하천흐름해석을 위한 상향가중의 3차원 유한요소모형 개발

Development of Three-Dimensional Finite Element Model Using Upwind Weighting Scheme for River Flow

한건연*, 백창현, 최승용*****

Kun Yeun Han, Chang Hyun Baek, Seung Yong Choi

Abstract

Even though the relative importance of length scale of flow system allow us to simplify three dimensional flow problem to one or two dimensional representation, many systems still require three dimensional analysis.

The objective of this study is to develop an efficient and accurate finite element model for analyzing and predicting three dimensional flow features in natural rivers and to extend to model spreading of pollutants and transport of sediments in the future. Firstly, three dimensional Reynolds averaged Navier-Stokes equations with the hydrostatic pressure assumption in generalized curvilinear coordinates were combined with the kinematic free-surface condition. Secondly, to simulate realistic high Reynolds number flow, the model employed the Streamline Upwind/Petrov-Galerkin(SU/PG) scheme as a weighting function for the finite element method in conjunction with an appropriate turbulence model(Smagorinsky scheme for the horizontal plain and Mellor-Yamada scheme for the vertical direction).

Several tests is performed for the purpose of validation and verification of the developed model. A simple rectangular channel, S-shaped and U-shaped channel are used for tests and comparisons are made with RMA-10 model. Runs for each case is converged stably without a oscillation and calculated water-surface deformation, longitudinal and transversal velocities, and velocity vector fields are in good agreement with the results of RMA-10 model.

Key words: Three dimensional Finite element method, Streamline Upwind/Petrov-Galerkin scheme, Kinematic free-surface condition

1. 서 론

하천에서의 흐름해석을 위해서는 다양한 차원의 모의가 고려될 수 있으나, 수공구조물 주변에서의 흐름, 하천의 만곡부, 지류유입부, 하구부 등에서의 성층화된 구간 등에서 흐름특성, 유사이동, 이송-확산 해석 등을 위해서는 보다 정교한 해석이 요구된다. 이러한 문제는 3차원에 의한 접근이 필요하지만 대부분의 수치모형의 형태는 수심에 대해 적분하거나 연직방향으로 분할시킨 2차원 근사에 의존하고 있으며 하천수리해석 목적을 위해 정확하고 신뢰할 수 있는 3차원 모형의 개발은 부족한 실정이다.

본 연구의 목적은 복잡한 지형과 자연 하천구조의 동역학적인 흐름환경을 효과적으로 다루고 오염물질의 이송-확산 해석 및 토사이송 해석과 연계하기 위해서, 하천에서의 3차원적인 흐름특성을 해석하고 예측할 수 있는 효율적이고 정확한 유한요소모형을 개발하는데 있다.

* 정회원·경북대학교 토목공학과 교수·E-mail : kshanj@knu.ac.kr
** 정회원·서울시정개발연구원 도시정보연구센터 초빙부연구위원·E-mail : bch@sdi.re.kr
*** 경북대학교 토목공학과 석사과정·E-mail : eco-friend@hanmail.net

2. 모형의 개발

2.1 기본방정식

3차원 하천흐름에 대한 유한요소모형을 전개하기 위하여 연직방향 가속도와 속도 성분은 수평방향에 비교하여 훨씬 작다고 가정하면 완전한 3차원 방정식은 2개의 운동량 방정식과 적분형태의 연속방정식으로 이루어진다.

$$\rho\left\{\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right\}+\rho g\left(\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial a}{\partial x}\right)-\Gamma_x -\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{xx}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{xy}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_{xz}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right)=0 \quad (1)$$

$$\rho\left\{\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right\}+\rho g\left(\frac{\partial h}{\partial y}+\frac{\partial a}{\partial y}\right)-\Gamma_y -\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_{yx}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_{yy}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_{yz}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right)=0 \quad (2)$$

$$\int_a^{a+h}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)dz+u_s\frac{\partial(a+h)}{\partial x}+v_s\frac{\partial(a+h)}{\partial y}+\frac{\partial h}{\partial t}-u_b\frac{\partial a}{\partial x}-v_b\frac{\partial a}{\partial y}=0 \quad (3)$$

모형에 대한 주요 종속변수는 수평 유속성분 u와 v, 수심 h이며, w에 대한 값은 별도로 계산된다.

2.2 이동경계조건

3차원 천수방정식을 해석하기 위하여 공간적으로 변화하는 하상과 시간적으로 변화하는 수면에 대해 고려해야 하고 많은 모형들은 수치적인 어려움으로 인해 sigma 변형(King, 1982)이나 수정된 sigma 변형방법(King, 1985)과 같은 고정된 수치격자를 이용한다. 이들은 계산의 수렴성에서는 장점을 가질 수 있지만 운동량을 보전하지 못하거나, 수면에서 적절한 유속을 구하지 못하는 등의 단점이 존재하므로 수치적인 어려움을 극복할 수 있다면 이동경계 시스템을 적용하는 것이 이상적이고 합리적인 방법인 것으로 판단된다.

(ξ, η, ζ, τ')를 이동 시스템의 좌표라고 하면 이동 경계시스템을 고정된 기준체계와 관련시키기 위해 미분에 대해 chain 법칙을 사용하고, 시간에 대해서는 $\frac{\partial t}{\partial \xi}=\frac{\partial t}{\partial \eta}=\frac{\partial t}{\zeta}=0$, $\tau' = t$을 적용하여 속도 u 성분을 고려하면 시간 가속도는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial \tau'}-\frac{\partial x}{\partial \tau'}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial y}{\partial \tau'}\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial z}{\partial \tau'}\frac{\partial u}{\partial z} \quad (4)$$

$\frac{\partial x}{\partial \tau'}$, $\frac{\partial y}{\partial \tau'}$, $\frac{\partial z}{\partial \tau'}$의 값은 이동격자의 절점속도이고, 이들은 종속변수의 시간적 변화량이 격자의 변형률에 의해 수정되어야 한다. 이동격자인 경우, 식 (4)는 시간 미분함수에 대해 대입되어져야 하고 고정격자의 경우, 식 (4)의 마지막 3개의 항은 0이 되고 $\frac{\partial u}{\partial t}$는 변하지 않는다. 본 연구에서는 단지 z성분이 자유수면의 이동을 가지고 변형되도록 허용되기 때문에 식 (4)는 다음과 같이 변형되고, 지배방정식의 모든 미분함수는 식 (5)에 의해 수정된다.

$$\frac{\partial}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial \tau'}-\frac{\partial z}{\partial \tau'}\frac{\partial}{\partial z} \quad (5)$$

2.3 Streamline Upwind/Petrov-Galerkin 기법

대류가 지배하는 흐름에서 Standard Galerkin 방법은 해석에서 비선형 불안정성을 가진다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위하여 상향가중기법이 선택적인 소산을 도입하기 위하여 이용되고 이는 $2\Delta x$의 파장에서 과도한 동요항을 제거하게 한다. 뿐만 아니라, 높은 Reynolds에서 흐름은 상당한 대류가 지배하게 되므로 상향가중기법의 이용은 필수적이 되지만 비선형 문제에 있어서 상향가중기법의 적용은 제약을 받게 된다. 예를 들면, 체적력을 포함한 문제에 있어서 이들 항에 대한 일관된 가중의 적용은 불안정한 알고리듬을 초래한다. 따라서 이러한 것들과 몇몇의 다른 이유로 인해 상향가중함수는 단지 대류항에 대해서만 적용하였다. 따라서 본 모형에 적용되는 상향가중함수는 다음과 같다.

$$W_i = N_i + \frac{\alpha \bar{l}}{2|V|}\left(u\frac{\partial N_i}{\partial x} + v\frac{\partial N_i}{\partial y} + w\frac{\partial N_i}{\partial z}\right) \tag{6}$$

여기서 $\alpha = \coth\gamma/2 - 2/\gamma$, $\gamma = Re|V|\bar{l}$ (요소 Reynolds 수)로 표현된다.

3. 모형의 적용

3.1 직사각형 수로

변형되는 격자에서 흐름장을 계산하는 모형의 능력을 검토하기 위하여 균일한 직사각형 수로에 대해서 수치 모의를 실시하였다. 12 × 0.9 m의 길이와 폭을 가지고, 연직방향으로 4개의 층이 구성된다. 수평면에서 181개의 표면절점과 50개의 표면요소를 가지고 전체적으로는 1,169개의 절점과 420개의 요소로 구성되었다. 모형 적용결과, 수위 및 유속분포는 RMA-10 모형결과와 유사한 형태를 나타내었다.

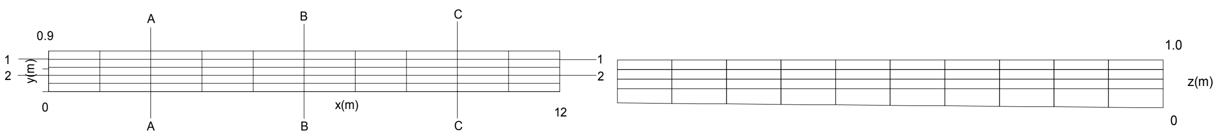


그림 1. 직사각형 수로 격자

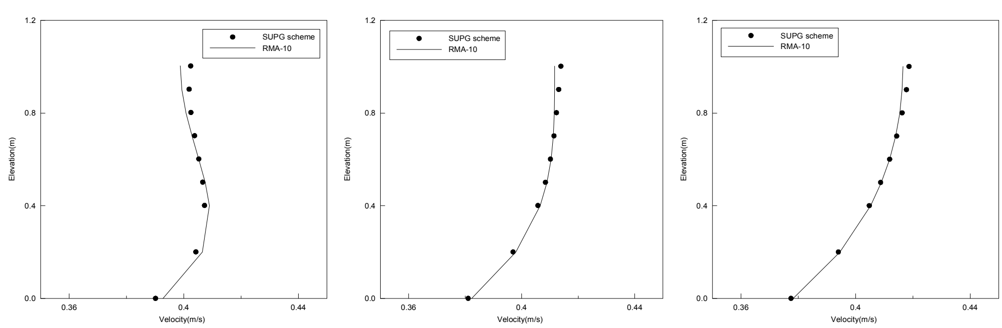


그림 2. 직사각형 수로 종단유속 비교 (2-A, 2-B, 2-C 단면)

3.2 S자형 곡선수로

수평면으로는 S자 형태이고 완만한 경사를 가진 균일하도에 대해서 수치 모의를 실시하였다. 20.5 × 2.75 m의 길이와 폭을 가지고, 연직방향으로 3개의 층이 구성되었다. 수평면에서 1,004개의 표면절점과 301개의 표면요소를 가지고 전체적으로는 중앙 절점과 정점을 포함하여 5,072개로 이루어지며 요소는 2차원 경계요소와 3차원 요소를 포함하여 1,805개로 구성되었다. 본 연구모형과 RMA-10 모형과의 수위 및 유속비교 결과, 전체적으로 유사한 형태의 분포특성을 나타내었다.

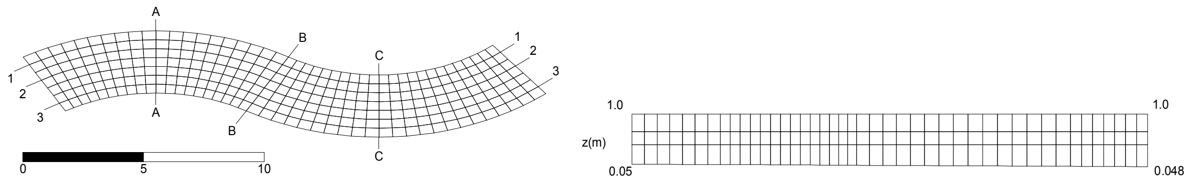
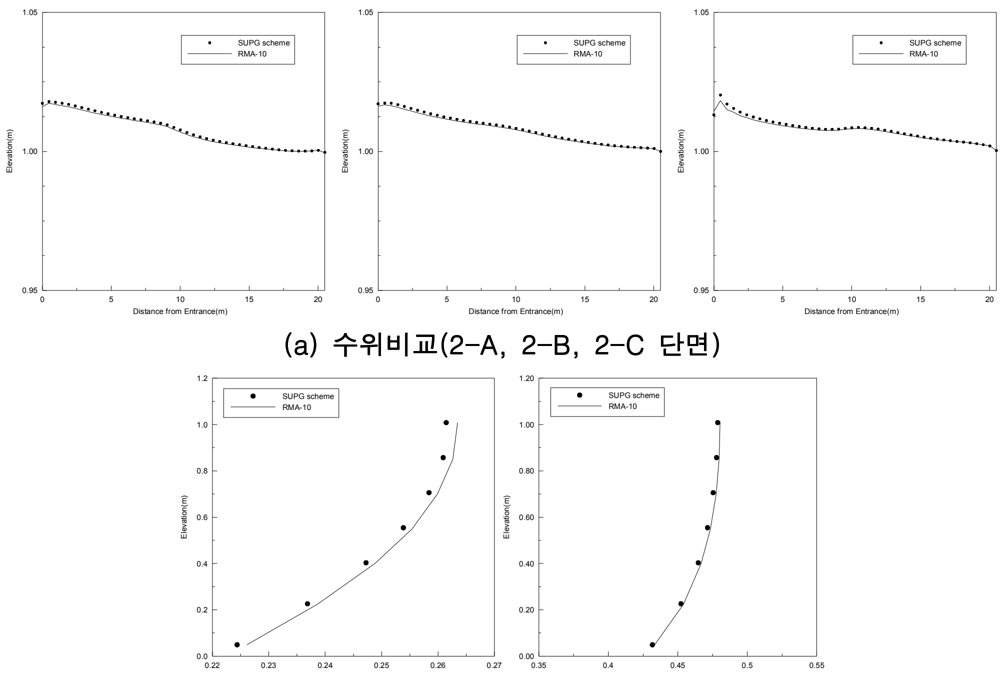


그림 3. S자형 곡선수로 격자



(a) 수위비교(2-A, 2-B, 2-C 단면)

(b) 횡단 및 종단 유속비교(2-B 지점)

그림 4. S자형 곡선수로에 대한 모형결과 비교

3.2 U자형 만곡수로

만곡수로에서 흐름의 모의는 2차류의 형성 등으로 인하여 수리학에 있어서 상당한 중요성을 가지고 있으 특히 만곡부에서는 흐름이 난류이고 3차원적이기 때문에 개발된 3차원 모형에 대한 정확성의 검증을 위해서는 필수적이다. 만곡부에 대한 RMA-10 모형과의 수위 및 유속에 대한 비교결과, 수위와 유속 모두 약간의 차이는 있으나 대체적으로 일치하고 있었고, 두 모형 모두 만곡으로 인한 특성을 잘 나타내고 있었다. 두 모형의 차이는 본 연구모형은 이동경계조건을 이용하여 수면에 대한 유속분포를 정확히 반영함에 비해 RMA-10 모형은 수정된 sigma 변형을 통해 수면을 일정하게 고정시킨 결과로 인해 발생한 것으로 판단되었다.

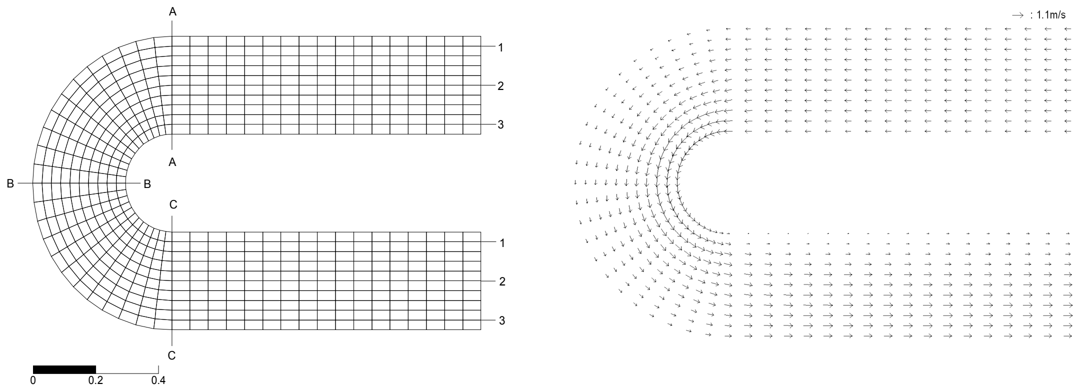


그림 5. U자형 만곡수로 (a) 격자 (b) 수평면 유속분포

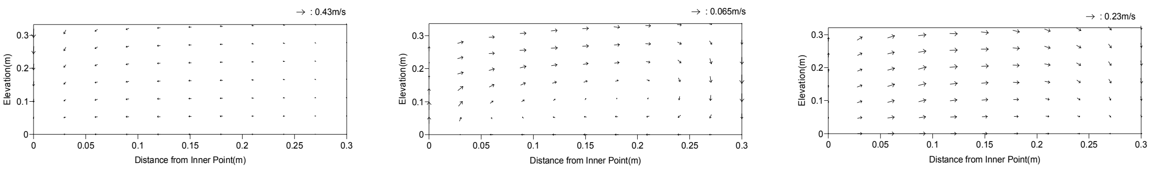


그림 6. 만곡부에 대한 적용결과(횡단면 유속분포)

4. 결론

본 연구에서는 하천에서의 동수역학적 흐름을 해석하기 위해 Streamline Upwind/Petrov-Galerkin 기법에 기초한 3차원 유한요소모형을 개발하였다. 본 연구모형은 적절한 난류특성을 반영하여 다양한 하도에 대해 3차원 흐름특성을 보다 정확하게 나타내었고 이동경계조건의 도입으로 변화하는 수면을 유동성 있게 처리함으로써 안정되고 정확한 해석결과를 얻을 수 있었다. 향후에는 본 연구모형을 기초로 하여 오염물질의 이송-확산 해석 및 토사이송 해석과 연계되도록 연구가 지속되어야 할 것으로 판단된다.

감 사 의 글

본 연구는 과학기술부가 출연하고 수자원의 지속적 확보기술개발사업단에서 위탁 시행한 21세기 프론티어 연구개발사업중 “RAMS 개발”(과제번호 2-3-1)에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. 한건연, 백창현, 박경옥 (2003). “SU/PG 기법에 의한 하천흐름의 유한요소해석 : I. 이론 및 수치안정성 해석.” *대한토목학회논문집*, 제24권, 제3B호, pp. 183-192.
2. 한건연, 박경옥, 백창현 (2003). “SU/PG 기법에 의한 하천흐름의 유한요소해석 : II. 적용.” *대한토목학회논문집*, 제24권, 제3B호, pp. 193-199.
3. 한건연, 박경옥, qorckdgus, 최규현 (2005). “SU/PG 기법에 의한 2차원 하천 동수역학 해석.” *대한토목학회논문집*, 제25권, 제2B호, pp. 89-96.
3. Hicks, F.E. and Steffler, P.M. (1992). "Characteristic dissipative Galerkin scheme for open channel flow." *Journal of Hydraulics Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 2, pp. 337-352.