

총밀립 간섭계를 이용한 부피간섭계의 개선

주지영*, 김승우(한국과학기술원 기계공학과)

Improvement of the Volumetric Interferometer using a Lateral Shearing Interferometer

J. Chu, S.-W. Kim(Mechanical Eng. Dept., KAIST)

ABSTRACT

The volumetric interferometer, which uses the interference of wavefronts emitted from two single mode fibers, measures the target position in 3-D. In this paper, we suggest a new calculation method which doesn't need a non-linear optimization and an initial guess. We find the relationship between the coefficients of the Zernike polynomials for a spherical wavefront and its center and reconstruct a spherical wavefront by using the Zernike polynomials from two interference fringes like a lateral shearing interferometer. The target position can be obtained from the coefficients of the Zernike polynomials of the reconstructed wavefront. We can get the target position in 3-D with sub- μm errors in a simulation.

Key Words : Volumetric interferometer(부피 간섭계), Zernike polynomials(Zernike 다항식), Lateral shearing interferometer(총밀립 간섭계), Spherical wavefront(구면파)

1. 서론

총밀립 간섭계(Lateral shearing interferometer)는 광부품을 통과한 파면과 이것을 횡방향으로 이동시킨 파면 사이의 간섭을 이용하여 원래의 파면을 복원하고 이 파면으로 광부품을 평가하는데 많이 사용되어 오고 있다.[1-3] 간섭무늬의 정보로부터 원래의 파면을 복원하는 방법에는 대표적으로 Saunders 에 의해 제안된 Integration method[1,2]와 Rimmer 와 Wyant 에 의해 제안된 다항식을 이용한 방법[3,4]이 있는데 특히 후자의 경우 Zernike 다항식으로 파면을 표현하였다. Zernike 다항식은 x, y 직각 좌표계 대신 ρ, θ 의 원형 좌표계를 이용하여 각 항을 표현하고 각 항은 파면의 tilt, defocus, astigmatism, coma 등의 정보를 나타내어 파면의 해석에 용이한 장점이 있다.

한편 단일 모드 광섬유 끝단에서 광섬유의 코어 지름은 광의 파장에 비해 매우 작으므로 광섬유 끝단은 점회절 광원으로 가정할 수 있다. 여기에서 전파되는 파면은 구면파 형태를 가지게 되고 같은 종류의 광섬유와 광원에 대해서 같은 형태의 구면파를 형성하게 된다. 따라서 서로 나란하게 인접한 광섬유 끝단에서 전파되는 구면파끼리 간섭시키면

하나의 구면파를 총밀리하여 간섭시킨 것으로 생각할 수 있다. 부피 간섭계는 CCD 상에 존재하는 기준 좌표계에 대해 공간상에 임의의 위치에 존재하는 타겟의 삼차원 좌표를 측정하기 위해 제안되었다. 이 간섭계는 두개의 광섬유 끝단을 나란히 붙여 타겟을 구성하고 총밀립 간섭계와 비슷하게 두 인접한 구면파의 간섭무늬를 CCD 로 측정하여 위상정보를 얻고 비선형 최적화 과정을 통해 타겟의 삼차원 위치를 구하였다. 부피 간섭계는 삼차원 좌표를 측정하기 위해 기계축이나 주사 없이 구면파들의 간섭무늬만을 측정하여 타겟의 삼차원 좌표를 구할 수 있는 장점이 있지만 계산 과정의 비선형 최적화로 인해 타겟의 위치에 대한 초기 가정치가 필요한 문제점이 있었다.

본 논문에서는 기존의 부피 간섭계에 Rimmer-Wyant 가 제안한 총밀리 간섭계의 해석방법을 도입하여 Zernike 다항식으로 타겟 중심에서 전파되어 CCD 에서 도달하는 구면파를 복원하였다. 그리고 구면파를 Zernike 다항식으로 표현하였을 때 각 항의 계수들이 가지는 의미를 살펴보고 이 계수들로부터 구면파의 중심, 즉 타겟의 위치를 구하는 방법을 제안하였다. 이 방법의 경우 기존의 비선형 최적화 방법에 비해 두 개의 간섭무늬 정보를 얻어

야 되는 단점이 있지만 초기 가정치와 비선형 최적화의 반복 계산 없이 타겟의 위치를 구할 수 있는 장점이 있다.

2. Zernike 다항식을 이용한 구면파 표현

공간상의 한 점 (x_c, y_c, z_c) 에서 전파되어 CCD 상의 한 픽셀 $(x, y, 0)$ 에 도달하는 구면파 $W(x, y)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$W(x, y) = \sqrt{(x_c - x)^2 + (y_c - y)^2 + (z_c - 0)^2} \quad \text{식(1)}$$

여기에서 $z_c \gg x_c, y_c$ 이므로 Taylor series expansion의 3 번째 항까지 사용하면 파면을 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\begin{aligned} W(x, y) &= R \sqrt{1 + \frac{-2x_c x - 2y_c y + x^2 + y^2}{R^2}} \\ &\approx R \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{-2x_c x - 2y_c y + x^2 + y^2}{R^2} \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{-2x_c x - 2y_c y + x^2 + y^2}{R^2} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

where $R = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2}$

Table 1 Relationship between the target position and coefficients of Zernike polynomials of spherical wavefront

Coefficients of Zernike polynomials	Relationship to the target position	Meaning
A1	$R + \frac{1}{4R} - \frac{1}{24R^3} - \frac{x_c^2}{8R^3} - \frac{y_c^2}{8R^3}$	constant
A2	$-\frac{x_c}{R} + \frac{x_c}{3R^3}$	Tilt about y axis
A3	$-\frac{y_c}{R} + \frac{y_c}{3R^3}$	Tilt about x axis
A4	$-\frac{x_c y_c}{2R^3}$	Astigmatism with axis at $\pm 45^\circ$
A5	$\frac{1}{4R} - \frac{1}{16R^3} - \frac{x_c^2}{8R^3} - \frac{y_c^2}{8R^3}$	Defocus
A6	$\frac{x_c^2}{4R^3} - \frac{y_c^2}{4R^3}$	Astigmatism with axis at 0° or 90°

직각 좌표계의 x, y 다항식과 ρ, θ 좌표계의 Zernike 다항식 사이의 변환관계[4]를 이용하여 파면 W 를 Zernike 다항식으로 표현하면 각 항의 계수는 x_c, y_c, z_c 의 함수로 Table 1 과 같이 표현이 된다.

Table 1 에서 astigmatism 항의 계수 A4, A6 와 defocus 항의 계수 A5 를 살펴보면 A5 에서 타겟의 x, y 좌표에 관계되는 항들이 A4 와 A6 의 조합으로 표현됨을 알 수 있다. 그리고 tilt 항의 계수 A2, A3 는 x_c, y_c 와 관계됨을 알 수 있다. 따라서 Zernike 다항식의 계수를 이용하여 구면의 반경 R 과 구면 중심의 삼차원 좌표 (x_c, y_c, z_c) 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{A5 + \sqrt{A4^2 + A6^2} / 2} \right) \quad \text{식(2)}$$

$$x_c = -R \cdot A2$$

$$y_c = -R \cdot A3$$

$$z_c = \sqrt{R^2 - x_c^2 - y_c^2}$$

3. 층밀림 간섭계를 이용한 부피 간섭계

단일모드 광섬유 끝단에서 전파되는 파면은 구면파의 형태를 가지므로 구면파의 정보를 Zernike 다항식의 형태로 가지고 있으면 식(2)의 관계를 이용하면 구면파의 중심, 즉 광섬유 끝단의 좌표를 구할 수 있다. 공간상의 삼차원 좌표를 측정하기 위해 제안되었던 부피 간섭계[5-7]는 두 개의 광섬유를 나란히 놓아 타겟을 구성하고 여기에서 전파되는 두 개의 구면파를 간섭시켰다. 간섭무늬 정보에서 위상 정보를 획득하고 여기에 비선형 최적화를 적용하여 구면파의 중심 즉, 타겟의 삼차원 위치를 측정하였다. 식(2)의 관계를 이용하면 비선형 최적화 과정 없이 타겟의 위치를 측정할 수 있으므로 구면파의 정보를 얻기 위해 부피 간섭계에 Rimmer-Wyant 가 제안한 층밀림 간섭계의 해석 방법을 도입하였다.

Rimmer-Wyant 는 원래의 파면과 층밀림 된 파면의 간섭을 이용하는 층밀림 간섭계에서 원래의 파면을 복원하기 위해 다음과 같은 방법을 사용하였다.[1,3] 원래의 파면을 W 라 했을 때 x, y 방향으로 각각 S, T 만큼 층밀림된 파면과 이루는 간섭무늬의 식은 다음과 같다.

$$\Delta W_s = W(x + S, y) - W(x, y)$$

$$\Delta W_T = W(x, y + T) - W(x, y)$$

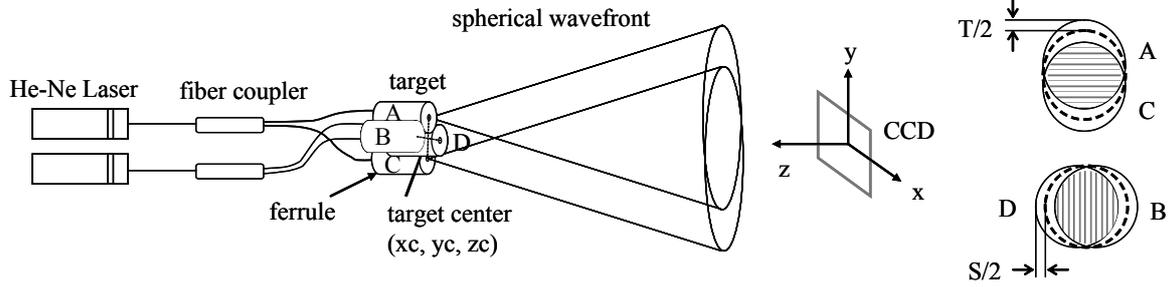


Fig. 1 Schematic diagram of the volumetric interferometer using lateral shearing interferometer

파면 W 를 x, y 의 다항식으로 표현하면 ΔW_s 와 ΔW_T 도 x, y 다항식으로 표현할 수 있다. 실험에서 얻은 ΔW_s 와 ΔW_T 의 값과 다항식 사이에 최소자승법을 적용시키면 파면 W 를 x, y 다항식으로 나타낼 수 있고 이것은 다시 Zernike 다항식으로 변환이 가능하다.[1,3,4] 따라서 서로 수직 방향으로 층밀림된 간섭무늬 두 개의 정보를 얻으면 파면 W 를 Zernike 다항식으로 나타낼 수 있다.

부피 간섭계에 Fig. 1 과 같이 실험장치를 구성하면 Rimmer-Wyant 가 제안한 층밀리 간섭계의 해석 방법을 적용시킬 수 있다. 광섬유에서 전파되는 구면파는 같은 형태를 가지므로 광섬유들을 수평, 수직 방향으로 배치시키면 층밀림된 것과 같은 효과를 얻을 수 있다. 광섬유들을 타겟의 중심 (x_c, y_c, z_c) 에 대해 x, y 방향으로 각각 $\pm S/2, \pm T/2$ 만큼 이동시켜 위치시키면 Fig. 1 과 같이 서로 직각 방향으로 두 종류의 간섭무늬를 얻을 수 있다. 타겟의 중심에서 생성되는 파면은 식(1)과 같이 표현이 가능하며 각각의 간섭무늬는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta W_s = W(x + S/2, y) - W(x - S/2, y)$$

$$\Delta W_T = W(x, y + T/2) - W(x, y - T/2)$$

수직, 수평 방향으로 층밀림된 간섭무늬를 얻기 위하여 폐롤의 단면이 한 평면상에 존재하도록 잘 정렬시킨 뒤 4 개의 폐롤 A, B, C, D 를 마름모 형태로 고정시켰다. 서로 직각 방향으로 위치된 폐롤 쌍들에는 각각 다른 광원에서 나와 fiber coupler 에서 나뉘어진 광섬유들을 삽입하여 고정시켰다. Fig. 1 과 같이 광섬유 쌍 A 와 C, B 와 D 에 고정된 광섬유에서 전파되는 구면파들은 서로 간섭무늬를 만들고 이것을 CCD 카메라로 관찰하였다. 수직, 수평 방향의 광섬유 쌍에는 서로 다른 광원을 사용하므로 다른 광섬유들과는 간섭을 일으키지 않는다. 광섬유 쌍의 방향은 CCD 의 x, y 축과 맞춰 수직, 수평의 광섬유 사이의 거리 S 와 T 가 서로 같도록

하였다.

3. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션으로 층밀림 간섭계를 이용한 부피 간섭계에서 두 개의 간섭무늬를 생성하고 여기에서 구면파를 Zernike 다항식으로 복원해 보았다. 층밀림 거리 $S = T = 1250\sqrt{2} \mu\text{m}$ 로 가정하고 광원으로 는 파장이 632.8 nm 인 He-Ne 레이저를 사용하였다. CCD 는 640x480 의 픽셀을 가지고 한 픽셀의 크기는 $8.4 \mu\text{m} \times 9.7 \mu\text{m}$ 로 가정하였다. 좌표계의 중심은 CCD 중심에 위치시키고 타겟과 CCD 사이의 거리는 1 m, 타겟의 x, y 방향의 이동거리는 ± 150 mm 이내로 가정하였다. 복원된 구면파의 Zernike 다항식의 계수를 이용하여 구한 구면의 반경 R 과 타겟의 x, y, z 좌표는 Fig. 2 에서 볼 수 있듯이 sub- μm 의 오차를 가졌다. R 과 z 의 오차가 x, y 오차에 비해 상대적으로 큰데 이것은 층밀림 거리 S, T 에 영향을 받으며 이 거리가 줄어들수록 오차가 줄어든다. 또한 타겟의 z 거리가 증가할수록 오차가 줄어든다. 이것은 구면파의 CCD 에 대한 입사 각도가 수직에 가까울수록 오차가 줄어들음을 뜻한다. 하지만 실제 실험에서는 층밀림 거리를 줄이는데 한계가 있고 또 z 거리가 커질수록 환경에 의한 오차가 증가하기 때문에 최적의 측정 범위가 존재하게 된다.

4. 결론

본 연구에서는 부피 간섭계에 층밀리 간섭계의 해석 방법을 도입하여 비선형 최적화와 초기값의 가정 없이 타겟의 위치를 구하는 방법을 제시하였다. 구면파를 Zernike 다항식으로 표현하여 각 항의 계수와 구면파의 중심 위치와의 관계를 구하였고 층밀리 간섭계의 원리를 이용하여 부피 간섭계에서 구면파를 Zernike 다항식으로 복원하고 계수들을 이용하여 타겟의 삼차원 위치를 구하였다. 시뮬레이션 결과, 타겟의 위치 오차는 sub- μm 수준으로 구

해저 Zernike 다항식을 이용하여 타겟의 위치를 구하는 것이 적절함을 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 창의적연구진흥사업의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Malacara, D., *Optical Shop Testing*, 2nd ed. (Wiley, New York, 1992), Chap. 4.
2. Saunders, J. B., "A Simple Interferometric Method for Workshop Testing of Optics," *Applied Optics*, Vol. 9, pp. 1623-1629, 1970.
3. Rimmer, M. P., and Wyant, J. C., "Evaluation of Large Aberrations Using a Lateral Shear Interferometer Having Variable Shear," *Applied Optics*, Vol. 14, pp. 142-150, 1975.
4. Sumita, H., "Orthonormal Expansion of the Aberration Difference Function and its Applications to Image Evaluation," *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 8, p. 1027, 1969.
5. Kim, S.-W., "New design of precision CMM bases on phase-measuring volumetric interferometry," *Annals of the CIRP*, Vol. 51, pp. 357-360, 2001.
6. Rhee, H.-G. and Kim, S.-W., "Absolute Distance Measurement by Two-Point-Diffraction Interferometry," *Applied Optics*, Vol. 41, pp. 5921-5928, 2002.
7. Kim, S.-W., Rhee, H.-G. and Chu, J.-Y., "Volumetric Phase-Measuring Interferometer for Three-Dimensional Coordinate Metrology," *Precision Engineering*, Vol. 27, pp. 205-215, 2003.

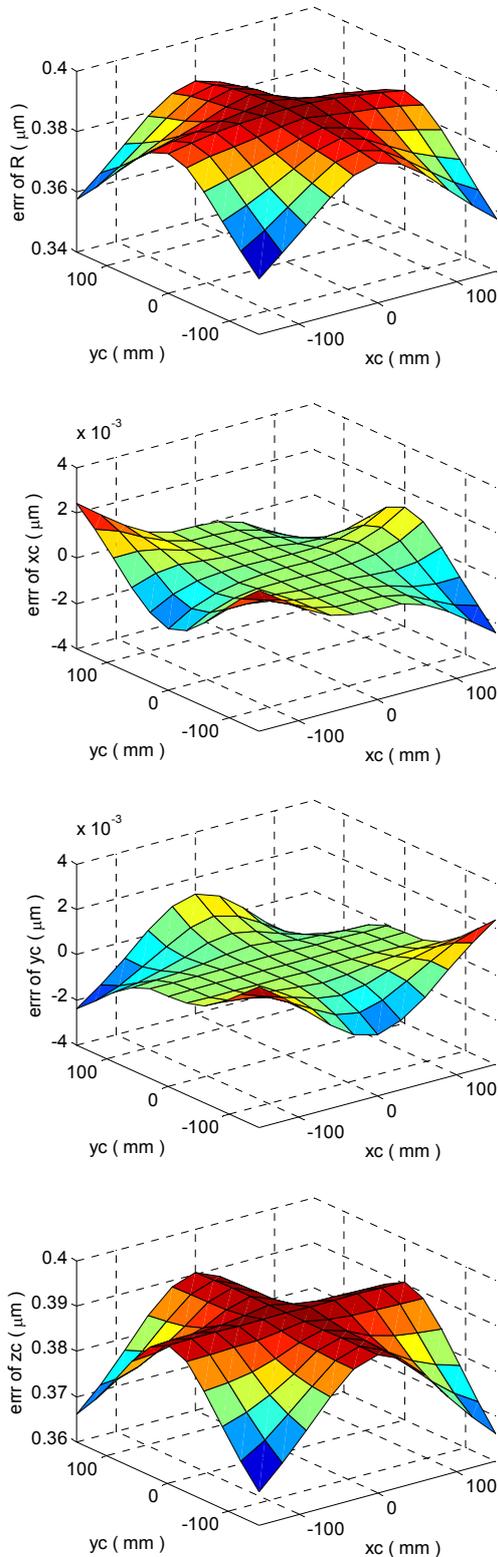


Fig. 2 Error of the target position obtained from the coefficients of Zernike polynomials