

비선형 함대함 미사일의 적응 디지털 제어기 설계

Adaptive and Digital Autopilot Design for Nonlinear Ship-to-Ship Missiles

임기홍* 최진영**
(Ki Hong Im* Jin Young Choi**)

Abstract - This paper proposes a practical design method for ship-to-ship missiles' autopilot. When the pre-designed analogue autopilot is implemented in digital way, they generally suffer from severe performance degradation and instability problem even for a sufficiently small sampling time. Also, aerodynamic uncertainties can affect the overall stability and this happens more severely when the nonlinear autopilot is digitally implemented. In order to realize a practical autopilot, two main issues, digital implementation problem and compensation for the aerodynamic uncertainties, are considered in this paper. MIMO (multi-input multi-output) nonlinear autopilot is presented first and the input and output of the missile are discretized for implementation. In this step, the discretization effect is compensated by designing an additional control input. Finally, we design a parameter adaptation law to compensate the control performance. Stability analysis and 6-DOF (degree-of-freedom) simulations are presented to verify the proposed adaptive autopilot.

Key Words : nonlinear control, Missiles, Singular perturbation-like method, Digital implementation

1. 서론

최근에 비선형 조종기에 대한 여러가지 연구가 이루어짐으로써, 많은 성능향상이 있었다[1-8]. 특히 비최소위상인 미사일 동력학에 특이섭동기법을 적용하여 이를 약한 최소위상으로 근사화 함으로써 높은 조종성능을 구현한 연구가 있다[8]. 이를 통하여 미사일의 가속도를 출력으로 직접 지정함으로써 계환선형화와 같은 일반적인 비선형 제어기법의 적용이 가능하다. 그러나 이와 같이 잘 설계된 조종기의 경우에도, 디지털 환경에서 실제로 구현하면 어느정도의 또는 심각한 성능저하를 보이는 것이 일반적이며 심한 경우에는 안정성에 영향을 주는 경우도 발생하게 된다. 특히 실제 대기의 상태와 같이 공력의 불확실성이 존재하는 경우에는 이러한 특성이 더욱 심각하게 나타난다. 본 논문에서는 미사일의 비선형 조종기를 실제로 구현할 때 발생할 수 있는 두가지 문제점을 해결하는 조종기를 설계한다. 먼저 특이섭동 기반으로 설계된 비선형 조종기를 이산화하는 과정에서 발생하는 특성을 보상하는 방법을 제안한 후, 공력 불확실성에 의한 특성을 보상하는 적응조종기를 설계한다.

2. 비선형 조종기의 이산화 및 특성보상

함대함 미사일의 동력학에 부분선형화 제어입력을 도입하고 특이섭동기법을 각축의 각속도 동력학에 적용하면

$$\begin{cases} \dot{\bar{\beta}} = \frac{\bar{u}_y}{U} \\ \dot{\bar{r}} = -K_r^{-1} \left\{ -\frac{QSD(BX_{\alpha} - 1)}{I_M(h_c + DB)} C_{\alpha} - \frac{Um(X_{\alpha} h_c + D)}{I_M(h_c + DB)} \left(\frac{u_y}{U} - p\alpha \right) \right\} \\ \dot{\bar{A}}_y = \frac{QSD}{(X_{\alpha} h_c + D)m} \bar{C}_{\alpha}(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) + \frac{Hh_v}{(X_{\alpha} h_c + D)m} UC_{\alpha} \bar{r} \end{cases} \quad (1)$$

와 같은 약한 최소위상의 미사일 동력학을 얻을 수 있다. 이 때 제어입력과 보상기를 각각

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} QSD \\ (X_{\alpha} h_c + D)Um \end{pmatrix}^{-1} \cdot \bar{A}_{\omega}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \bar{v}_y \\ \bar{v}_z \end{pmatrix}, \\ \begin{cases} \dot{\bar{v}}_y = -\theta \bar{v}_y + \theta_2 (A_{y_c} - \bar{A}_y) \\ \dot{\bar{v}}_z = -\theta \bar{v}_z + \theta_2 (A_{z_c} - \bar{A}_z) \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

와 같이 설계하면 준 시스템은 아래와 같이 안정한 기준모델을 추종하게 된다. [8]

$$\ddot{\bar{A}}_y + \theta_1 \dot{\bar{A}}_y + \theta_2 \bar{A}_y = \theta_2 A_{y_c}, \quad \ddot{\bar{A}}_z + \theta_1 \dot{\bar{A}}_z + \theta_2 \bar{A}_z = \theta_2 A_{z_c} \quad (3)$$

$$\begin{cases} v_y[k+1] = (1 - T_s \theta_1) v_y[k] + T_s \theta_2 (A_{y_c}[k] - A_y[k]), \\ v_z[k+1] = (1 - T_s \theta_1) v_z[k] + T_s \theta_2 (A_{z_c}[k] - A_z[k]) \end{cases} \quad (4)$$

와 같다. 동시에 이산화 특성을 해석하기 위해서 피치축 각속도 동력학을 이산화 하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} r[k+1] = K_{\alpha} r[k] \\ + T_s \left\{ -\frac{QSD(BX_{\alpha} - 1)}{I_M(h_c + DB)} C_{\alpha} - \frac{Um(X_{\alpha} h_c + D)}{I_M(h_c + DB)} \left(\frac{u_y[k]}{U} - p\alpha[k] \right) \right\} \end{cases} \quad (5)$$

여기서 $K_{\alpha} = 1 + T_s K$ 이다. 이때 이산화 상태의 안정성과 추종상의 채터링 제거특성을 만족하기 위해서는 다음의 두가지 조건이 만족되어야 한다.

저자 소개

- * 임 기 홍 : 서울대학교 전기컴퓨터공학과 박사과정
- ** 최 진 영 : 서울대학교 전기컴퓨터공학과 교수

$$|K_{v_x}| < 1, |K_{v_y}| < 1, K_{v_z} > 0, K_{v_w} > 0 \quad (6)$$

이 조건들을 샘플링 시간에 대한 조건으로 변환하면

$$0 < T_s < -\frac{1}{K_{v_x}}, -\frac{1}{K_{v_y}} \quad (7)$$

이 된다. 미사일 모델의 계수값들을 대입해서 우변을 계산하면 $T_s < 1.4\text{ms}$ 인데, 이는 실제의 구현로 구현되기에는 너무 제한적인 조건이다. 이러한 결과는 여러 모의실험 결과를 통해서도 확인이 되었는데, 2ms 정도에서 급격한 성능저하와 채터링을 보이며 3-5ms 에서는 시스템의 안정성이 무너지게 된다. 이러한 문제점을 해결하고 더 넓고 안정적인 샘플링 시간을 확보하기 위해서 다음과 같은 제어입력을 제안한다.

$$u_y[k] = u_{y_c}[k] + u_{y_f}[k], u_x[k] = u_{x_c}[k] + u_{x_f}[k] \quad (8)$$

여기서 각각의 추가입력은 다음과 같다.

$$u_{y_c}[k] = K_c r[k], u_{y_f}[k] = -K_c \hat{q}[k] \quad (9)$$

주어진 추가입력은 가속도 동력학의 미분치에 비례하는 값을 가지게 된다. 그러나 이는 이산시간에서 다음시간에 대한 가속도 값을 요구하게 되므로, 본 논문에서는 미사일 동력학으로부터 다음과 같은 근사값을 도입한다.

$$\hat{r}[k] = K_r r[k] - \frac{QSD(BX_{q_y} - 1)}{I_{m_y}(h_y + DB)} C_y - \frac{Um(X_{q_y} h_y + D)}{I_{m_y}(h_y + DB)} \left\{ \frac{u_y[k]}{U} - pa[k] \right\} \quad (10)$$

정리 1: (9)의 추가 제어입력을

$$u_{y_f}[k] = \beta_c \left\{ \frac{m(X_{q_y} h_y + D)}{I_{m_y}(h_y + DB)} \right\}^{-1} \hat{r}[k] \quad (11)$$

와 같이 설계할 경우에 활용가능한 안정적인 샘플링 시간의 크기는 (7)보다 증가하며, 동시에 다음의 조건들을 만족시킨다: I) 이산화 안정화 조건을 유지한다; II) 기존 조종기의 정상상태오차를 증가시키지 않는다. 여기서 β_c 는

$$0 < \beta_c < \min((-K_{r_y}/2\sqrt{\beta_c} - 1), (-K_{r_y}/\theta_c - 1)) \text{ 를 만족한다.}$$

증명: [9] 참조.

첨언 1: 정리 1에서 설계된 디지털 조종 루우프는 이산화 과정에 의해서 미사일 가속도 출력의 정상상태오차를 증가시키지 않으므로 안정성이 보장되는 한도에서 비선형 조종기의 성능을 그대로 유지할 수 있다. 동시에 이산화 시의 안정성 한계를 (7)에서 보다 훨씬 증가시킨 10ms까지 확장함을 위의 모의실험 결과에서 확인할 수 있다. 실제 미사일 동력학 및 위의 보상루우프를 사용한 경우에 대한 오차동력학 유도 및 전체 안정성 증명은 생략되었으며 [9]에서 참조가 가능하다.

3. 공력불확실성에 대한 적응 조종기 설계

먼저 적응 조종기 설계를 위해서 공력불확실성을 매개변수화 하면 다음과 같다.

$$\phi_c = [\alpha \ \alpha' \ \beta \ \beta']^T, \Delta C_{D_i} = \theta \phi_c, (\cdot) = y, z, l, m, n \quad (12)$$

그러면 불확실성을 포함하는 미사일 동력학은

$$\Sigma_y : \begin{cases} \dot{\beta} = f_y + g_y + \theta_y^T \phi \\ A_y = h_y + \theta_y^T \phi \end{cases}; \Sigma_x : \begin{cases} \dot{\alpha} = f_x + g_x + \theta_x^T \phi \\ A_x = h_x + \theta_x^T \phi \end{cases} \quad (13)$$

와 같이 정리된다[11]. 이 동력학과 기준모델 (3)과의 오차동력학을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{cases} \varepsilon_y = A_y - A_{y_d} \\ \tilde{v}_y = v_y - v_{y_d} \end{cases}; \begin{cases} \varepsilon_x = A_x - A_{x_d} \\ \tilde{v}_x = v_x - v_{x_d} \end{cases} \quad (14)$$

정리 2: (13)의 미사일 모델과 (12)의 불확실성에 대해서 제어입력, 보상기, 매개변수 적응 법칙을 각각

$$\begin{pmatrix} g_y \\ g_x \end{pmatrix} = A_i^{-1} \cdot \left\{ \begin{pmatrix} v_y \\ v_x \end{pmatrix} - A_i \begin{pmatrix} f_y \\ f_x \end{pmatrix} - A_z \begin{pmatrix} \hat{\theta}_y \\ \hat{\theta}_x \end{pmatrix} \right\} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \dot{A}_y = v_y \\ \dot{v}_y = -av_y + b(A_{y_c} - A_y) \\ \dot{A}_{y_d} = v_{y_d} \\ \dot{v}_{y_d} = -av_{y_d} + b(A_{y_c} - A_{y_d}) \end{cases} \quad (16)$$

$$-\begin{pmatrix} \dot{\hat{\theta}}_y \\ \dot{\hat{\theta}}_x \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_y \\ \hat{\theta}_x \end{pmatrix}^T = \varepsilon^T P B \Gamma_{\phi_c}^T, -\begin{pmatrix} \dot{\hat{\theta}}_a \\ \dot{\hat{\theta}}_b \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_a \\ \hat{\theta}_b \end{pmatrix}^T = \varepsilon^T P C T_{ab} \quad (17)$$

와 같이 설계하면 (14)의 오차동력학은 안정하다. 여기서, 위식들에 포함된 행렬과 항들의 의미는 다음과 같다.

$$A_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_y}{\partial \beta} + \hat{\theta}_y^T \frac{\partial \phi_y}{\partial \beta} & \frac{\partial h_y}{\partial \alpha} + \hat{\theta}_y^T \frac{\partial \phi_y}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial h_x}{\partial \beta} + \hat{\theta}_x^T \frac{\partial \phi_x}{\partial \beta} & \frac{\partial h_x}{\partial \alpha} + \hat{\theta}_x^T \frac{\partial \phi_x}{\partial \alpha} \end{pmatrix}, A_z = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_y}{\partial \beta} \phi_y^T & \frac{\partial h_y}{\partial \alpha} \phi_y^T \\ \frac{\partial h_x}{\partial \beta} \phi_x^T & \frac{\partial h_x}{\partial \alpha} \phi_x^T \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi_y^T}{\partial \beta} (g_y + f_y) + \frac{\partial \phi_y^T}{\partial \alpha} (g_x + f_x) & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_x^T}{\partial \beta} (g_y + f_y) + \frac{\partial \phi_x^T}{\partial \alpha} (g_x + f_x) \end{pmatrix} \quad (18)$$

증명: (13)의 출력식을 미분하고 (15)의 제어입력을 이용하면 (14)의 오차동력학은

$$\begin{cases} \dot{\tilde{v}}_y = -a\tilde{v}_y - b\varepsilon_y \\ \dot{\tilde{v}}_x = -a\tilde{v}_x - b\varepsilon_x \end{cases}; \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_y - v_{y_d} \\ A_x - v_{x_d} \end{pmatrix} = A_2 \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_y \\ \tilde{\theta}_x \end{pmatrix} + A_3 \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_a \\ \tilde{\theta}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{v}_y \\ \tilde{v}_x \end{pmatrix} \quad (19)$$

이 되며 이를 정리하면

$$\varepsilon = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \varepsilon_y \\ \tilde{v}_y \\ \varepsilon_x \\ \tilde{v}_x \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -b & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -b & -a \end{pmatrix}}_A \varepsilon + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial h_y}{\partial \beta} \phi_y^T & \frac{\partial h_y}{\partial \alpha} \phi_y^T \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial h_x}{\partial \beta} \phi_x^T & \frac{\partial h_x}{\partial \alpha} \phi_x^T \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_B \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_y \\ \tilde{\theta}_x \end{pmatrix}$$

$$+ \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial \phi_y^T}{\partial \beta} (g_y + f_y) + \frac{\partial \phi_y^T}{\partial \alpha} (g_x + f_x) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_x^T}{\partial \beta} (g_y + f_y) + \frac{\partial \phi_x^T}{\partial \alpha} (g_x + f_x) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_C \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_a \\ \tilde{\theta}_b \end{pmatrix} \quad (20)$$

와 같다. 여기서 리아푸노프 함수를

$$V = \frac{1}{2} \varepsilon^T P \varepsilon + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_y \\ \tilde{\theta}_x \end{pmatrix}^T \Gamma_{\phi_c}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_y \\ \tilde{\theta}_x \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_a \\ \tilde{\theta}_b \end{pmatrix}^T \Gamma_{ab}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_a \\ \tilde{\theta}_b \end{pmatrix} \quad (21)$$

와 같이 구성하면 그 미분값은

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \varepsilon^T (A^T P + P A) \varepsilon + \varepsilon^T P B \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_y \\ \tilde{\theta}_x \end{pmatrix} + \varepsilon^T P C \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_a \\ \tilde{\theta}_b \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \dot{\tilde{\theta}}_y \\ \dot{\tilde{\theta}}_x \end{pmatrix}^T \Gamma_{\phi_c}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_y \\ \tilde{\theta}_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{\tilde{\theta}}_a \\ \dot{\tilde{\theta}}_b \end{pmatrix}^T \Gamma_{ab}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_a \\ \tilde{\theta}_b \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \varepsilon^T Q \varepsilon < 0$$

와 같다. 여기서 행렬 A 는 Hurwitz 이므로 다음을 만족하는 양의 행렬 P 가 존재하며 위의 오차동력학은 안정하다.

$$A^T P + P A = -Q < 0 \quad (\text{증명끝})$$

위와 같이 설계된 적응조정기를 2장에서와 같은 디지털 환경에서 구현하기 위해서는 다음과 같은 이산화 과정이 추가적으로 요구된다.

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{(z)}[k+1] = \hat{\theta}_{(z)}[k] + T_e e^T P B \Gamma_{(z)}^{-1}(\cdot) = y \text{ or } z \\ \hat{\theta}_{(b)}[k+1] = \hat{\theta}_{(b)}[k] + T_e e^T P C \Gamma_{(z)}^{-1}(\cdot) = a \text{ or } b \end{cases}$$

2장에서 설계된 디지털 보상 추가입력은 미사일의 특이섭동과정 및 출력방정식에 어떠한 영향도 미치지 않는다. 따라서 본 논문에서 설계된 이산화 보상 루우프와 적응보상루우프는 단순히 각각을 독립적으로 구현 및 적용함으로써 전체적인 적응 디지털 조종기의 구현이 가능하다.

4. 모의실험

앞에서 제안된 적응디지털 조종기의 성능을 평가하기 위한 모의실험에서 설계변수의 값 및 초기치는 다음과 같이 설정되었다.

$$\theta_1 = 1.414, \theta_2 = 1, \theta_{(z)}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, (\cdot) = y, z, a, b$$

$$\Gamma_y = [1 \ 3000 \ 0.4 \ 1200]^T,$$

$$\Gamma_z = [0.4 \ 1200 \ 1 \ 3000]^T,$$

$$\Gamma_{(b)} = [0.1 \ 10 \ 0.1 \ 10]^T$$

가속도 명령은 $\pm 3g$ 의 크기를 가지는 구형파가 입력되었다.

5. 결론

본 논문에서는 특이섭동 기반의 비선형 조종기를 실제 환경에 적용하기 위해서 디지털 환경에서 구현하면서 발생할 수 있는 이산화 특성보상 및 공력 불확실성에 대한 보상을 수행할 수 있는 적응디지털 조종기 설계방법을 제안하였다. 그리고 제안된 조종기의 성능평가를 위해서 합대함 미사일 모델에 적용하여 6-자유도 모의실험을 수행함으로써 조정성능 및 안정성을 10ms까지 유지할 수 있음을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] Lian, K.-Y., Fu L.-C., Chuang, D.-M., and Kuo, T.-S., "Nonlinear autopilot and guidance for a highly maneuverable missile", *Proceedings of the American Control Conference, Baltimore*, pp. 2293-2297, Maryland, 1994.
- [2] Hull, R.A., Schumacher, D., and Qu, Z., "Design and evaluation of robust nonlinear missile autopilots from a performance perspective", *Proceedings of the American Control Conference, Seattle*, pp. 189-193, Washington, 1995.
- [3] Huang, J., Lin, C.F., Cloutier, J.R., Evers, J.H., and D'Souza, C., "Robust feedback linearization approach to autopilot design", *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications*, pp. 220-225, Dayton, Ohio, 1992.
- [4] Singh, S.N. and Steinberg, M., "Adaptive control of feedback linearizable nonlinear systems with

application to flight control", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 19, pp. 871-877, 1996.

- [5] Cheng, V.H.L., Njaka, C.E., and Menon, P.K., "Practical design methodologies for robust nonlinear flight control", *Proceedings of AIAA, Guidance Navigation and Control Conference*, 96-3785, San Diego, CA, 1996.
- [6] Ridgely, D. B., and McFarland, M. B., "Tailoring Theory to Practice in Tactical Missile Control", *IEEE Control Systems Magazine*, December, pp. 49-55, 1999.
- [7] Chuk, M. N., Rabbath, C. A., Hori, N., and Lauzon, M., "Modern Multivariable and Multi-Loop Digital Redesign of Missile Autopilots", *Proceedings of the American Control Conference*, 1, pp. 414-419, 2003.
- [8] Im, K. H., Chwa, D., and Choi, J.Y., "Multi-Input Multi-Output Nonlinear Autopilot Design for Tail-Controlled Ship-to-Ship Missiles," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Submitted for publications, 2005.
- [9] Im, K. H., Kim, B. G., Chwa, D., and Choi, J.Y., "Digital Implementation of Nonlinear Autopilot for Ship-to-Ship Missiles," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006.

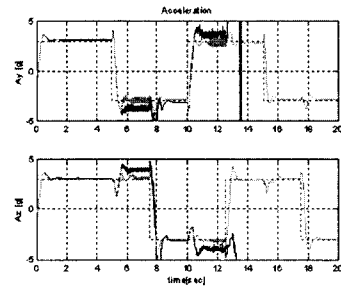


그림 1. 가속도 추종결과 1

(불확실성: 요-피치축 30%, 샘플링 시간: 10ms)

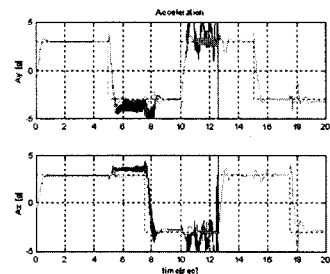


그림 2. 가속도 추종결과 2

(불확실성: 피치축 30%, 샘플링 시간: 10ms)

그림 1,2 공통: 점선-기준입력, 검정실선-비선형+적응조종+디지털보상, 회색실선-비선형+디지털보상