

전차선 전압제약조건을 고려한 AT 급전계통 해석

Analysis of AT Feeding Systems considering the Voltage Constraint Conditions of the Catenary.

김 백* 정 광 우**
B. Kim K. W. Chung

ABSTRACT

Constant load model is generally used for an electric train to perform the static analysis of AT feeding systems. In this model, the train will be considered as a constant load model when it drives or as a constant source model when it applies regenerative brake. However there must be some voltage constraints on the catenary in actual operations. These constraints are established for the reason of protecting the feeding facilities from excessive rise of regenerative braking voltage or guaranteeing the minimum traction power of train. In normal operating situation, the pantagraph voltage of the train should be maintained within these limits. Keeping these facts in minds, we suggest new methods of analyzing AT feeding systems using the constant power models with the conditions of voltage constraints. The simulation results from a sample system using the proposed method illustrate both the states of system variables and the supply-demand relation of power among the trains and the systems very clearly, so it is believed that the proposed method yields more accurate results than conventional methods do. The proposed methods are believed to contribute to the assessment of TCR-TSC for compensating reactive powers too.

1. 서론

AT 급전시스템에서 정태해석을 위한 열차 모델로는 정전력 부하 모델이 일반적으로 쓰인다. 정태모델로서의 열차는 역행중인 경우는 정전력 부하로, 회생 중인 경우는 정전력 전원으로서 모의되나 이들 각 모드에서는 전차선의 전압제약조건이 부과되지 않는다. 전차선의 전압제약조건은 열차의 최소 견인력 보장이나 회생제동시의 과도한 전압 상승으로부터 전력설비를 보호하고자 하는 목적으로 정해져 있으며 정상적인 운전상태에서 열차의 팬타그래프 전압은 이 범위 안에서 유지되어야 한다. 본 논문에서는 정전력 열차 모델에 전압 제약 조건을 부과하여 AT 급전시스템을 해석하는 새로운 방법을 제시하고자 한다. 제시된 방법을 사용하여 다중 열차 운영을 상정한 시뮬레이션을 수행하며 이를 통하여 본 논문에서 제시된 방법이 급전시스템과 열차를 상호간의 전압, 전류 상태 및 전력의 수급관계를 명확히 설명할 수 있음을 증명하고자 한다. 한편 제시된 방법은 전차선의 무효전력 보상을 위한 TCR-TSC의 적정 규격 산정에 기여할 것으로 생각된다.

* 한국철도대학 전기제어과 교수

**한국철도대학 운전기전과 교수

2. AT 급전시스템 및 열차 모델

2.1 상호 임피던스의 간소화

AT 급전시스템은 그림 1과 같이 전차선(C), 레일(R) 및 급전선(F)으로 이루어진 3선 계통으로서 전기적으로는 이들 선로의 자기 임피던스 및 선로 상호간의 상호 임피던스로 결합되어 있다.

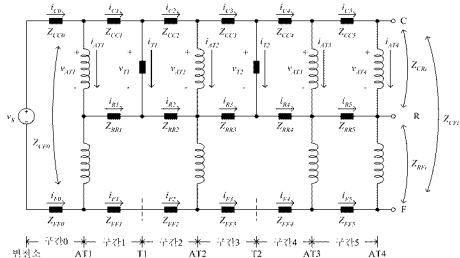


그림 1. AT 급전시스템

상호 임피던스를 고려하는 경우라도 회로망 해석에 특별히 곤란한 점은 없겠으나 식의 정리 과정이 복잡해지는 것은 피할 수 없으므로 다음과 같은 방법으로 상호 임피던스를 등가의 자기 임피던스로 치환하기로 한다.

전원 변전소로부터 첫 번째 AT까지는 2선구간이며 이후로는 3선 구간이므로,

(1) 2선 구간 0의 경우,

구간 0는 전차선과 급전선의 2선 만이 존재하는 구간으로 2선 구간에서는,

$$Z_{C0} = Z_{CC0} - Z_{CF0}, \quad Z_{F0} = Z_{FF0} - Z_{CF0} \quad (1)$$

와 같이 간단하게 상호 임피던스를 제거한 등가 자기 임피던스 Z_{C0} 와 Z_{F0} 로 회로를 표현할 수 있다.

(2) 나머지 3선 구간의 경우

구간 0를 제외한 나머지 구간은 전차선(C), 레일(R), 급전선(F)의 3선으로 구성된 구간이다. 3선 구간에서는 항상 $i_{Ck} + i_{Rk} + i_{Fk} = 0$ (k 는 구간 번호)이 성립하게 되며 따라서 이들 구간에 대해서는 다음 식을 사용하여 자기 임피던스만을 찾는 3선 문제도 간단하게 등가화가 가능하다.²⁾ 즉,

$$\begin{aligned} Z_{Ck} &= Z_{CCk} + Z_{RFk} - Z_{CRk} - Z_{CFk} \\ Z_{Rk} &= Z_{RRk} + Z_{CFk} - Z_{RFk} - Z_{CRk} \\ Z_{Fk} &= Z_{FFk} + Z_{CRk} - Z_{CFk} - Z_{RFk} \end{aligned} \quad (2)$$

(k 는 구간 번호, $k \neq 0$)

2.2 해석 불필요 구간

열차는 시간에 따라 위치가 변경되는 이동 부하로서 피로 해석적인 측면에서 보면 급전 시스템

내의 열차 위치에 따라 시스템의 위상(topology)을 변경시키게 되며 이에 따라 회로 변수 및 관련 방정식의 증감이 발생한다. 예를 들어 그림 1과 같은 편단 급전구간에서 열차가 AT1-AT2 그리고 AT2-AT3사이에 각각 위치한다면 AT3까지 회로는 7개의 매쉬로 분할되게 된다. 열차가 위치할 AT 밖의 구간으로서 전원 측의 반대편구간(그림에서는 AT3-AT4 및 그 이후 구간)에 열차 부하에 의한 전류가 흐르지 않는다는 것은 당연한 이야기이긴 하겠으나 흔히 열차를 정전류 모델로 모의하는 경우 이들 구간에도 부하전류가 분포하는 것으로 오류를 범하기 쉽다. 이 사실은 다음과 같은 검토를 통하여 확인할 수 있다.

AT4를 흐르는 전류를 i_{AT4} 라 하면 구간 5의 상부 매쉬에서

$$v_{AT3} = (Z_{C5} - 2Z_{R5})i_{AT4} + v_{AT4} \quad (3)$$

그리고 구간 5의 하부 매쉬에서 AT의 1:1 권수비에 의한 전류 및 전압 관계를 적용하여

$$v_{AT3} = -(Z_{R5} + 2Z_{R5})i_{AT4} + v_{AT4} \quad (4)$$

(3), (4)식을 동시에 만족시키기 위해서는 $i_{AT4} = 0$ 이어야 하며 구간 5의 선로 C, R, F에는 열차 부하에 의한 전류가 흐를 수 없으므로 구간 5에서의 회로 방정식은 유도할 필요가 없게된다. 이는 열차를 정전류 부하로 모의한다해도 역시 성립하는 사실이다.

2.3 정전력 열차 모델

열차에 인가된 전압과 운전 전류를 각각 v_T 및 i_T 라 할 때 열차의 정전력 모델은

$$S_T = v_T \times i_T^* = S_T \cos \alpha + jS_T \sin \alpha \quad (5)$$

로 표현된다. 여기서 α 는 차량의 역률각으로서 정태해석시에는 변하지 않는 것으로 간주하며, 차량의 제어방식과 운행 모드에 따른 일반적인 역률각은 표 1과 같다

표 1. 차량의 운행 모드에 따른 역률각(α)

	역행시	회생시
Thyristor 위상제어 차량	40°	120°
PWM 제어 차량	0°	180°

이제 열차 전압 v_T 는 회생시의 상승 제한치 전압 V_{T_max} 와 운전 최저전압 V_{T_min} 사이에서 유지되어야 하며, 제한치 전압 범위 내에서 열차의 수학적 모델은 (5)식이며 계통방정식과 함께 열차의 상태를 결정하게된다. 그러나 $|v_T| > V_{T_max}$ 또는 $|v_T| < V_{T_min}$ 이 되는 경우 열차 전압의 절대치는

$$|v_T| = V_{T_max} \text{ 또는 } |v_T| = V_{T_min} \quad (6)$$

로 고정되고,

$$\theta_{v_T} - \theta_{i_T} = \alpha \quad (\theta_{v_T} \text{ 및 } \theta_{i_T} \text{는 각각 전압과 전류의 위상각}) \quad (7)$$

여기서 $v_T = v_{Tre} + jv_{Tim}$ 및 $i_T = i_{Tre} + ji_{Tim}$ 와 같이 직각좌표계로 표현하기로 한다면 위의 두 등식은 다음과 같이,

$$v_{Tre}^2 + v_{Tim}^2 = V_{T_max}^2 \quad (\text{or } V_{T_min}^2) \quad (8)$$

$$\frac{v_{Tim} i_{Tre} - v_{Tre} i_{Tim}}{v_{Tre} i_{Tre} + v_{Tim} i_{Tim}} = \tan \alpha \quad (9)$$

제한치 전압에서 열차의 상태는 (6)식과 (7)식(또는 (8)식과 (9)식)의 등식 조건을 만족하는 값으

로 결정되게 된다.

3. 시스템 방정식 유도

그림 1과 같은 AT급전계통에서 전류 변수로는 분기측 전류 즉, 각 열차의 부하 전류 i_{Tj} 및 AT2 이후에 흐르는 AT전류 i_{ATk} 를 선정하기로 한다. 그러면 나머지 가지 C, F에 흐르는 전류는 1/2탭 단권변압기의 쇄교자속 보존에 따른 1:1 전류 배분율을 이용하여 직관적으로 표현할 수 있으며 가지 R에 흐르는 전류는 3선 구간에서의 KCL, $i_C + i_R + i_F = 0$ (i 는 구간번호)를 이용하여 쉽게 구할 수 있다.

정리하면,

$$\textcircled{1} i_C (i \neq 0) = \sum_{j,k}^{m,n} (i_{Tj} + i_{ATk})$$

단, i_{Tj} , i_{ATk} 는 구간 i 로부터 부하측의 차량(m 대)전류 및 AT(n 기)전류.

$$\textcircled{2} i_{C0} = \frac{1}{2} \sum_j^m i_{Tj}$$

단, i_{Tj} 는 구간 0로부터 부하측의 차량(m 대)전류.

$$\textcircled{3} i_{Ri} (i \neq 0) = \sum_k^n i_{ATk}$$

단, i_{ATk} 는 구간 i 로부터 부하측의 AT(n 기)전류.

$$\textcircled{4} i_{F0} = -i_{C0} = -\frac{1}{2} \sum_j^m i_{Tj}$$

단, i_{Tj} 는 구간 0로부터 부하측의 차량(m 대)전류.

$$\textcircled{5} i_{Ri} = -(i_C + i_R) = -\sum_{j,k}^{m,n} (i_{Tj} + 2i_{ATk})$$

단, i_{Tj} , i_{ATk} 는 구간 i 로부터 부하측의 차량(m 대)전류 및 AT(n 기)전류.

한편, 전압 변수로는 열차 전압 v_{Tj} 및 AT전압 v_{ATk} 를 선정하기로 한다. 이렇게 하면 그림 1의 예제 계통에서는 다음과 같은 계통방정식이 작성된다. 구간 0의 매쉬에서,

$$f_1 = \frac{1}{2}(Z_{C0} + Z_{F0})i_{T1} + \frac{1}{2}(Z_{C0} + Z_{F0})i_{C0} + 2v_{AT1} - v_s = 0 \quad (11)$$

구간 1의 상부 매쉬에서,

$$f_2 = (Z_{C1} + Z_{R1})i_{T1} + (Z_{C1} + Z_{R1})i_{T2} + (Z_{C1} + 2Z_{R1})i_{AT2} + (Z_{C1} + 2Z_{R1})i_{AT3} \quad (12)$$

$$+ v_{T1} - v_{AT1} = 0$$

구간 2의 상부 매쉬에서,

$$f_3 = (Z_{C2} + Z_{R2})i_{T2} + (Z_{C2} + 2Z_{R2})i_{AT2} + (Z_{C2} + 2Z_{R2})i_{AT3} + v_{AT2} - v_{T1} = 0 \quad (13)$$

구간 3의 상부 매쉬에서,

$$f_4 = (Z_{C3} + Z_{R3})i_{T2} + (Z_{C3} + 2Z_{R3})i_{AT3} + v_{T2} - v_{AT2} = 0 \quad (14)$$

구간 4의 상부 매쉬에서,

$$f_5 = (Z_{C4} + 2Z_{R4})i_{AT3} + v_{AT3} - v_{T2} = 0 \quad (15)$$

구간 1, 2의 하부 매쉬에서,

$$f_6 = (-Z_{R1})i_{T1} + (-Z_{R1} - Z_{R2})i_{T2} + (-2Z_{R1} - 2Z_{R2} - Z_{F1} - Z_{F2})i_{AT2} \\ + (-2Z_{R1} - 2Z_{R2} - Z_{F1} - Z_{F2})i_{AT3} + v_{AT2} - v_{AT1} = 0 \quad (16)$$

구간 3, 4의 하부 데쉬에서,

$$f_7 = (-Z_{R3})i_{T2} + (-2Z_{R3} - 2Z_{R4} - Z_{F3} - Z_{F4})i_{AT3} + v_{AT3} - v_{AT2} = 0 \quad (17)$$

그리고 이들 계통방정식과 함께 전압제약 조건을 갖는 열차의 모델로서 제한전압 범위 내라면,

$$f_8 = v_T \times i_T' - S_T = 0 \quad (18)$$

이 되며, 제한치 전압에서는 열차 모델은

$$f_9 = |v_T| - V_{T_max} \text{ (or } V_{T_min}) = 0 \text{ 및 } f_{10} = \theta_{v_T} - \theta_{i_T} - \alpha = 0 \quad (19)$$

로서 표현되게 된다.

이제 (11)~(19) 방정식에 N-R 반복법을 사용하여 이들 변수값을 구하게 된다. N-R 반복법은 일반적으로 잘 알려져 있어 생략하기로 한다.

4. AT급전 해석 계산 예

열차의 운행 모드에 따른 모의를 위하여 다음과 같이 열차 및 계통 데이터를 설정하였다.

①전원 및 열차부하

전원전압 : $v_s = 55(\text{kV}) \angle 0^\circ$

열차데이터 : 열차의 운행모드 및 제어방식 : T_1, T_2 공히 PWM 방식.

열차의 운행 요구 전력 : 0~10.0(MVA)

열차의 회생 요구 전력 및 상승 제한 전압 : 0~10.0(MVA), 27.5(kV)

②구간 거리(단위 : km)

구간 0	구간 1	구간 2	구간 3	구간 4
0.3	8.0	4.0	7.0	3.0

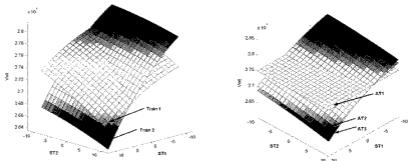
③선로 임피던스(단위 : Ω/km)

Z_{CC}	$0.13 + j0.82$	Z_{RR}	$0.19 + j0.72$	Z_{FF}	$0.21 + j0.95$
Z_{CR}	$0.06 + j0.38$	Z_{RF}	$0.06 + j0.39$	Z_{CF}	$0.07 + j0.38$

우선, 그림 2의 결과는 T_1, T_2 열차의 펜타그래프 전압과 AT급전계통내의 단전변압기 전압을 각 열차의 운전조건에 따라 도시한 것으로서, 전압 상승 제약 조건이 없다고 가정하고 구한 값이다. 그림을 살펴보면 두 열차 모두 회생제동 요구량(-부하)이 커지면 펜타그래프 전압이 증가하고 역행 부하량(+부하)이 커지면 펜타그래프 전압이 감소함을 알 수 있으며, 펜타그래프 최저전압과 최고전압은 각각 말단 부하인 T_2 열차에서 나타나며, T_1, T_2 두 열차의 역행 부하량이 최고일 때 최저전압을, 회생제동 요구량이 최고일 때 최고전압을 보이고 있다. 한편, 개별 부하변동에 따른 전압감도를 살펴보면 S_{T2} 가 일정한 경우 $\left| \frac{\partial v_{T2}}{\partial S_{T1}} \right| > \left| \frac{\partial v_{T1}}{\partial S_{T1}} \right|$ 이 되고, S_{T1} 이 일정한 경우라면

$\left| \frac{\partial v_{T1}}{\partial S_{T2}} \right| > \left| \frac{\partial v_{T2}}{\partial S_{T2}} \right|$ 임을 알 수 있다. 다시 말해 개별 부하의 변동은 자기 자신 부하단의 전압보다는 다른 부하단의 전압에 더 큰 영향을 미친다는 것으로서 이는 전압전원으로부터 공급받는 정전력 부하의 특성이기도 하다. 단전변압기 전압은 전원에 가까운 AT일수록 부하변동에 둔감하여 주어진 예계 계통에서는 AT1이 슬랙(slack)모선과 같은 역할을 하고 있으며, 말단으로 갈수록 부하변동에 민감해짐을 알 수 있다. 이상과 같은 결과는 본 논문에서 제시한 기법에 의한 결과가 지극히 물리적인 타당성을 갖고 있음을 보여주는 예이기도 하다.

한편, 역행 요구부하(S_{T2})가 1.0(MVA)인 경우에 회생제동 요구전력(S_{T1})이 -1.165(MVA) 이하이면 $|v_{T1}|$ 은 제한치 전정전압 27.5(kV)보다 작은 전압으로 되어 이 경우 회생제동은 성공할 수 있으나, S_{T1} 이 -1.165(MVA)이하이면 $|v_{T1}|$ 은 제한치 전정전압인 27.5(kV)로 억제되게 된다(표 2 참조). 따라서 회생제동 요구전력만큼의 회생제동은 불가능하다. $|v_{T1}|$ 이 제한치 전정전압으로 억제되는 경우, 이 열차의 회생제동 요구 또는 역행 부하량은 다른 열차의 부하량(S_{T2})에 의해 제한되게 된다. 표 2는 본 논문에서 제시한 전압제약 조건을 갖는 정전력 모델을 사용하여 회생제동 중인 T_1 열차의 전압 $|v_{T1}|$ 이 상승 제한전압 27.5(kV)로 억제되는 경우에 S_{T2} 에 따른 회생제동 가능 전력을 계산한 결과를 나타낸 것이다. 예로서 $S_{T2}=3.0$ (MVA)의 경우 -3.727(MVA)까지가 회생제동 가능 전력이며 이 이상의 회생제동 요구는 회생제동의 실패로 판정되는지 또는 제동거리나 제동시간의 증가가 필요한 것으로 판정되어야 한다.



(a) 열차 편타(트레드) 전압 (b) 단권면압기(AT) 전압
 그림 2. 운행 모델별 전력(MVA)에 따른 열차 및 제동의 전압

표 2. $|v_{T1}| = 27.5$ (kV)인 경우 역행 요구 부하에 따른 회생제동 가능 전력.

$ v_{T1} $	S_{T2} (MVA)	S_{T1} (MVA)	$ v_{T2} $ (kV)	$ v_{AT1} $ (kV)	$ v_{AT2} $ (kV)	$ v_{AT3} $ (kV)
27.5(kV)	1.0	-1.165	27.422	27.500	27.466	27.454
	2.0	-2.406	27.382	27.500	27.431	27.406
	3.0	-3.727	27.320	27.500	27.394	27.355
	4.0	-5.134	27.256	27.500	27.355	27.303
	5.0	-6.631	27.189	27.500	27.315	27.248
	6.0	-8.227	27.120	27.500	27.273	27.191
	7.0	-9.929	27.048	27.500	27.228	27.132

5. 결 론

본 논문에서는 정전력 열차 모델에 전차선 전압 제약 조건을 부과하여 AT 급전시스템을 해석하는 새로운 방법을 제시하였다. 전압 제약 조건을 갖는 정전력 열차 모델은 기존 해석 방법의 모델들에 비해 보다 현실적이며, 이들이 포함된 AT 급전시스템의 계통명세서는 그 유동 과정이 적

관적으로서 간단하며 N-R 반복법에 의한 계산 수렴 속도도 매우 빠른 편이다. 다만, 계산 과정에서 주의할 점은 전압이 고정되는 경우의 열차 모델은 제약조건이 없는 정전력 열차 모델에 비해 비선형성이 증가하고, 이에 따라 N-R 반복법 적용시의 초기값 설정에 민감하므로 무의미한 (trivial)해가 얻어지지 않도록 조심하여야 한다. 제시된 방법을 사용하여 다중 열차 운행을 상정한 시뮬레이션을 수행한 결과, 급전시스템과 운행 모드가 상이한 열차들간의 전압전류 상태 및 전력의 수급관계가 물리적으로 명확히 설명됨을 확인할 수 있어 본 논문에서 제시된 방법이 기존의 방법들에 비해 보다 엄밀하다고 생각된다.

참고문헌

1. JR교본연구회(1984), "변전소일반", pp.109-122
2. J. D. Glover(1984), "Train Voltage Analysis for AC Railroad Electrification", Trans. Industry Application, Vol. 1A-20, No. 4, pp. 925-934
3. 한국전기연구소(1992), "경부고속전철용 전력공급의 비용 절감 방안연구(최종)", pp. 73-98
4. 정현수 외(2003), "단권변압기 교류전기철도 급전시스템의 전차선 전압해석", Trans. KIEE, Vol. 52, No. 9, pp. 493-499
5. 김백(2004), "정전력 열차 모델을 이용한 AT급전 시스템 해석", 한국철도학회, 2004 춘계학술대회 논문집