

# 확률론적 방법을 이용한 교류 고속철도 시스템의 고조파 해석

## Harmonics Analysis of AC High Speed Railroad(HSR) System using Probabilistic Approach

송학선\*  
Song, Hak-Seon

이준경\*\*  
Lee, Jun-Kyong

김진오\*\*\*  
Kim, Jin-O

김형철\*\*\*\*  
Kim Hyong-Chal

### Abstract

Magnitude of generated harmonic currents along with the operation of AC traction has nonlinear characteristics, and generated harmonic currents for high speed traction are more and more in high speed railroad(HSR) systems, especially. This paper presents probabilistic approximation method for the harmonic currents analysis about the operating speed of AC traction. To use probabilistic method for HSR system, probability density function(PDF) for collected operating speed based measure data is calculated. Mean and variance of harmonic currents of single traction are obtained based on the operating speed PDF and electrical traction model.

The results of Monte Carlo Simulation(MCS) are in well accordance with the experimental and analytic methods. The harmonics of different number of trainloads are systematically investigated. It is assessed by the total demand distortion(TDD) for the HSR system.

### 1. 서론

일반적으로 송·배전 계통은 3상 평형부하인 반면에 교류전기철도 부하는 단상 대용량 집중부하로 이동과 정지가 빈번하고 부하변동이 극심한 전기적 특성을 갖고 있기 때문에 급전계통에 필연적으로 전압강하로 인한 전압변동 및 불평형 그리고 전력변환장치나 제어장치에 전력용 반도체 소자로 인한 고조파 등 많은 문제가 발생되고 있다. 특히 고속으로 운전되는 고속철도라면 운행속도에 따른 고조파 전류발생은 더욱 그러하다. 또한 교류전기철도 부하는 일반적인 부하특성과는 상이하게 물리적으로 부하위치가 빈번하게 변화하는 등 급전계통의 전기적 특성이 열차의 물리적 환경에 따라 변하기 때문에 특성을 고려하여야 하며 전철변전소 사고에 의한 연장급전이나 향후 교통량 증가에 의한 중대부하 운행 중에도 대처하지 않으면 안 된다.

본 논문에서는 철도차량 속도에 따른 고조파 전류의 분석을 기존의 결정론적인 방법이 아닌 확률론적 접근방법을 제시하는 바이다. 확률론적인 방법을 이용하기 위해서 운행 속도에 따른 전류의 고조파의 실험데이터를 기초로 속도에 대한 확률밀도 함수를 계산하였다. 확률밀도 함수를 바탕으로 평균과 분산을 통하여 고조파 전류의 불확실성을 예측하였다. 또한 이를 바탕으로 철도차량 수가 증가되어 운행될 경우 변전소측에 유입되는 전류의 고조파 영향을 확률론적 고조파 벡터

\* 한양대학교 석사과정, 학생회원

\*\* 한양대학교 박사과정, 정회원

\*\*\* 한양대학교 정교수, 정회원

\*\*\*\* 한국 철도기술연구원, 정회원

의 함을 통하여 해석할 수 있는 방법을 제시하였다.

## 2. 철도차량의 운행에 따른 전류의 확률밀도 함수

AC철도의 경우 스로트널암기를 통하여 수전 단상 전압을 스위칭 소자로 제어되는 권피터 및 인버터를 통하여 3상 교류 전원으로 변환하여 AC(교류) 유도 전동기를 구동하는 방식이다. 하지만 이런 스위칭 소자의 이용은 고조파 전류의 발생 원인이 된다. 이러한 고조파는 아래 식과 같이 실수(Real)부분과 허수(Imaginary)부분으로 분리된다.

$$k = \sum_{i=1}^n X_i + j \sum_{i=1}^n Y_i \quad (1)$$

여기서,  $k$ 는 고조파 자수

$X, Y$ : 고조파 전류의 실수부와 허수부

철도차량 운행시 철도차량의 운행 속도에 따른 고조파 전류의 크기는 다르게 표현 될 것이고 FFT를 이용한 어떤 한 특정에서의 구간의 속도에 따른 기본파부터 제 13고조파까지의 크기와 위상을 그림 1에 나타내었다.

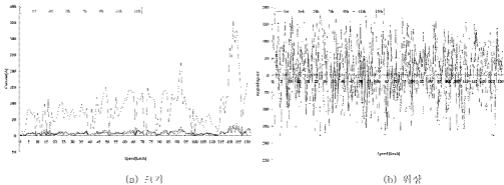


그림 1. 속도에 따른 고조파 전류의 크기와 위상

### 2.1 속도의 확률밀도 함수(Probability Density Function)

고조파 전류는 철도의 운행속도에 따라 다르기 때문에, 운행속도는 고조파의 확률론적 분석기법에서 확률변수로 사용되었다. 아래의 그림은 고속철도 임의의 구간에 따른 속도의 확률분포곡선으로서 수의 측정된 데이터를 기반으로 해야 하지만 자료의 부재로 인하여 임의 측정된 데이터를 표준데이터로 가정하였다. 각 속도 구간은  $km/h$ 로 분리하였고 속도의 증분,  $\Delta v = 1km/h$ 이다. 속도  $v$ 에 따른 확률은 아래 식 (2)와 같이 정의된다.

$$P_v = (v_i < V < v_{i+1}) \quad (2)$$

따라서 이 값은 주어진 그림 2의 확률밀도 함수로부터 계산될 수 있다.

$$P_v = \frac{(P_{v_i} + P_{v_{i+1}})}{2} \Delta v_i \quad (3)$$

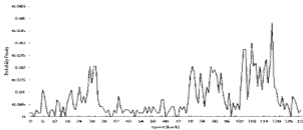


그림 2. 질도차량의 운행속도에 따른 파동분포함수

## 2.2 각 고조파 전류의 기대값(Expected Value) 및 분산(Variance)

각각의 고조파전류는 중심극한이론(Central Limit Theorem)을 기초로 하여 각각의 고조파전류는 정규분포(Normal Distribution)를 따른다고 할 수 있고, 아래식과 같이 일반화 된다.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4)$$

따라서 위의 확률밀도 함수를 구하기 위해서는 기대값( $\mu$ )과 표준편차( $\sigma$ )의 추정치를 구하여야 한다. 이들의 변수는 다음과 같은 과정에 의해 계산할 수 있다.

- 고조파 전류의 실수부의 기대값의 추정치와 실수부 표준편차의 추정치 다음 식 (5)와 (6)을 이용하여 계산될 수 있다.

$$\hat{\mu}_x = \int_a^{max} X_n(t)P(t)dt - \sum_{n=1}^{max} X_n(t)P_n \quad (5) \quad \hat{\sigma}_x = \sqrt{\sum_{n=1}^{max} X_n(t)^2 P_n - \mu_x^2} \quad (6)$$

- 마찬가지로 고조파 전류의 허수부의 기대값과 표준편차의 추정치는 식 (7)과 (8)로 표현한다.

$$\hat{\mu}_y = \int_a^{max} X_n(t)P(t)dt - \sum_{n=1}^{max} X_n(t)P_n \quad (7) \quad \hat{\sigma}_y = \sqrt{\sum_{n=1}^{max} X_n(t)^2 P_n - \mu_y^2} \quad (8)$$

이상과 같이 분석적 기법으로 구한 파라미터 값을 검증하기 위해 MCS(Monte Carlo Simulation) 방법을 사용하였다. 시뮬레이션 시도횟수는 40000회 반복하였고, 표 (1)에서 알 수 있듯이 그 결과가 매우 정확함을 확인할 수 있다.

표 1. 분석적 기법과 MSC를 이용한 결과 비교

	확률론적 방법(Analytic Method)						MSC Method		
	Mean			Std. Deviation			Mean		
	전류크기	X	Y	전류크기	X	Y	전류크기	X	Y
1st	86.78	30.95	16.84	64.160	64.72	73.89	87.16	31.07	16.87
3rd	10.83	4.53	0.25	7.63	8.43	8.58	11.08	4.54	0.25
5th	6.63	3.78	0.43	5.28	4.95	5.19	6.81	3.79	0.43
7th	9.27	3.54	1.35	6.22	6.91	7.56	9.53	3.55	1.35
9th	5.71	0.90	1.60	6.35	6.12	4.34	5.28	0.90	1.60
11th	7.88	2.34	1.17	5.68	6.63	6.51	8.27	2.35	1.16
13th	7.29	2.50	0.31	5.43	6.20	6.38	7.74	2.49	0.31

### 2.3 Joint Probability Density Function(JPDF)

철도 변전소에서는  $n$ 개의 차량이 독립적으로 운행 될 것이다. 즉, 독립적인 확률변수  $x_i$ 가  $n$ 개 주어질 때 이들의 합은  $x_t$ 로 나타낼 수 있다. 또한 이것은  $n$ 개의 기대치의 합( $\mu_t$ )와 표준편차의 합( $\sigma_t$ )를 가진 확률밀도 함수이다.  $X_i$ 와  $Y_i$ 가 공동으로 정규분포라는 것을 증명하기 위해, 선형 결합(Linear Combination)  $aX_i + bY_i$ 는 모두  $a$ 와  $b$ 에 대하여 정규분포라는 것을 증명하는 것으로 이를 설명 할 수 있다. 선형결합은 식 (9)와 같다.

$$aX_{i,h} + bY_{i,h} = \sum_{i=1}^N aX_{i,h} + \sum_{i=1}^N bY_{i,h} = \sum_{i=1}^N aX_{i,h} + bY_{i,h} \quad (9)$$

$X_{i,h}$ 와  $Y_{i,h}$ 의 성분은 물리적인 양이므로, 이들의 평균과 분산은 유한해야 한다. 따라서,  $n$ 이 충분히 크다면 중심극한정리에 의해  $aX_{i,h} + bY_{i,h}$ 가 정규분포를 따른다고 결론지을 수 있다. 두개의 확률분포를 하나의 확률분포 함수로 나타낼 수 있는 JPDF는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$f_{xy}(x_t, y_t) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho_t^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho_t^2)} \left( \frac{(x_t-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho_t(x_t-\mu_x)(y_t-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y_t-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} \right)} \quad (10)$$

또한 각각의 변수는 다음 식 (11), (12)와 같다.

$$\mu_{x_t} = \sum_{i=1}^n \mu_{xi}, \mu_{y_t} = \sum_{i=1}^n \mu_{yi}, \sigma_{x_t} = \sum_{i=1}^n \sigma_{xi}, \sigma_{y_t} = \sum_{i=1}^n \sigma_{yi} \quad (11) \quad \rho_t = \frac{C(X_t, Y_t)}{\sigma_{xt}\sigma_{yt}} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \sigma_{xi} \sigma_{yi}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n \sigma_{xi}^2)(\sum_{i=1}^n \sigma_{yi}^2)}} \quad (12)$$

여기서  $\rho_i = \frac{C_i}{\sigma_{xi}\sigma_{yi}} = \frac{E_i(X_i Y_i) - \mu_{xi}\mu_{yi}}{\sigma_{xi}\sigma_{yi}}$

단,  $|C| \leq \sigma_x \sigma_y, |\rho| < 1$

실수와 허수의 고조파의 크기는  $Z_i = \sqrt{X^2 + Y^2}$ 으로 표현 할 수 있다.  $D_z = Z \geq \sqrt{X^2 + Y^2}$ 이고 이때의 함수  $F_z(Z)$ 는 이 범위의 확률크기와 같다. 만일  $f(X, Y) = g(r)$ 일 때 이 함수는 식 (13)과 같이 나타 낼 수 있다.

$$F_z(Z) = 2\pi \int_0^Z r g(r) dr \quad Z > 0 \quad (13)$$

고조파 전류  $X$ 와  $Y$ 는 독립적이므로 만일  $f(X, Y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(z/2\sigma^2)}$  일 때, 이때의 누적밀도 함수(Cumulative Density Function)은 식 (14)를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$F_z(Z) = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^Z r e^{-r^2/2\sigma^2} d\tau = 1 - e^{-z^2/2\sigma^2} \quad (14)$$

그림 (3)과 (4)는 각각 식 (10), (14)를 이용하여 나타낸 그림으로써, 전체 전류에 대하여 철도차량이 2대 운행될 때의 JPDF와 기본파와 제 3고조파의 CDF(Cumulative Density Function)를 나타내었다.

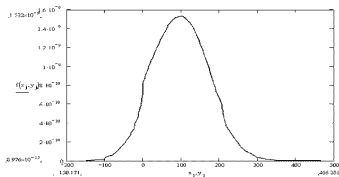


그림 3. 전체 전류의 JPDF

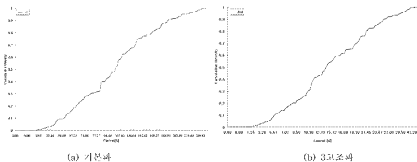


그림 4. 2대의 저장 유행시 각각의 고조파의 CDF

## 2.4 Total Demand Distortion(TDD)

TDD는 최대 부하전류의 고조파 전류 유효값으로써 IEEE 519-222 Std.를 기준으로 하고, 전류 유효를 다음 식 (16)을 이용하여 구할 수 있다.

$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{25} I_h^2}}{I_L} \quad (16)$$

여기서  $h$  : 고조파 차수 ,

$I_h$  : 각 차수별 고조파 전류

$I_{SC}$  : 최대 단락전류,

$I_L$  : 최대 부하전류

저장이 단독으로 운전될 때와 2대가 같이 운전될 때의 TDD를 분석해 본 결과 단독으로 운전될 때 보다 두 대가 운전될 때 TDD의 값이 낮아지는 것을 확인 할 수 있다. 이것은 각각의 고조파의 값이 벡터적인 합에 의해 설명 될 수 있다. 그림 (5)는 각각의 단독 운전시와 두 대가 같이 운전될 때의 TDD의 PDF로써 전선의 PDF는 각각 1대의 저장이 운전될 때의 결과를 의미하고, 점

선의 TDD는 2대의 차량이 함께 운전된 때의 결과를 나타낸다.

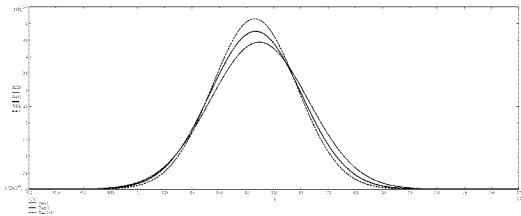


그림 5. 각 전기전도차량 운행에 따른 TDD의 PDF 및 총 TDD의 PDF

#### 4. 결론

본 논문에서는 결정론적인 방법인 측정에 의한 분석이 아닌 확률론적인 방법을 이용하여 각각의 차량의 운행이력에 관한 데이터를 이용하여 각각의 차량에 대한 고조파의 JPDF를 계산하였고, MCS를 이용하여 이 기법의 타당성을 입증하였다. 이를 바탕으로 N대의 차량으로 확장되었을 경우 변전소측에 미치는 고조파 전류 분석의 틀을 마련하였고, 이러한 결과를 통하여 다수의 차량이 운행 될 경우 왜나이나 전류 및 전압의 불평형, 왜곡 등 전력품질을 저하시키는 고조파를 분석할 수 있는 확률론적 기법을 제시하였다.

단일 운전시의 TDD와 다수 차량의 운전시에 TDD를 계산하여 비교해 본 결과 단일 운전시 보다 다수의 차량이 운전한 경우 전체 TDD가 낮아짐을 확인할 수 있었다. 그 이유는 고조파 전류는 크기와 위상을 갖는 벡터로 표현되므로, 이러한 고조파 전류의 벡터적 합의 크기가 감소되었음을 의미한다.

---

#### 감사의 글

이 논문의 연구는 산업자원부 지정 '전력신뢰도/품질 연구센터'에서의 재정적인 지원을 받아 진행되었습니다. 본 센터에는 정성태, 서윤태, 송성태, 전복태, 한양태의 교수님들과 대학원생들이 연구원으로 참여하고 있습니다.

---

#### REFERENCES

1. YE Zhongming, PONG M.H, YUEN K. H. "Harmonic Evaluation of Traction System by Monte Carlo Simulation", *Power Electronics Specialists Conference*, Vol. 1, pp. 424-429, 1999
2. W. E. Kuzibwa, T. H. Otmeyn, M. S. A. A Hammam, "Summation of Probabilistic Harmonic Vector", *IEEE Transaction on Power Delivery*, Vol. 4, No. 1, pp. 621-628, 1989.
3. Y. j. Wang, L. Pierrat, L. Wang, "Summation of Harmonic Currents Produced by AC/DC Static Power Converters with Randomly Fluctuating Loads", *IEEE Transaction. on Power Delivery*, Vol. 9, No. 2, pp. 1129-1135, 1994.
4. A. Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes", 3rd Ed., McGraw-Hill, New York, 1991
5. Seung-Hyuk Lee, Jin-O Kim, Hyun-Soo Jung, "Analysis of Catenary Voltage of AT-Fed AC HSR System", *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, Vol. 53, No. 6, pp.1856-1862, 2004.