재의 전단 저항 성능 중 약 20% 미만을 차지하며 콘크리트의 인장 강도와 직접적인 관련이 있는 장부 작용은, 압축 강도의 증가에 비해 인장 강도의 증가가 미미한 콘크리트의 특성 상 압축 강도가 높아질수록 그 비율이 더욱 낮아질 것으로 판단된다. 또한 앞서 언급한 바와 같이, 전단 마찰 역시 고강도로 갈수록 그 비율이 현저히 낮아짐이 확인되었다. 이처럼 secondary shear force는 제안식에서 차지하는 비중이 낮으므로 구체화된 식(11)을 앞서 제시된 간략화 과정에 따라 수정한 후, 단면의 모멘트로부터 유도된 식의 전반부에 보다 초점을 맞추어 다음과 같이 유도하였다.

$$V_{total} = c_9(f_c) c_{10}(\rho) c_{11} \sqrt{dx} \left\{ a c_{12} \frac{a}{d} + c_{13} \right\} \left(\frac{x}{a}\right)^{c_{12} \frac{a}{d} + c_{13} - 1} + c_{14}(f_y) c_{15} b \sqrt{d} \quad (14)$$

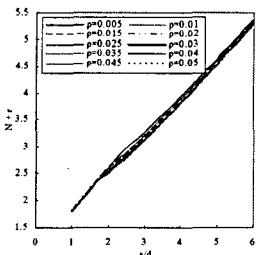


Fig. 3 Variation of  $N+r$  with  $a/d$  ratio and  $\rho$

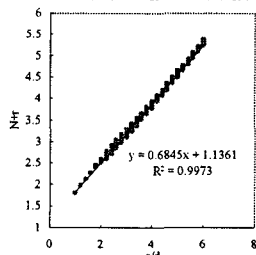


Fig. 4 Simplification of  $N+r$

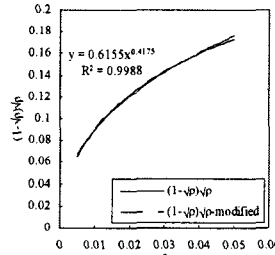


Fig. 5 Simplification of  $\rho$

#### 5. Size effect 고려

전단 응력은 부재의 단면 크기에 반비례하는 경향을 보여 힘에 비해 정확한 예측이 어려우며, 콘크리트의 강도가 높아질수록 파괴는 더욱 취성적으로 일어나므로 전단 파괴에 대한 안전을 확보가 보다 절실히 요구된다. 본 연구에서는 아래에 제시된 Bažant and Kazemi에 의해 제안된 크기 효과의 기본 식을 바탕으로 이를 제안 모델에 도입하였다. 여기서  $D/D_0$ 는 brittleness number,  $D_0$ ,  $B$ 는 경험적 상수,  $D$ 는 부재의 유효 깊이를 의미한다.

$$\sigma_{N_c} = \frac{Bv}{\sqrt{1+D/D_0}} \quad (15)$$

이를 식(14)에 대입하여  $x=d$  단면을 기준으로 응력의 형태로 정리한 결과, 도출된 최종식은 다음과 같다.

$$v_{total} = \frac{c_{16}(f_c) c_{17}(\rho) c_{18}}{b \sqrt{d(1+c_{17}d)}} \times \left\{ a \left( c_{12} \frac{a}{d} + c_{13} \right) \left(\frac{d}{a}\right)^{c_{12} \frac{a}{d} + c_{13} - 1} + c_{14}(f_y) c_{15} b \sqrt{d} \right\} \quad (16)$$

#### 5. 제안식의 해석 및 검증

이처럼 도출된 제안식을 SPSS ver 11.5를 이용하여 기존의 연구 결과로부터 수집된 200개의 데이터를 바탕으로

로 상수 도출을 위한 해석을 실시하였다. 해석에 사용된 변수의 범위는  $1 \leq a/d \leq 8$ ,  $140 \leq d \leq 1,100$ (mm),  $20 \leq f_c \leq 130$ (MPa),  $330 \leq f_y \leq 850$ (MPa),  $0.5 \leq \rho \leq 7.0$ (%)이다. 해석 결과는 다음과 같다.

$$v_{Total} = \frac{9.0(f_y)^{0.28}(\rho)^{0.27}}{1,000b\sqrt{d}(1+0.02d)} \times \left\{ \alpha \left( \frac{d}{a} \right)^{\zeta-1} + 0.002b\sqrt{df_y} \right\} \text{ (MPa)}, \quad \zeta = 3.14 - 0.04 \frac{a}{d} \quad (17)$$

식에 사용된 변수들의 단위는  $f_c, f_y$ 는 MPa,  $\rho$ 는 %,  $b, d$ 는 mm이다. 상수 결정 시 사용된 데이터와 동일한 범위 내의 284개의 새로운 데이터를 바탕으로 Table 1의 식들과 제안식을 비교하여 정확성을 검증하였다. 분석 결과, 제안식이 가장 높은 예측 정확도와 함께, 포함된 모든 변수에 대하여 균일한 예측 정확도를 보였으며, 그 중

Table 1 Analyzed equations for comparison

Researcher	Equations(MPa)
Bae & Yoon	$v_u = 4.65 \frac{\sqrt{f_c} \rho^{0.5}}{(1+d)^{0.4}} \quad (a/d \geq 2.5)$ $v_u = \left( 5.5 - 1.5 \frac{a}{d} \right) (Eq. (a/d \geq 2.5)) \quad (a/d < 2.5)$
ACI 318-99	$v_c = 0.1578\sqrt{f_c} + 17.25\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \quad (a/d \geq 2.5)$ $v_c = \left( 3.5 - 2.5 \frac{M_u}{V_u d} \right) \times (Eq. (a/d \geq 2.5)) \quad (a/d < 2.5)$
Kim & Kim & White	$v_u = 0.2(1-\sqrt{\rho}) \left( \frac{d}{a} \right) \left[ (f_y)^{0.5} + 1,020\rho^{0.9} \left( \frac{d}{a} \right)^{0.6} \right]$ $r = (d/a)^{0.6}(\rho)^{-0.1}$

Table 2 Statistical results for comparison

Researcher	Mean	S.D.	C.O.V	r
Bae & Yoon	1.1455	0.2981	0.2602	0.9030
ACI 318-99	1.3964	0.4241	0.3037	0.8860
Kim & Kim & White	1.0249	0.3246	0.3167	0.8550
Proposed Eq.	1.0292	0.2058	0.2000	0.9380

도 및 그 분포가 제안식에 미치지 못했으며 특히 ACI 318-99의 경우, 깊은 보의 전단 저항 성능을 과소평가하는 경향이 강하게 나타났다. 크기 효과를 고려하지 않은 ACI 318-99와 Kim & Kim & White는 작은 부재는 과소평가 하였으나, 부재가 점점 커질수록 그 성능을 과대평가하는 경향을 두드러지게 나타냈다. 또한 크기 효과를 고려한 Bae & Yoon조차도 유효 깊이에 대해 균일하지만 제안식에 비하여 산만한 분포를 보였다.

제안식에서 가장 큰 비중을 차지하는 변수인  $a/d$ 와  $d$ 에 대한 결과를 다음과 같이 수록하였다(Fig. 6, 7). ACI 318-99와 Bae & Yoon은  $a/d$  ratio에 따라 예측식을 다르게 제안하고 있음에도 불구하고 정확

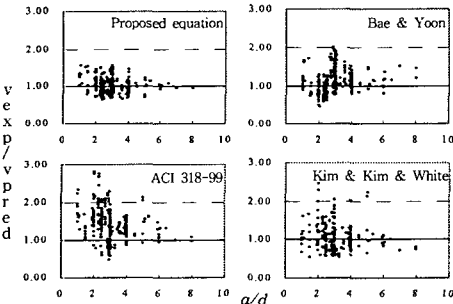


Fig. 6 Comparison for verification with  $a/d$  ratio

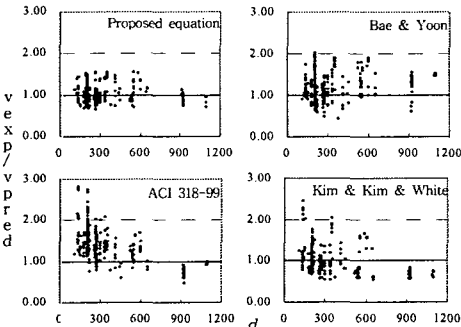


Fig. 7 Comparison for verification with  $d$

## 6. 결 론

- 1) 본 연구를 통해 제안된 전단 강도 예측식은 기존의 식들보다 합리적이고 정확한 예측 결과를 나타내었다.
- 2) 제안식은 고려한 모든 변수들에 대하여 비교적 균일한 예측 안 전을 나타내었으며, 특히  $a/d$  ratio와 유효 깊이에 대해서 그러한 경향을 보여 기존의 식들이 가지고 있었던 한계점을 합리적으로 보완하였다고 판단된다.
- 3) 경험적으로 제시되었던 기존 식들의 한계를 극복하고, 이론에 바탕을 둔 체계적이고 합리적인 제안식을 도출하였다.

## 감사의 글

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실사업 연구비지원(M1020 4000031-04J0000-01910)에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

1. Shah, S. P., Swartz, S. E. and Ouyang, C., "Fracture Mechanics of Concrete," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.
2. Daejoong Kim, Woo Kim, and Richard N. White, "Prediction of Reinforcement Tension Produced by Arch Action in RC Beams," ASCE, Journal of structural engineering, June, 1998, pp. 611~622.
3. Z. P. Bažant and M. T. Kazemi, "Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beams without Stirrups," *ACI structural journal*, May~June, 1991, pp. 268~276.