

시간지연추정제어기에 관한 리뷰

이효직*(한국원자력연구소), 윤지섭(한국원자력연구소)

Review on controllers with a time delay estimation

H. J. Lee(Spent Fuel Tech. Dev. Div., KAERI), J. S. Yoon(Spent Fuel Tech. Dev. Div., KAERI)

ABSTRACT

We reviewed controllers with a time delay estimation in this paper. Time delay control (TDC) and sliding mode control (SMC) are well known robust control schemes. Basically, the TDC has a main characteristic called a time delay estimation from which we can estimate the total uncertainty of a system. The TDC causes the stick-slip in the case of systems with a friction. The so-called TDCSA which are short for TDC with switching action was developed to reduce the stick-slip. The TDC has the additional switching action term in the TDC structure. In the other hand, the SMC dose not have a time delay estimation but instead it can estimate the system uncertainty through the switching action. The SMC has a difficulty to estimate the total uncertainty of a system because it does not have a time delay estimation. In order to solve the difficulty, some control schemes were developed. Among them, we need to focus our attention on two control schemes: SMCPE and SMCTE, which are short for sliding mode control with a perturbation estimation and sliding mode control with a time delay estimation, respectively. In this paper, we analyzed and compared the characteristic of above three controllers. Even though the motives for the development of three control schemes are different, three control schemes have much in common in terms of their controller structures.

Key Words : Time delay estimation (시간지연추정), Sliding mode control (슬라이딩모드제어), Time delay control (시간지연제어), Perturbation estimation (설동추정), Switching action (스위칭동작)

1. 서론

시간지연제어(TDC)와 슬라이딩모드제어(SMC)는 널리 알려진 장인제어기법이다. 시간지연제어 기법은 Youcef-Toumi & Ito¹에 의해 처음으로 비선형시스템을 위해 제시되었다. 시간지연제어의 핵심은 전체 플랜트 비선형성을 추정하기 위해 시간지연정보를 사용하는 것이다. 이러한 시간지연추정을 통하여 다음과 같은 장점을 얻을 수 있다. 설계의 간단함, 실제 수행에 있어서 효율성과 용이성, 모델링 오차에 대한 강인한 성능 등이 장점이다. 지금까지 시간지연제어 기법은 많은 플랜트에 적용되어 왔다. 그 예로 DC서보모터², 로봇시스템^{3,4}, 마그네틱베어링⁵ 등을 들 수 있다. 위의 응용분야에서 실제로 시간지연제어는 시스템 매개변수 변화와 외란에 대해서 강인한 성능을 보여주었다. 그러나 마찰이 존재

하는 시스템에 적용할 경우 스틱-슬립 현상이 발생하는 것으로 알려져 있다. 이를 해결하기 위해서 시간지연제어에 스위칭동작 항을 추가한 TDCSA이 2000년 Park⁶에 의해 개발된 바가 있다.

슬라이딩모드제어는 시간지연제어와 더불어 널리 알려진 장인제어기법이다. Lyapunov 안정성에 기초하여 만들어졌고, 불연속적인 제어입력이 시스템의 구조를 바꾸어 미리 정의되어있는 원하는 구조 즉, 슬라이딩면(sliding surface)을 따라가도록 하는 방법이다. 이 방법도 매개변수 변화와 외란에 강인한 성능을 보여준다. 그러나 불연속적인 제어입력으로 인하여 떨림(chattering)현상이 나타나고, 이것은 모델링이 되지 않는 동역학을 가진 시스템을 불안하게 만들 수 있다. 따라서 추가적으로 모델링의 불확실성과 외란이 어느 범위 안에 있는지를 알아야 한다는 단점을 갖고 있다. 이와 관련된

문헌으로는 Utkin⁷, Itkis⁸, Slotine⁹, Slotine&Li¹⁰ 등이 있다. 모델의 불확실성의 범위를 아는 것은 복잡한 시스템의 경우 매우 힘들다. 따라서 이를 해결하기 위한 방법으로 시간지연추정을 도입한 것이 SMCPE와 SMCTE이다. SMCPE는 슬라이딩모드제어에서 섭동추정(perturbation estimation)을 시간지연추정의 방법으로 하여 단점을 해결한 방법이며 Elmali& Olgac^{11,12}과 G-Roy¹³ 등에 의해 개발되었다. SMCTE는 슬라이딩모드제어에서 전체불확실성(total uncertainty)을 시간지연추정의 방법으로 하여 단점을 해결한 방법이며, Lee^{14,15}에 의해 개발되었다.

본 연구에서는 앞서 언급한 TDCSA, SMCPE, SMCTE 의 세 제어기에 대해서 비교, 분석하고자하는 데에 그 목적이 있다. 그러나 이론의 출발이 되는 비선형시스템이 각각 다르고, 기호 등의 표시법(notation)이 각각 다르므로 세 가지 연구의 공통점을 찾기가 매우 어렵다. 따라서 일반적이며 공통된 비선형시스템을 다루고, 표시법을 일치시켜 위 세 가지 제어기법에 대한 비교 및 분석을 하였다.

2. 비선형시스템

다루고자하는 비선형시스템은 Elmali & Olgac^{11,12}이 다루었던 비선형시스템을 기준으로 고려하였는데, 이는 다른 문헌에서 다루었던 비선형시스템까지를 포함할 수 있기 때문이다. 여기서 다루는 시스템은 다상태변수(multi-state variable)를 갖는 다입력(multi-input)시스템이다. 이 때 일반적인 비선형시스템을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(n)} &= \mathbf{f}(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_m; t) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_m; t) \\ &\quad + [\mathbf{B}(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_m; t) + \Delta\mathbf{B}(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_m; t)]\mathbf{u} + \mathbf{d}(t) \quad (1) \\ &= \mathbf{H} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u} \\ &= \mathbf{f} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \Psi \end{aligned}$$

여기서 $\mathbf{X}_i = [x_i, \dot{x}_i, \dots, x_i^{(n_i-1)}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$, $i = 1, \dots, m$ 는 상태서브벡터(state sub-vector)이며, 이 상태서브벡터가 모여서 전체상태벡터(global state vector)를 구성한다. 전체상태벡터와 다른 변수들의 의미는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &[\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \dots, \mathbf{X}_m^T] \in \mathbb{R}^r, r = \sum_{i=1}^m n_i, x_i, i = 1, \dots, m; \\ &\mathbf{f} = [f_1, f_1, \dots, f_m]^T \in \mathbb{R}^m, \Delta\mathbf{f} = [\Delta f_1, \Delta f_1, \dots, \Delta f_m]^T \in \mathbb{R}^m; \\ &\mathbf{B} = [b_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times m}, \Delta\mathbf{B} = [\Delta b_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times m}, i, j = 1, \dots, m; \\ &\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_m]^T \in \mathbb{R}^m; \\ &\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T \in \mathbb{R}^m; \\ &\mathbf{x}^{(n)} = [x_1^{(n_1)}, x_2^{(n_2)}, \dots, x_m^{(n_m)}]^T \in \mathbb{R}^m. \end{aligned}$$

여기서 \mathbf{u} 는 m 개로 이루어진 제어입력벡터이고 \mathbf{f}

는 비선형 플랜트이며 복잡한 시스템의 경우 구할 수 없을 수도 있다. \mathbf{B} 는 제어입력행렬(control distribution matrix)이고 $\hat{\mathbf{B}}$ 는 공정제어입력(nominal control distribution matrix) 행렬이다. \mathbf{d} 는 외란(disturbance)이고 \mathbf{H} 는 전체불확실성(total uncertainty)이고 Ψ 는 섭동(perturbation)이라고 정의한다.

3. 시간지연추정제어기들

3.1 TDCSA

TDCSA는 Time Delay Control with Switching Action의 약자이며 말 그대로 시간지연제어기법에 슬라이딩모드제어의 스위칭동작 항을 추가한 것을 말한다. 각 제어기와의 통일성을 위해 2 장에서 설명한 일반적 비선형시스템을 기준으로 TDCSA를 설명하도록 한다. TDCSA가 다음절에 설명할 SMCPE, SMCTE와의 가장 큰 차이는 오차동역학의 정의를 다음과 같이 한 것이다.

$$\mathbf{e}^{(n)} + \xi + \mathbf{c}_0 \mathbf{e} = 0 \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{e}^{(n)}$, ξ , \mathbf{c}_0 , \mathbf{e} 의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{(n)} &= [e_1^{(n_1)}, e_2^{(n_2)}, \dots, e_m^{(n_m)}]^T \in \mathbb{R}^m, e_i^{(n_i)} = x_i^{(n_i)} - x_i^{(n_i)}; \\ \xi &= [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m]^T \in \mathbb{R}^m, \xi_i = \sum_{k=1}^{n_i-1} c_{i,k} e_i^{(k)}, i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (3)$$

중요한 것은 \mathbf{c}_0 를 식 (2)의 벡터요소방정식이 각각 Hurwitz 다항식(polynomial)이 되도록 선정해야 시스템의 안정성을 보장할 수 있다. 식 (1)과 같은 비선형시스템에서 TDC의 제어입력은 식 (4)와 같이 결정될 수 있으며 자세한 유도과정은 TDC 관련 문헌을 참고하기 바라고 생략하기로 한다.

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{B}}^{-1} [\mathbf{x}_d^{(n)} - \mathbf{H}_{es} - \xi - \mathbf{c}_0 \mathbf{e}] \quad (4)$$

여기서 $\mathbf{x}_d^{(n)}$ 는 추종하기 원하는 상태벡터 값이고 $\hat{\mathbf{B}}^{-1}$ 는 $\hat{\mathbf{B}}$ 의 역행렬이고 \mathbf{H}_{es} 는 전체불확실성의 시간지연추정값이다. 전체불확실성의 시간지연추정값은 식 (1)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{H}_{es}(t) = \mathbf{H}(t-L) = \mathbf{x}^{(n)}(t-L) - \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t-L) \quad (5)$$

여기서 L 은 샘플링시간간격(sampling time interval)이며 TDC의 이론에 의하면 작으면 작을수록 좋다. 그러나 너무작은 범위로 주게되면 CPU의 계산시간에 부담을 주므로 적당하게 결정되어야 한다. TDCSA는 식 (4)에서 스위칭동작 항을 추가한 것이며 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{B}^{-1}[\mathbf{x}_d^{(n)} - \mathbf{H}_{es} - \xi - \mathbf{c}_0 \mathbf{e}] - \mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) \\ &= \mathbf{u}(t-L) + \hat{\mathbf{B}}^{-1}[\mathbf{x}_d^{(n)} - \mathbf{x}^{(n)}(t-L) - \xi - \mathbf{c}_0 \mathbf{e}] - \mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 \mathbf{K} 와 $\operatorname{sgn}(s)$ 의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \operatorname{diag}[k_1, \dots, k_m], \quad k_i > 0; \\ \operatorname{sgn}(s_i) &= 1 \text{ if } s_i > 0, \quad \operatorname{sgn}(s_i) = 0 \text{ if } s_i = 0, \quad \operatorname{sgn}(s_i) = -1 \text{ if } s_i < 0. \end{aligned} \quad (7)$$

제어입력을 식 (6)과 같이 설정했을 경우 시스템의 안정성에 관한 문제는 Park⁶에 의해 연구된 바가 있다. 슬라이딩면(Sliding hyper-plane)은 오차동역학에 의해 다음과 같은 함수를 0 이 되도록 만들 수 있다.

$$s = \hat{\mathbf{B}}^{-1} \int (\mathbf{e}^{(n)} + \xi + \mathbf{c}_0 \mathbf{e}) dt \quad (8)$$

식 (6)을 식 (1)에 대입하여 풀어보면 s 동역학을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{s} = -\mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) + \hat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{H} - \mathbf{H}_{es}) \quad (9)$$

시스템의 안정성을 보장하기 위한 \mathbf{K} 값은 Lyapunov 안정성 이론에 의해 $s^T \dot{s} \leq 0$ 를 만족하면 되며 이를 만족하기 위한 \mathbf{K} 의 범위는 다음과 같다.

$$(\mathbf{K})_{ii} \geq \left| \hat{\mathbf{B}}^{-1}(\mathbf{H} - \mathbf{H}_{es}) \right|_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (10)$$

3.2 SMCPE

SMCPE는 Sliding Mode Control with Perturbation Estimation의 약자이며 Sliding Mode Control에서 섭동을 추정하는 방법으로 시간지연추정을 적용한 이론이다. 식 (1)에서 섭동에 관계하는 항은 다음과 같다.

$$\Psi = \Delta \mathbf{f} + \Delta \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (11)$$

SMCPE와 다음절에 설명할 SMCTE의 오차동역학은 같은 미분방정식을 사용하며 다음과 같다.

$$\mathbf{e}^{(n)} + \xi = 0 \quad (12)$$

SMCPE와 SMCTE가 TDCSA와 틀린점은 오차동역학에서 오차의 속도 이상 항들만 존재하고 오차 항은 고려되지 않았다는 점이다.

임의의 상태벡터가 슬라이딩면에 도달하기 위한 방정식을 접근법칙(reaching law)이라고 부르는데, 기존 SMC의 이론 중 접근법칙을 정의하는 방법으로 세 가지가 존재하며 Gao & Hung¹⁶과 Hung 등¹⁷에 의해 잘 정리되어 있다. 세 가지 접근법칙을 각각 항등비율 접근법칙(constant rate reaching law), 항등비

례율 접근법칙(constant plus proportional rate reaching law), 거듭제곱율 접근법칙(power rate reaching law)이라 부르며, 각각에 해당하는 이상적인 s 동역학은 순서대로 다음과 같다.

$$\dot{s} = -\mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) \quad (13)$$

$$\dot{s} = -\mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) - \mathbf{P} s \quad (14)$$

$$\dot{s}_i = -k_i |s_i|^\alpha \operatorname{sgn}(s_i), \quad 0 < \alpha < 1, \quad i = 1 \text{ to } m \quad (15)$$

여기서 \mathbf{P} 는 \mathbf{K} 와 마찬가지로 양의 성분으로 구성된 대각선 행렬이다.

식 (12)와 같은 오차동역학을 고려할 경우 s 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$s = \int (\mathbf{e}^{(n)} + \xi) dt \quad (16)$$

식 (14)의 항등비례율 접근법칙을 사용했을 경우 SMCPE의 제어입력의 구조는 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}^{-1}[-\mathbf{P} s - \mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) - \mathbf{f} - \xi + \mathbf{x}_d^{(n)} - \Psi_{es}] \quad (17)$$

여기서 Ψ_{es} 는 섭동의 추정값이며, 시간지연추정을 사용하면 다음과 같이 된다.

$$\Psi_{es} = \mathbf{x}^{(n)}(t-L) - \mathbf{f} - \mathbf{B} \mathbf{u}(t-L) \quad (18)$$

s 동역학을 구하기 위해서 식 (17)를 식 (1)에 대입하여 풀어보면 다음과 같다.

$$\dot{s} = -\mathbf{P} s - \mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) + \Psi - \Psi_{es} \quad (19)$$

이상적일 경우 섭동추정값이 실제 시스템의 섭동과 같게되므로 식 (14)와 같은 접근법칙을 따르게 된다. Lyapunov의 안정성 이론을 적용할 경우 즉, $s^T \dot{s} \leq 0$ 를 만족하기 위한 SMCPE의 안정성 조건은 다음과 같다.

$$(\mathbf{K})_{ii} \geq \left| (\Psi - \Psi_{es}) \right|_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (20)$$

최종적으로 식 (18)을 식 (17)에 대입하면 제어입력은 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(t-L) + \mathbf{B}^{-1}[-\mathbf{P} s - \mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) + \mathbf{x}_d^{(n)} - \mathbf{x}^{(n)}(t-L) - \xi] \quad (21)$$

SMCPE의 제어입력과 TDCSA의 제어입력을 비교해 보면, 불연속 항인 $\operatorname{sgn}()$ 함수를 제외한 제어입력 구조는 같다고 할 수 있다. 연속항들의 성분을 조사해보면 오차의 n 번 미분항부터 0 번 미분항까지 분포가 되어있다. 그러나 한가지 차이점은 불연속 항의 부호결정 함수가 TDCSA의 경우는 오

차의 $n-1$ 번 미분항부터 1 번 적분항까지의 합수이고 SMCPE 의 경우는 $n-1$ 번 미분항부터 0 번 미분항까지의 합수가 된다는 점이 다르다. 이 차이가 실제 시스템의 성능에 어떤 영향을 미치는지는 향후 연구해봐야 될 숙제이다.

3.3 SMCTE

SMCTE 는 SMCPE 와 출발에서 조금 다른 출발을 하였다. SMCTE 에서는 TDC 의 출발과정과 동일하게 전체불화성을 시간지연추정한다. 그러나 오차동역학과 s 의 정의를 SMCPE 와 같은 식을 사용하고 있다. 식 (14)의 항등비례율 접근법칙을 사용했을 경우 SMCTE 의 제어입력의 구조는 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{B}}^{-1}[-\mathbf{Ps} - \mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) - \xi + \mathbf{x}_d^{(n)} - \mathbf{H}_{est}] \quad (22)$$

식 (22)를 식 (1)에 대입하여 s 동역학을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{s} = -\mathbf{Ps} - \mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) + \mathbf{H} - \mathbf{H}_{est} \quad (23)$$

SMCTE 의 안정성을 만족하기 위해 Lyapunov 의 안정성이론에 근거해 $\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} \leq 0$ 를 만족하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$(\mathbf{K})_ii \geq |(\mathbf{H} - \mathbf{H}_{est})_i|, i = 1, \dots, m \quad (24)$$

식 (5)를 식 (22)에 대입하여 제어입력을 풀어쓰면 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(t-L) + \hat{\mathbf{B}}^{-1}[-\mathbf{Ps} - \mathbf{K} \operatorname{sgn}(s) + \mathbf{x}_d^{(n)} - \mathbf{x}^{(n)}(t-L) - \xi] \quad (25)$$

결국 SMCTE 의 최종 제어입력의 구조는 SMCPE 와 동일하다.

4. 결론

슬라이딩모드제어기의 스위칭동작 기법과 시간지연제어기의 시간지연추정 기법을 갖는 대표적인 세 가지 제어기법에 관해 논하였다. TDCSA 의 경우는 TDC 로부터 출발하여 스위칭동작 기법을 추가함으로써, SMCPE 와 SMCTE 는 SMC 로부터 출발하여 시간지연추정 기법을 추가함으로써 결국 거의 같은 구조의 제어기를 설계할 수 있었다. 언급한 세 개의 제어기법과 유사한 다른 기법들이 종종 문헌에 등장하고 있으나 큰 틀 안에서 비교하면 위 세 가지 제어기법 안에 포함시킬 수 있다. 세 가지 제어기법들은 연속 항들을 비교할 경우 같은 구조로 되어있음을 알 수 있었다. 그러나 불연속 항의 경우 TDCSA 는 SMCPE, SMCTE 와 차이를 갖고 있

다. 이에 대한 성능차이는 향후 연구과제로 두었다. 분석과 비교를 통한 이 연구를 통하여 SMC 와 TDC 의 기법을 융합한 제어기법들을 체계적으로 연구하는 데에 도움이 될 것이다.

후기

본 연구는 과학기술부의 원자력 중장기연구개발 사업의 일환으로 수행되었음.

참고문현

1. Youcef-Toumi, K. and Ito, O., "Controller Design for Systems with Unknown Dynamics," ASME J. Dynamic Systems Measurement and Control, Vol. 112, No. 1, pp. 133-142, 1990.
2. Chang, P. H. and Lee, J. W., "An Observer Design for Time Delay Control and Its Application to DC Servo Motor," Control Engineering Practice, Vol. 2, No. 2, 1994.
3. Hsia, T. C. and Gao, L. S., "Robot Manipulator Control using Decentralized Time-Invariant Time-Delayed Controller," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2070-2075, 1990.
4. Youcef-Toumi, K. and Shortridge, C. C., "Control of Robot Manipulator Using Time Delay," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2391-2395, 1991.
5. Youcef-Toumi, K. and Reddy, S., "Dynamic Analysis and Control of High Speed and High Precision Active Magnetic Bearing," ASME J. Dynamic Systems Measurement and Control, Vol. 114, pp. 623-632, 1992.
6. 박석호, "시간지연추정과 스위칭동작의 결합을 통한 개인 제어기/관측기에 관한 연구," KAIST 박사학위논문, 2000.
7. Utkin, V. I., "Variable Structure Systems with Sliding Mode," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 22, pp. 212-222, 1977.
8. Itkis, V., 1976, "Control Systems of Variable Structure," John-Wiley, 1976.
9. Slotine, J.-J. E., "Sliding controller design for nonlinear systems," Int. J. Control., Vol. 40, No. 2., pp.421-434, 1984.
10. Slotine, J.-J. E. and Li, W., "Applied Nonlinear Control," Prentice-Hall, Inc., 1991.
11. Elmali, H. and Olgac, N., "Robust Output Tracking Control of Nonlinear MIMO Systems via Sliding Mode Technique," Automatica, Vol. 28, No. 1, pp.

145-151, 1992.

12. Elmali, H. and Olgac, N., Sliding mode control with perturbation estimation (SMCPE): a new approach,? Int. J. Control, Vol. 56, No. 4, pp. 923-941, 1992.
13. G-Roy, R., Moura, J. T. and Olgac, N., “Implementation of sliding mode control using the concept of perturbation,? Mechatronics, Vol. 7, No. 8, pp. 723-736, 1997.
14. 이효직, 형상기억합금작동기를 위한 시간지연 추정제어기의 적용,” KAIST 박사학위논문, 2004.
15. Lee, H. J. and Lee, J. J., 시간지연추정 슬라이딩 모드제어기와 형상기억합금 작동기를 위한 적용, 춘계한국정밀공학회지, pp. 380-383, 2004.
16. Gao, W. and Hung, J. C., Variable Structure Control of Nonlinear Systems: A New Approach,? IEEE trans. Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp. 45-55, 1993.
17. Hung, J. Y., Gao, W. and Hung, J. C., Variable Structure Control: A Survey,? IEEE trans. Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp. 2-22, 1993.