

# Optimal Control Model for Strategic Technology Transition

Jongjoo Kim · Bowon Kim  
KAIST Graduate School of Management  
Seoul, 130-722, Korea

## Abstract

In this research, we explore how to manage the transition of technology generations considering incremental innovation of the existing technology generation.

Firms can slow down decaying of the existing technology by continuous incremental improvements rather than introducing a new generation technology at the first time if the former strategy is better.

We characterize optimal technology transition problem by setting up an optimal control model. The model which is originally designed and solved by Thompson(1968) as a 'Machine maintenance problem' has been cited to build the main body of our model. With this analytical model, we derive optimal 'incremental innovation' strategy which is considering transition to the next technology.

Our analysis indicates that there exists a unique 'stopping incremental innovation timing'. Before the point of time, the decision maker should make his effort at a maximum level to enhance the current technology. However from the stopping timing to the final time horizon where the new technology is introduced, it is found that not to invest to the current technology any more is optimal.

## 1. Introduction

기술 발전 속도가 빨라지고, 제품 수명 주기의 단축에 따라, 산업 내의 지배적 디자인(dominant design: )을 결정하는 지배적 기술의 교체 역시 빈번하게 일어나는 현상이 되었다.

그러나 신기술의 교체 시점에 관한 과거의 연구들에 따르면, 기술의 최초 개발 시점과 이의 도입 시점 간에는 상당한 시간적 간극이 발견된다(Mansfield 1968; Doraszelski 2004).

이 문제에 대한 해석 중의 하나로 기존 기술의 점진적 혁신(incremental innovation)을 통해 기존 기술의 수명주기가 예상보다 오래 지속되어, 신기술의 도입 시점을 미루거나 혹은 아예 세대

교체 자체가 일어나지 않는 경우 역시 발생한다(Kim 2003).

앞으로 살펴볼 문헌 고찰에서도 지적되었지만, 서로 다른 성능을 가진 기술의 선택에 관한 연구들은 여러 학자들에 의해 비교적 긴 시간동안 연구되어 왔으나, 점진적 혁신과 신기술의 도입 시점에 대한 연구는 그 현실적 중요성에 비해 상대적으로 덜 이루어져왔다.

특정한 기술이 시장에서 널리 통용되다가, 새로운 세대의 기술이 사용 가능해졌을 때, 기업이 어느 시점에 새로운 세대의 기술을 도입할 것인가 그리고 기존 기술의 점진적 혁신에 대한 최적 투자 패턴을 의사 결정하는 것이 본 연구의 연구문제가 된다.

이 문제의 해결을 위하여, optimal control model 을 구성하여, 구세대 기술을 사용하는 기업이 현재 사용중인 기술에 대한 점진적 개선 투자를 어떤 패턴으로 실행하는 것이 최적 정책인지 도출해 본다.

## 2. Literature Review

Barzel(1968)의 연구는 혁신의 도입은 산출물의 증가에 따른 이득에 의한 것이라는 주장을 편 첫 번째 학문적 연구였다는 점에서 의의를 가진다. 그는 시장의 경쟁이 혁신을 위한 기업의 자원 투자를 최적보다 과하게 만드는 원인으로 보았으며, 혁신의 도입으로 인한 가치를 혁신을 최초로 도입한 기업이 전유할 수 없다는 점이 혁신에 대한 투자를 최적 수준보다 낮추는 원인으로 꼽았다. 즉 이 두 가지 동태적 요인의 상호 작용으로 인해 기업의 혁신 도입 시점이 결정된다고 보고 있다.

Kamien and Schwartz(1972)는 시장 내에 경쟁이 존재하는 상황에서 신기술을 언제 수용할 것인지에 대한 최적 통제 모형을 분석한 바 있다. 그들은 경쟁기업의 혁신 수용 행태를 확률적으로 표현하여 모형에 반영하였으며, 경쟁강도가 어느 정도 높아질 때까지는 신기술의 수용 시점이 앞당겨지다가, 일정 수준 이상의 경쟁 강도에서는 오히려 반대의 현상이 나타난다고 주장하였다.

Kilnciewicz and Luss (1985)의 연구에서는 생산 용량 확장을 고려하는 기업이 신기술을 이용한 생산 용량을 도입하는 문제를 다루고 있다. 주어진 의사결정기간 내에서 설비의 set-up 비용과 운영비용을 최소화할 수 있는 도입시점을 결정하는 것이 모형의 목적이며, 수요의 선형성(linearity)이 설비 도입 시점에 어떤 영향을

미치는지를 분석하고 있다. 연구 결과에 따르면, 수요의 증가율이 기술의 도입 시점을 결정짓는 주요한 변수였으며, 의사결정기간이 짧으면 짧을수록 기술 도입시점이 앞당겨지는 경향 역시 발견되었다.

보다 최근의 대표적인 연구로서 Farzin et al. (1998)은 동적 계획법(dynamic programming) 방법론을 사용하여 신기술의 최적 교체 시점 결정 문제를 다룬 바 있다. 그들의 모형은 신기술의 도입 문제에서 '공정 혁신'을 고려했다는 점에서 차별성을 갖는다. 즉, 번복이 불가능한 기술 교체를 고려하는 문제에서 신기술의 기술 효율이 뛰어나 기술 도입이 이득이 되는 수준을 동적 계획법 모형을 통해 결정하고 있다. 연구 결과에 따르면, 새로운 기술 기회가 많이 발생하는 산업일수록 기술 교체 시점이 늦게 나타나며, 현재 기술의 생산 효율이 높은 수준일 경우 기술 교체가 늦게 이루어질 것으로 기대되었다.

Matsumoto, et al. (2002)는 Canon 사의 프린터 사업부의 사례 연구를 통하여, 3 세대에 걸친 신기술 프린터의 도입과정을 설명하고 있다. 그들에 따르면 간단한 epidemic 함수를 이용해 신기술의 확산과정을 설명할 수 있는데, epidemic 함수의 변곡점이 신기술 도입의 최적 시점으로 나타난다. 그러나 그들의 연구는 새로운 프린터들의 대상 시장이 다르기 때문으로 해석할 수도 있으며, 다른 산업에 적용 가능할 것인가에 대한 논리적 근거가 빈약한 것으로 보여진다.

### 3. Model Development

#### 3.1 Context

Optimal control model 의 setting 은 Thompson(1968)의 machine maintenance and replacement model 과 상당 부분 유사성이 있다.

본 연구의 모형에서 우리는 시장 내의 기존 기술이 이미 존재한다고 가정한다. 기존 기술의 이윤 창출 능력(기술의 역량)은 시간이 지날수록 진부화 효과에 의해 감소하며, 기업의 점진적 혁신(incremental innovation) 노력에 의해 그 속도가 일정 부분 느려질 수 있다.

한편 T 시점에서 기업은 새로운 기술의 도입을 결정하게 되며, T 시점 이후에는 기존 기술을 통한 이익 창출은 중단되며 이 시점까지의 이윤을 최대화함으로써 최적 기술 교체 시점을 결정하게 된다.

기술 교체 시점 T 는 모형 상에서 결정되는 변수이며, 기존 기술에 대한 점진적 혁신 노력(u(t))는 기업이 의사결정을 통해 결정하는 통제 변수(control variable)로서 최대값(U)과 최소값이 (0) 정해져 있다고 가정한다.

또한 기존 기술에 대한 혁신의 효율성 함수(g(t))는 시간이 지날수록 기술적 가능성이 줄어들 것으로 볼 수 있으므로 일차 도함수가 음의 값을 가질 것으로 예상할 수 있으며, 그 정의상 양의 값을 가진다.

#### 3.2 Notations

모형에서 고려하고 있는 변수 및 모수들에 대한 정의는 다음 <표 1>과 같다.

<표 1. 변수 및 모수 정의>

Notation	Definition
$T$	Technology transition timing
$\rho$	Discount rate
$x(t)$	value of the current technology
$u(t)$	incremental innovation efforts
$g(t)$	effectiveness of innovation function
$d(t)$	obsolescence function
$\pi$	constant production rate of the current technology in monetary value

#### 3.3 Optimal Controls

이상의 변수들을 가지고 다음과 같은 optimal control model 을 생각할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } J &= \int_0^T [\pi x(t) - u(t)] e^{-\rho t} dt + x(T) e^{-\rho T} \\
 \text{Subeject to } \dot{x}(t) &= -d(t) + g(t)u(t) \\
 x(0) &= x_0 \\
 0 &\leq u(t) \leq U \\
 g'(t) &< 0, g(t) > 0
 \end{aligned}$$

위의 문제의 해결을 위해 Hamiltonian 을 구성하면 다음 식과 같으며,

$$H = (\pi x(t) - u(t)) e^{-\rho t} + \lambda(t) (-d + g(t)u(t))$$

최적 해에 대한 필요조건들은 다음과 같이 구해진다.

$$H_u = -e^{-\rho t} + \lambda(t)g(t) + w_1 - w_2 = 0$$

$$\dot{\lambda}(t) = -H_x = -\pi e^{-\rho t}$$

$$\lambda(T) = e^{-\rho T}$$

$$\rho e^{-\rho T} x(T) = H$$

위의 필요조건들 중에서 마지막 식은 우리가 고려하고 있는 모형에서 최종 시점 T가 정해지지 않은 경우 추가되는 transversality condition 이 된다.

첫 번째 필요조건을 풀면,

$$e^{-\rho t} \left[ \frac{\pi g(t)}{\rho} - \left( \frac{\pi}{\rho} - 1 \right) e^{\rho(t-T)} g(t) - 1 \right] + w_1 - w_2 = 0$$

의 조건이 구해지는데 위 문제가 discontinuous bang-bang solution 을 가지므로

$$\frac{\pi g(t)}{\rho} - \left( \frac{\pi}{\rho} - 1 \right) e^{\rho(t-T)} g(t) - 1$$

의 부호가 관심사가 된다.

위의 식을 t에 대해 미분하면,

$$g'(t) \left( \frac{\pi}{\rho} - \frac{(\pi - \rho)}{\rho} e^{\rho(t-T)} \right) - (\pi - \rho) e^{\rho(t-T)} g(t)$$

$$= g'(t) \left( \frac{\pi}{\rho} (1 - e^{\rho(t-T)}) + e^{\rho(t-T)} \right) - (\pi - \rho) e^{\rho(t-T)} g(t)$$

이 얻어지며, 이 식은  $g'(t) < 0, g(t) > 0$  인 것으로 가정되었기 때문에 음의 값을 가진다.

따라서, 기업의 통제 변수  $u(t)$  는 다음과 같은 discontinuous bang-bang 형태의 최적 해를 가지게 된다.

$$u^*(t) = \begin{cases} U & \text{in } 0 \leq t \leq \hat{t} \\ 0 & \text{in } \hat{t} \leq t \leq T \end{cases}$$

여기서  $\hat{t}$  은 기업이 점진적 혁신에 대한 투자를 중지하는 시점이 되며 필요조건에 의해 구해진 다음 식에 의해 그 값이 결정될 수 있다.

$$\frac{\pi g(\hat{t})}{\rho} - \left( \frac{\pi}{\rho} - 1 \right) e^{\rho(\hat{t}-T)} g(\hat{t}) - 1 = 0$$

위에서 구한 control variable 의 behavior 를 통해 최적 상태 변수(optimal state variable)의 pattern 을 구해보면,

$$x^*(T) = \frac{d(T)}{\pi - \rho}, \hat{t} < T$$

$$x^*(T) = \frac{U(1 - g(T)) + d(T)}{\pi - \rho}, \hat{t} = T$$

와 같다.

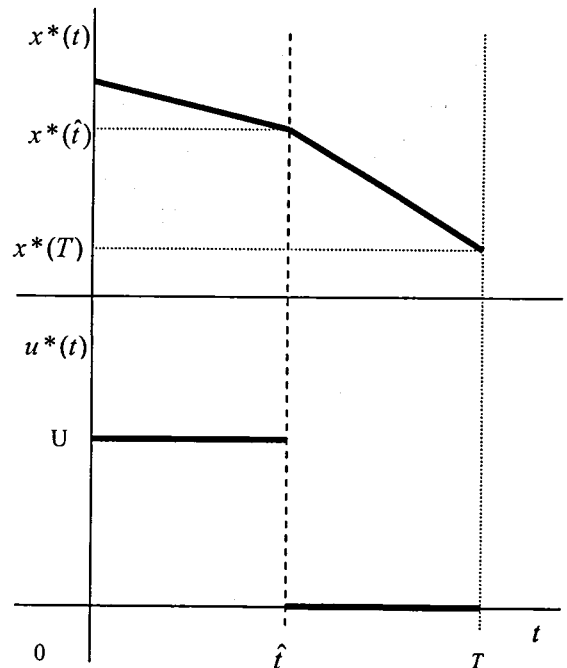
위에서 구한 optimal control 을 도식화하기 위해 일단 현재 기술의 진부화 함수( $d(t)$ )와 점진적 혁신의 효율성 함수( $g(t)$ )를 상수로 가정한다.

이 가정을 통해 기업의 최적 혁신 전략을 다음 <그림 1>과 같이 표현할 수 있다.

즉, optimal switching timing 인  $\hat{t}$  시점까지 기업은 최선의 노력( $u(t) = U$ )을 기울이게 되며 이때 현재 기술의 이윤 창출 능력은  $d(t)$  와  $g(t)$  에 의해 결정되는 기울기로 감소하게 된다.

$\hat{t}$  시점 이후에는 T 시점에 도입될 신기술을 고려하여 현재 기술의 점진적 혁신에는 투자를 하지 않는 것이 바람직할 것이며 이때는 현재 기술의 진부화 함수( $d(t)$ )에 의해 기술의 진부화가 결정된다.

<그림 1. optimal innovation strategy>



#### 4. Discussions and future research

본 연구는 널리 알려진 Thompson(1968)의 모형을 차용하여 새로운 기술의 도입과 관련한 기존 기술의 점진적 혁신 전략을 제시했다는 의의를 가진다.

앞에서 살펴본 바와 같이 기존 연구들이 점진적 혁신과 완전히 새로운 기술의 도입 간의 관계를 고려하지 못한 반면, 본 연구를 통해 기업이 점진적 혁신을 고려한다면, 어떻게 전략적 기술 이행(technological transition) 의사 결정을 내릴 것인가에 대한 시사점을 줄 수 있다.

그러나 다음과 같은 점에서 연구의 한계를 지적할 수 있다. 우선 Kamien & Schwartz(1972) 등의 연구에서 볼 수 있는 것처럼 시장 경쟁을 고려하지 않고 있다는 점은 연구의 시사점을 상당부분 제한하고 있다. 복수의 경쟁기업이 동일한 차세대 기술 대안의 개발을 놓고 경쟁하는 양상의 문제를 고려할 수 있다면, 기존 기술의 점진적 혁신에 대한 의사결정이 중요한 영향을 받을 것으로 예상할 수 있다. 그러나 경쟁의 고려는 모형의 단순화와 직관적 해석 가능성과 상충관계에 있을 것으로 보여진다.

또한 본 모형에서는, 기존 기술의 혁신 효율성( $g(t)$ )이나 기술의 진부화 함수( $d(t)$ )에 대해 구체적으로 정의하지 않고 있다. 이는 연구의 한계로 지적할 수도 있지만 다양한 형태의 혁신 효율성이나 진부화 패턴에 대해 연구 결과의 일반화 가능성을 높여줄 수 있다는 장점도 가진다고 볼 수 있다.

한편, 차세대 기술의 도입에 따른 기술적 불확실성(technological uncertainty)을 고려하지 않은 점은 일단 기술 개발(research) 단계는 완료된 차세대 기술만을 염두에 둔 가정이며, 추후 기술적 불확실성을 고려한 확률적(stochastic) 모형의 분석을 고려할 수 있을 것이다.

만약, 특정 산업에 대해 위의 모형에서 사용한 변수들에 대한 실증적 데이터들을 수집하여 모형의 외부적 타당성을 검증해 볼 수 있다면 보다 현실적이고 풍부한 경영학적 시사점을 제시할 수 있을 것으로 생각된다.

#### Reference

- Doraszelski, U. (2004). Innovations, improvements, and the optimal adoption of new technologies, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28, 1461-1480.
- Thompson, G. L. (1968). Optimal maintenance policy and sale date of a machine, *Management Science*, 14, 543-550.
- Kamien, M. I., and N. L. Schwartz (1972). Timing of Innovations under rivalry, *Econometrica*, 40, 1, 43-60.
- Kim, B. (2003). Managing the transition of technology life cycle, *Technovation*, 23, 373-381.
- Mansfield, E. (1968). *Industrial Research and Technological Innovation*. Norton, New York.
- Matsumoto, K., N. Ouchi, C. Watanabe, and C. Griffy-Brown (2002). Optimal timing of the development of innovative Goods with generation-an analysis focusing on Canon's printer series, *Technovation*, 22, 175-185.
- Farzin, Y. H., K. J. M. Huisman, and P. M. Kort (1998). Optimal timing of technology adoption, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22, 779-799.
- Kilnczewicz, J. G., and H. Luss (1985). Optimal timing decisions for the introduction of new technologies, *European journal of Operational Research*, 20, 211-220.
- Barzel, Y. (1968). Optimal timing of innovations, *The Review of Economics and Statistics*, 50, 3, 348-355.