궤도 다짐작업의 장기 일정계획문제에 관한 수리적 모형 고찰

A study on the mathematical model of the long-term track tamping scheduling problem

오석문1)*, 이지하*, 박범환*, 이희업**, 홍순흠**

Seog-Moon Oh, (), Bum Hwan Park,(), Soon-Heum Hong

ABSTRACT

This paper addresses the mathematical model of the long-term track tamping scheduling problem in the railway system. The proposed model is analyzed in problem size, then three solution approaches (relaxation, decomposition, and heuristic) are presented at the sketch level.

---

1. 서 론

철도시스템의 운영 및 유지보수에 있어 궤도(track) 유지보수비용은 매우 중요한 부분을 차지한다. 특히 자갈도상을 사용하는 궤도 시스템은 누적 통과톤수에 비례하여 궤도의 틀림값이 증가한다. 궤도 틀림값이 일정 수준이 이상이 되면, 해당 궤도를 주행하는 열차의 승차감을 해칠 뿐만 아니라, 차량의 주행안정성에 심각한 영향을 미칠 수 있다. 이와 같이 궤도틀림에 따른 승차감 및 주행안정성의 저하에 대비하여 모든 궤도 시스템들은 사전에 정의에 기준의 따라 보수작업이 이루어진다.

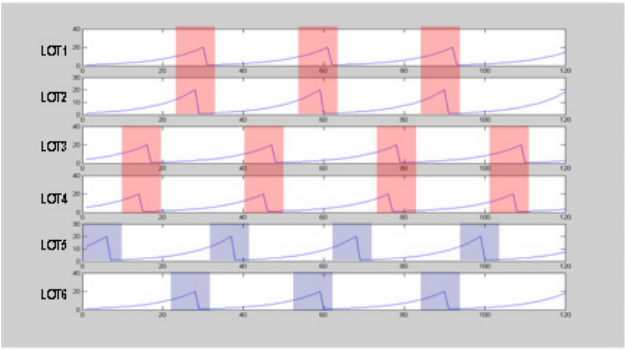

그림 1 궤도틀림값의 증가

---

1) * 정회원, 한국철도기술연구원, 선임연구원.
** 정회원, 한국철도기술연구원, 책임연구원.

궤도틀림의 정정을 위해 철도운영사에서 실시하는 작업을 궤도 다짐작업(tamping)이라고 한다. 궤도 다짐작업은 궤도의 각 구간의 고저/좌우방향 틀림을 측정한 데이터가 기준값 이상이 될 경우 수행하는 보수작업이다. 일반적으로 궤도 다짐작업은 수작업과 장비(Multiple Tie Tamper, MTT)를 이용한 작업으로 분류해 볼 수 있다. 한국철도에서 궤도 다짐작업은 대체로 MTT에 의해 이루어지고 있으며, 수작업은 MTT 작업이 실시되기 어려운 개소에서 보완적으로 이루어지고 있다.

궤도 다짐작업 일정계획 문제는 대상 노선에서 각 구간의 궤도 틀림값이 기준값 이하로 유지되도록 효율적으로 MTT 작업을 할당하는 문제이다. 궤도 다짐작업 일정계획 문제에서 대상 노선은 사전에 정의된 길이에 따라 구분된 단위구간(Lot)으로 표시되고, 궤도틀림에 관한 제반 파라메터 및 실적데이터는 모두 Lot 단위로 관리된다. 최근 몇몇 연구에서는 각 Lot별 궤도틀림의 표준편차 값을 궤도틀림에 대한 특성값으로 사용하고 있다. 따라서, 궤도 다짐작업 일정계획 문제는 대상 노선에 속한 모든 Lot들의 궤도틀림 표준편차 값이 기준값 이하로 유지되도록 MTT 작업을 할당하는 문제로 다시 정의될 수 있다.

본 연구는 궤도 다짐작업 일정계획 문제에 관한 수리적 모형을 제시하고, 해당 모형의 특징을 분석하여 문제에 대한 효율적인 해법의 기초를 수립하고자 한다. 궤도 다짐작업 일정계획 문제의 수리적 모형의 목적은 다음과 같다. (ⅰ) 궤도틀림의 모든 제한조건을 만족시키면서 최소한의 다짐작업량을 산출한다. (ⅱ) 각 Lot별 작업의 연속성을 확보하여, 매 작업출동에 따른 고정비용을 최소화한다. (ⅲ) 특정일에 작업이 집중되지 않도록 적절히 분산한다.

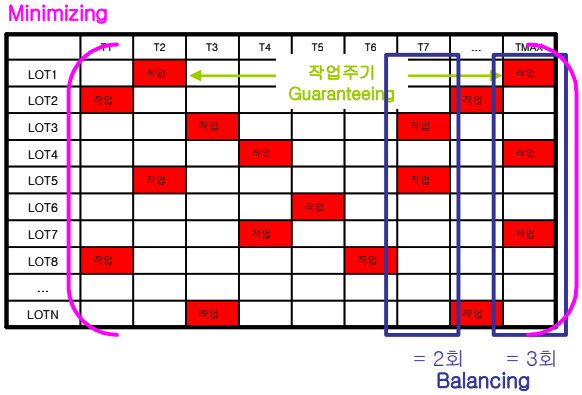

그림 2 궤도 다짐작업 일정계획 문제

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저, 2절에서는 궤도 다짐작업 일정계획 문제에 대한 수리적 모형을 제시한다. 다음 3절에서는 모형의 분석과 함께 해당 모형에 적용이 가능한 해법들에 대해 고찰한다. 마지막 4절에서는 결론 및 향후 방향을 제시한다.

2. 궤도 다짐작업의 장기 일정계획 문제

이 절에서는 궤도 다짐작업 일정계획 문제에 관한 수리적 모형을 제시한다. 제시되는 수리적 모형은 다음과 같은 사항들을 가정하고 있다.

<u>가정</u>

ⅰ. 제안하는 모형은 우선적으로 고속신선을 대상으로 하고 있다. (고속신선의 노선 연장은 우선 개통을 기준으로 221km × 2 = 442km 이다.)
ⅱ. Lot의 길이는 공통적으로 0.2 km를 기준으로 한다.
ⅲ. 최장 계획기간은 5년으로 하고, 단위기간은 1일로 한다.
ⅳ. MTT 1대의 작업 능력은 생산연식에 따라 다를 수 있으며, 신형의 경우 1.0km/h, 구형의 경우 0.8km/h를 적용한다.
ⅴ. 제안하는 모형은 보선분소 단위별로 MTT 작업을 범위로 한다.
ⅵ. 각 분소에서는 가급적 단위기간 내에 2개소 이상의 작업현장을 동시에 운용하지 않으며, 1일 2조 이상의 작업(장비)이 출동하는 경우는 불가피한 경우에 한하는 것으로, 평소보다 큰 고정비용이 발생한다.
ⅶ. 각 분소별 고속신선의 차단시간은 4시간을 기준으로 한다.

제안하는 수리적 모형에 사용되는 기호는 다음과 같이 정의된다.

<u>기호</u>

I　분소(depot)의 집합. $I_r = \{1, 2, \ldots, I_r^{\max}\}$ 실제 분소. $I_v(i) = \{1, 2, \ldots, D_v^{\max}\}$ 실제 분소 i에 속한 가상분소의 부분집합. $I_v = \bigcup_{i \in I_r} I_v(i)$ 전체 가상 분소.

L　단위구간(lot)의 집합. L = {1, 2, ..., Lmax}. $L(i)$는 보선분소 i가 관할하는 단위구간의 집합이다. $L = \bigcup_{i \in I} L(i)$.

K　MTT 장비의 타입. K = {신형, 구형}.

T　T = {1, 2, ..., Tmax}. 또 최대 계획기간(Tmax)은 5년으로 한다.

$\sigma^{\max}$　궤도틀림 허용상한 값 (표준편차).

σ_l^+　Lot별 단위기간당 궤도틀림 증가량 (표준편차).

σ_k^-　MTT 장비-k의 궤도틀림 보상 능력(표준편차).

$D_{\langle l,m \rangle}$　구간-l과 구간-m의 이격거리 (km).

NW^i_{tl}　분소-i에 속한 구간-l에 대한 작업할당 금지.

VP^k　MTT 장비의 타입별 시간당 작업속도(km/h).

VR^k　MTT 장비의 타입별 시간당 이동속도(km/h).

BT　단위기간 t에서 분소 i에 주어지는 작업시간 (=차단시간-이동시간).

UL　단위구간의 길이. default = 0.2 km.

F^k　단위기간 t에서 타입-k인 MTT를 추가적으로 투입할 때 마다 발생하는 고정비용.

<u>결정변수</u>

$z^{tk} = 0, 1, 2, \ldots$　기간-t에 타입-k인 MTT 장비를 이용하여 작업을 수행하는 현장의 수 (즉, 단위기간별 k 타입 작업출동의 수).

$I^{jtk} = \{0, 1\}$　Indicator function. 가상분소-j에서 기간-t에 타입-k인 MTT 장비를 이용하여 작업출동을 하면 1, 그렇지 않으면 0.

$w_l^{jkt} \in \{0, 1\}$　가상분소-j가 기간-t에 타입-k인 MTT 장비로 구간-l을 작업하면 1, 그렇지 않

으면 0.

$y^{jkt}_{\langle l,m\rangle} \in \{0,1\}$ 작업순서에 관한 변수. $w^{jkt}_{l}=1 \Rightarrow w^{jkt}_{m}=1$이면 1, 그렇지 않으면 0.

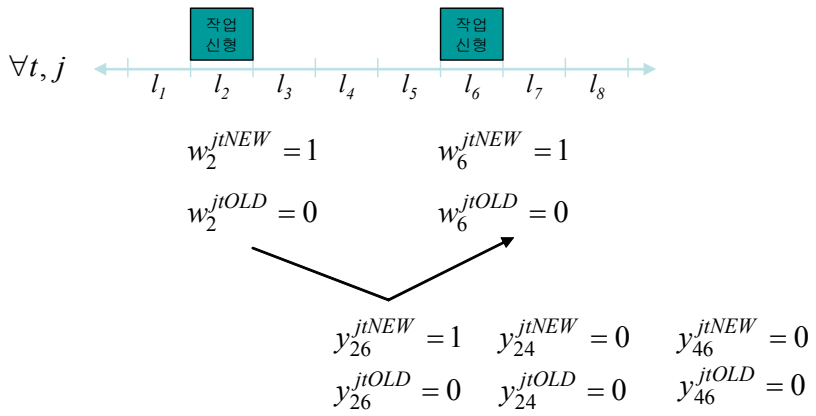

그림 3 결정변수 값의 개요(예시)

$\sigma^{t}_{l} \in R^{+}$ 구간-l의 기간-t에서 궤도틀림 진전 상태(표준편차).

다음에 제한하는 수리적 모형은 궤도 다짐작업의 장기 일정계획 문제에 대한 원문제(full scale model) 이다.

<u>TMSP0</u> - Track Maintenance Scheduling Problem

Minimize

$$Z=\sum_{t\in T}\sum_{k\in K}\sum_{j\in D_v}\sum_{\langle l,m\rangle\in L\times L} y^{jkt}_{\langle l,m\rangle}+\sum_{t\in T}\sum_{k\in K}\left(F^k\cdot z^{tk}\right) \qquad \text{(OBJ1)}$$

Subject to

$$\sum_{\langle l,m\rangle\in L\times L} y^{jkt}_{\langle l,m\rangle}\left(2\,UL/VP^k+D_{\langle l,m\rangle}/VR^k\right)\le BT, \quad \forall t\in T,\ \forall j\in D_v,\ \forall k\in K \qquad \text{(C1)}$$

$$w^{jkt}_{l}+w^{jkt}_{m}-y^{jkt}_{\langle l,m\rangle}-y^{jkt}_{\langle m,l\rangle}\le 1.5,\ \forall t\in T,\ \forall j\in D_v,\ \forall k\in K,\ \forall \langle l,m\rangle\in L\times L \qquad \text{(C2)}$$

$$I^{jkt}-w^{jkt}_{l}\ge 0,\ \forall t\in T,\ \forall j\in D_v,\ \forall k\in K,\ \forall l\in L \qquad \text{(C3)}$$

$$\sum_{k\in K} I^{jkt}\le 1,\ \forall t\in T,\ \forall j\in D_v \qquad \text{(C4)}$$

$$z^{kt}-\sum_{j\in D_v} I^{jkt}=0,\ \forall t\in T,\ \forall k\in K \qquad \text{(C5)}$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{l:\,l\ne m} y^{jkt}_{\langle l,m\rangle}\le 1,\ \forall m\in L,\ \forall j\in D_v,\ \forall t\in T \qquad \text{(C6)}$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{m:\,m\ne l} y^{jkt}_{\langle l,m\rangle}\le 1,\ \forall l\in L,\ \forall j\in D_v,\ \forall t\in T \qquad \text{(C7)}$$

$$\sum_{\langle l,m\rangle\in subL\ (j,t,k)} y^{j,t,k}_{\langle l,m\rangle}\le |subL\ (j,t,k)|-1 \qquad \text{(C8)}$$

for $subL\ (j,t,k)\subset bigL\ (j,t,k),\ 2\le |subL\ (j,t,k)|\le |bigL\ (j,t,k)|-1$
for $\forall j\in D_v,\ \forall t\in T,\ \forall k\in K$

$$bigL\ (j,t,k) \equiv \left\{ l \in L \middle| w_l^{j,k,t} = 1, \text{ for } \forall j \in D_v, \forall t \in T, \forall k \in K \right\}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in D_v} w_l^{jkt} \le 1, \qquad \forall t \in T, \forall l \in L \tag{C9}$$

$$\sum_{k \in K} w_l^{jkt} \le 1, \ \forall t \in T, \forall j \in D_v, \forall l \in L \tag{C10}$$

$$\sigma_l^1 = \sigma^{init}, \qquad \forall l \in L \tag{C11}$$

$$\sigma_l^t \le \sigma^{\max}, \qquad \forall t \in T, \forall l \in L \tag{C12}$$

$$\sigma_l^t = \sigma_l^{t-1} + \sigma_l^+ - \sum_{k \in K} \sum_{j \in D_v} \sigma_k^- \cdot w_l^{jkt}, \tag{C13}$$

$$\forall t \in \{2, 3, \ldots, T^{\max}\}, \forall l \in L$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in L} w_l^{jkt} = 0, \qquad \forall \langle t, l \rangle \in WN \tag{C14}$$

$$z^{tk} = 0, 1, 2, \ldots \tag{C15}$$

$$I^{jtk} = \{0, 1\} \tag{C16}$$

$$w_l^{jkt} \in \{0, 1\} \tag{C17}$$

$$y_{\langle l,m \rangle}^{jkt} \in \{0, 1\} \tag{C18}$$

$$\sigma_l^t \in R^+ \tag{C19}$$

(OBJ1)는 궤도틀림의 상한을 만족하는 조건하에서 다짐작업의 횟수를 최소화 한다. 이 목적함수는 고정비용 최소화와 작업비용 최소화를 동시에 만족할 수 있다. 뿐만 아니라, 장비의 작업속도 및 성능에 대한 최적 배치 방법 역시 이 기준에 의해 달성될 수 있다. (C1)은 차단시간 제약으로서 매 기간별 작업량 (= 작업시간 + 이동시간)이 차단시간에 의해 제한됨을 의미한다. (C2)는 각 구간의 작업순서를 나타내는 변수와 작업할당을 나타내는 변수 사이의 논리적인 관계를 나타낸다. (C3-C5)은 작업출동 횟수관련 제약이다. (C6-C8)은 작업순서를 나타내는 변수 사이의 논리적인 관계를 나타내는 식으로 각 가상분소별 작업의 비용을 산출하기 위한 제약식이다. 이 제약식은 기존에 알려져 있는 TSP(Traveling Sales Man Problem)의 'sub-tour elimination'에 해당한다. (C9)은 작업할당 제약으로 같은 구간을 2개소 이상의 가상분소에서 동시에 작업할 수 없음을 나타낸다. 또한 (C10)은 같은 구간에 2종류 이상의 장비가 도시에 투입될 수 없음을 나타낸다. (C11-C13)은 궤도틀림의 기준값에 관한 규정이다. (C14)은 작업의 사전 제한을 나타내는 제약식으로 폭한기/폭서기의 작업제한을 나타낸다. (C15-C19)은 변수의 범위에 관한 제약이다.

3. 모형분석 및 해법제시

가. 모형분석

제안하는 모형의 고속신선에 대한 규모(Model size)는 다음과 같이 모형에서 사용되는 정수변수의 수를 척도로 판단해 볼 수 있다.

<u>모형의 규모</u>

· $z^{tk} \Rightarrow 1825(periods) \times 2(types) = 3{,}650$

· $I^{jtk} \Rightarrow [3-5](sites) \times 1825(periods) \times 2(types) = 18,250$

· $w_l^{jtk} \Rightarrow [3-5](sites) \times 1825(periods) \times 2(types) \times 1105(lots) = 20,166,250$

· $y_{<l,m>}^{jtk} \Rightarrow [3-5](sites) \times 1825(periods) \times 2(types) \times 1105(lots) \times 1105(lots)$
$= 22,283,706,250$

각 변수의 인덱스 조합으로부터 $y_{<l,m>}^{jtk}$이 TMPS0의 가장 난해한 변수($y_{<l,m>}^{jtk} \Rightarrow 2^{22,283,706,250}$)임을 알 수 있다. 이와 같은 복잡도(Complexity)의 문제는 현재의 컴퓨터 시스템을 이용하여 직접적으로 해를 구하고자(Direct approach)한다면 계산시간의 문제 때문에 거의 풀 수 없는 것이 현실이다. 이와 같은 대규모 문제에 대한 해법으로 현실에 적용할 수 있는 일반적인 방법은 다음과 같다.

· 문제의 완화(Approximation): 일반적인 MTT 작업계획의 현실적인 입장에서 수긍할 수 있는 가정을 도입하여 TMSP0를 완화(Approximation)할 수 있는 절차. (공간적 변수, Lot의 수, 에 대한 완화)
· 문제의 분할(Decomposition): TMSP0의 목적함수 값을 적게 희생하는 방법으로 큰 문제를 여러 개의 작은 문제로 나누어서 해결 하는 절차. (시간적 변수, TMAX,에 대한 분할).
· 경험적 해법 개발(Heuristic): 문제에 대한 구조를 깊이 있게 이해하고, 현장업무에 대한 경험적인 지식을 바탕으로 개발하는 간이 해법. 해의 질은 다소 낮으나 빠른 시간에 해를 구할 수 있다. 최적해법의 초기해(Initial feasible solution)를 제공한다.

나. TMSP0의 완화

매 단위구간(200m)을 중심으로 향후 5년에 해당하는 결정변수를 유지하는 것은 장기계획을 수립하는 입장에서 지나치게 세부적으로 설정된다고 판단된다. 따라서, 결정변수는 매 1일 차단시간에 수행할 수 있는 작업의 양으로 완화하는 방안을 생각해 볼 수 있다. 다음은 이와 같은 완화에 따른 결정변수의 변화를 나타낸다.

· 신형장비의 작업속도: 1.0km/h = 5lots/h.
· 구형장비의 작업속도: 0.8km/h = 4lots/h
· 1일 평균 차단시간 = 4시간
· 1일 평균 작업시간 = 1일 평균 차단시간 - 1일 평균이동시간 = 4시간 - 1.5시간 = 2.5시간
· 신형장비의 1일 작업량 = 5lots × 2.5시간 / 일 = 12.5lots/일
· 구형장비의 1일 작업량 = 4lots × 2.5시간 / 일 = 10lots/일
· 신형/구형 장비의 1일 평균 작업량 = 11lots/일
· 분소별 완화된 단위구간의 수 = 1105/11 = 100.45 = 101lots

다. TMSP0의 분할

계속기간 5년은 일별로 반복되는 결정변수의 단위에 비해 매우 긴 기간이며, 궤도틀림의 증가

패턴 역시 1년 이내에 반복되는 것이 일반적이다. 따라서, TMPSO는 시간적으로 몇 개의 하위 문제로 분할될 수 있다. 다음은 이와 같은 TMPSO의 시간적 분할에 대한 예시이다.

- 분할: 1825 기간 → 500 + 500 + 500 + 325 기간으로 구성된 별도의 4개 문제로 분할한다.
- 각 기간의 최적해를 다음 기간에 대한 문제의 초기값으로 설정하여 기간별 연속성을 확보한다.
- 기간의 수(500)에 대한 근거: 완화된 구간의 수(Alots) = 101이므로 매일 1 구간씩 작업한다고 가정하면 전체 구간을 1회씩 작업하는데 소요되는 기간은 101일이 소요되므로, 매 구간마다 2회 정도를 작업할 수 있는 기간을 선택한다면 Time Horizon을 202로 선택해 볼 수 있다.
- 기간 수 = 500은 202에 대한 충분한 연장이다.

다. 경험적 해법의 개발

대규모의 TMPSO에 대한 해법으로 다음과 같은 경험적 해법을 제시할 수 있다. 제시하는 해법은 'Greedy' 기반의 해법으로, 단순히 매 단위구간에 대해 궤도의 다짐작업 주기에 따라 작업을 할당하는 방법이다. 다음 그림은 경험적 해법의 알고리즘과 소규모 예제에 대한 결과의 예이다.

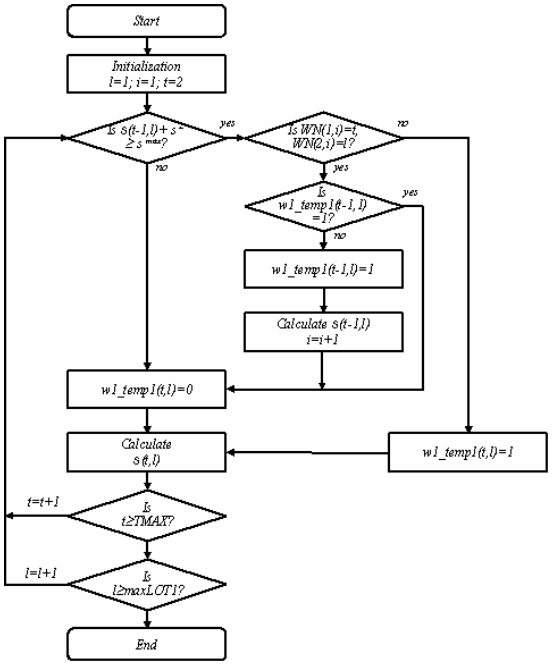

그림 4 경험적 해법(1)

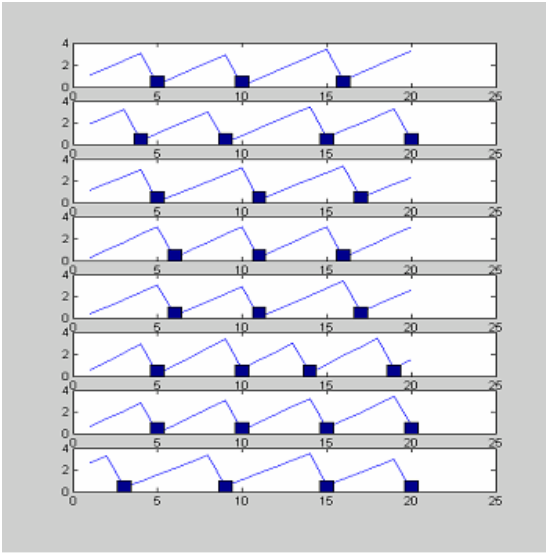

그림 5 경험적 해법 예시

4. 결론 및 향후방향

본 연구에서는 궤도 다짐작업 장기 일정계획 문제에 대한 수리적 모형을 제시하고, 제시한 모형의 규모를 분석하였다. 제시한 모형과 같이 대규모 문제에 대한 일반적인 해법을 소개하고, 각 해

법에 따라 제안하는 모형에 적용하기 위한 개념을 제시하였다. 이와 같은 모형 및 해법은 다음과 같은 목적으로 사용할 수 있을 것으로 기대한다.

- 향후 5년에 해당하는 궤도틀림 다짐작업에 대한 중장기 작업계획을 작성.
- 향후 5년에 해당하는 궤도틀림 다짐작업에 대한 작업량을 산출.
- 향후 5년 동안 MTT 장비의 유형별 소요량을 산출. 장비의 타입을 신형으로 대체할 때 기간에 따른 신형장비 소요에 대한 경제적 타당성의 근거를 산출한다.
- 향후 5년 동안 각 분소에 대한 작업부하의 불균형을 정량적으로 제시하여 분소간 작업부하의 균형화를 위한 근거자료를 산출.

본 연구는 향후 제안하는 해법의 구현 및 실험 등의 분야에 추가적인 연구가 필요하다.

5. 참고문헌

가. Miwa, M (2002), Mathematical programming model analysis for the optimal track maintenance schedule, QR of RTRI, 43(3), pp. 131-136.

나. 김재희외 (2004), 궤도 유지보수 작업을 위한 최적 일정계획 문제의 고찰, 대한교통학회 추계 학술대회 논문집.