

남서 해역 심해 설계 파고 및 풍속의 극치분석

김강민*, 이중우**, 이훈***, 양상용****, 정영환*****

* 세일종합기술공사 항만 및 해안 개발 기술연구소

** 한국해양대학교 건설환경공학부 교수

**** 한국해양대학교 건설환경공학부 겸임교수

, ** 한국해양대학교 토목환경공학과 대학원

The Extreme Value Analysis of Deepwater Design Wave Height and Wind Velocity off the Southwest Coast

Kang-Min Kim* · Joong-Woo Lee** · Hun Lee*** · Sang-Yong Yang**** · Young-Hwan Jeong*****

* Seil Engineering Co., Ltd. Port and Coastal Development Institute, Seoul 150-051, Korea

,** Division of Civil and Environmental Engineering, Korea Maritime University, Busan 606-791, Korea

,** Department of Civil and Environmental Engineering, Graduate school of Korea Maritime University, Busan 606-791, Korea

요약 : 연안 및 항만시설물의 설계에서 심해 설계파 및 풍속은 매우 중요한 설계 파라메타이다. 특히, 최근 부각되고 있는 방재공학 측면에서 이러한 정보에 대한 분석단계는 필수적이라 할 수 있다. 본 연구에서는 완도관측소의 기상연보에서 제시한 1978년부터 2003년까지의 풍속 자료와 한국해양연구원 파랑정보시스템에서 제공하는 16방향별 최대 유의파 산출자료를 이용하여 극치분석을 수행하였다. 특성분석에 사용된 극치분포함수는 Weibull, Gumbel, Log-Pearson Type-III, Normal, Lognormal, Gamma 분포이며, 각 분포함수의 매개변수는 모멘트법, 최우도법 그리고 확률 기준 모멘트법으로 추정하였다. 또한, 극치분포함수의 적합성은 5%의 유의수준 즉, 95%신뢰도 수준으로 χ^2 및 K-S 검정을 실시하였다. 그 결과, 한국 남서연안의 심해 설계파고는 Gumbel 분포형이 가장 적합한 모형으로 파악되었으나, 본 연구의 대상영역에 적합한 모형은 각각의 극치자료에 따라 선정된 확률분포에 의해 다르게 나타났다.

핵심용어 : 심해 설계파, 풍속, 설계 파라메타, 방재, 극치분포함수, 확률분포, χ^2 및 K-S 검정

ABSTRACT : When we design coastal and harbor facilities, deepwater design wave and wind speed are the important design parameters. Especially, the analysis of these informations is a vital step for the point of disaster prevention. In this study, we made an extreme value analysis using a series of deep water significant wave data arranged in the 16 direction and supplied by KORDI real-time wave information system, and the wind data gained from Wan-Do Whether Station 1978–2003. The probability distributions considered in this characteristic analysis were the Weibull, the Gumbel, the Log-Pearson Type III, the Normal, the Lognormal, and the Gamma distribution. The parameter for each distribution was estimated by three methods, i.e. the method of moments, the maximum likelihood, and the method of probability weight moments. Furthermore, probability distributions for the extreme data had been selected by using Chi-square and Kolmogorov-Smirnov test within significant level of 5%, i.e. 95% reliance level. From this study we found that Gumbel distribution is the most proper model for the deep water design wave height off the southeast coast of Korea. However the result shows that the proper distribution made for the selected site is varied in each extreme data set.

KEY WORDS : Deepwater design wave, Wind speed, Design parameters, Disaster prevention, Extreme distribution function, Probability distribution, Chi-square and Kolmogorov-Smirnov test

1. 서 론

*종신회원, kikami@seileng.com

**종신회원, jwlee@mail.hhu.ac.kr

***정회원, qnfzks98@hotmail.com

****종신회원, syyang2004@yahoo.co.kr

*****정회원, sangrag@samsung.com

02)840-5182

051)410-4461

051)410-4981

051)410-4981

051)410-4981

최근 해안 및 항만구조물에 방재공학적 접근이 이슈화됨에 따라, 심해 설계파고 및 풍속의 추산은 매우 중요한 설계 파라메타 중의 하나라고 할 수 있다. 극치분석은 말 그대로 극치값에 대한 분석이기 때문에 작은 차이라도 구조물 설계 시 큰 차이를 가져올 수 있기 때문에 중요한 과정이다.

따라서, 본 연구에서는 이러한 극치분석에서 가장 중요한 역할을 하는 확률분포함수(PDF ; probability distribution

function)의 적절한 매개변수 추정을 위하여, 비교적 적용이 용이한 최우도법(Maximum Likelihood Method), 모멘트법(Conventional Moment Method), 확률가중모멘트법(Probability Weighted Method)를 사용하였다. 추정된 확률분포형의 매개변수는 χ^2 검정과 K-S검정을 이용하여 유의수준 5%에서 적합도 검정을 실시하였다.

도입된 분포함수는 Weibull Type-II · III, Normal, Log-Normal Type-II · III, Log-Pearson Type-III, Gamma Type-II · III, GEV(General Extreme Value), 그리고 Gumbel 분포함수로, 심해 설계파고 및 풍속 극치분석을 실시하였다. 이상과 같은 연구과정은 Fig. 1과 같다.

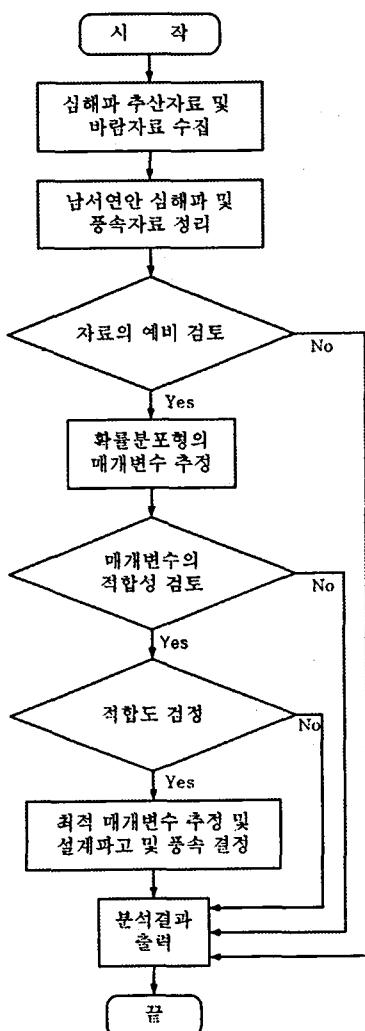


Fig. 1 Flow chart for extreme value analysis

2. 극치분석

2.1 개요

극치분포 해석에 쓰이는 극치분포 함수는 연구 대상영역

에 따라 매우 다르게 적용할 수 있으며, 분석하고자 하는 극치값(extreme value)의 성격 또는 지역적 특성에 따라 일반적으로 사용되는 극치분포 함수는 다른 양상을 보이고 있다.

먼저, Weibull분포는 재료의 안정성과 수명시험을 위해 제안되었고(Weibull, 1951), 현재 가장 많이 사용되고 있는 분포함수 중 하나이다. 3개의 변수를 갖는 Weibull 분포의 누가분포함수와 확률밀도함수는 다음 식과 같이 주어진다(John과 Kotz, 1970).

$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^\beta\right\} \quad (1a)$$

$$f(x) = \frac{\beta}{a} \left(\frac{x-x_0}{a}\right)^{\beta-1} \exp\left\{-\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^\beta\right\}, \quad x_0 \leq x < \infty \quad (1b)$$

여기서, $a > 0$ 는 규모매개변수, β 는 형상매개변수, x_0 는 위치매개변수이며, 3변수 Weibull 분포는 $\beta=1$ 이면 지수분포(exponential distribution)이다.

극치 수문현상의 적용에 많이 사용되고 있는 Gumbel 분포의 누가분포함수와 확률밀도함수는 다음 식과 같이 주어진다(Gumbel, 1958).

$$F(x) = \exp\left\{\exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{a}\right)\right]\right\} \quad (2a)$$

$$f(x) = \frac{1}{a} \exp\left\{-\left(\frac{x-x_0}{a}\right) - \exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{a}\right)\right]\right\}, \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (2b)$$

여기서, $a > 0$ 는 규모매개변수, x_0 는 위치매개변수이다. 또한 Gumbel 분포의 왜도계수(coefficient of skewness)는 0.0396으로 고정된 상수값을 갖는다.

GEV 분포는 홍수나 가뭄같은 수문사상의 빈도해석에 많이 사용되는 분포함수로서 형상매개변수 β 에 따라 3가지 형태로 구분될 수 있는데, 누가분포함수와 확률밀도함수는 다음 식과 같이 주어진다(NERC, 1975).

$$F(x) = \exp\left[-\left(1 - \frac{\beta(x-x_0)}{a}\right)^{(1/\beta)}\right] \quad (3a)$$

$$f(x) = \frac{1}{a} \left[1 - \frac{\beta(x-x_0)}{a}\right]^{(1/\beta)} \times F(x) \quad (3b)$$

여기서, a 는 규모매개변수, β 는 형상매개변수, x_0 는 위치매개변수로 β 가 음수면 하한경계치를 갖는 GEV-2분포이고, β 가 양수면 상한경계치를 갖는 GEV-3분포(Weibull 분포라고도 함)이며, β 가 0이면 GEV-1(Gumbel 분포) 분포가 된다.

Log-Pearson Type III는 미국에서 홍수자료 해석에 특히 많이 적용되고 있으며(IACWID, 1982), 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다(Bobee, 1975)

$$f(x) = \frac{1}{|\alpha|\Gamma(\beta)x} \left(\frac{\ln(x) - y_0}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[-\frac{\ln(x) - y_0}{\alpha} \right] \quad (4)$$

여기서, α 는 규모매개변수, β 는 형상매개변수, y_0 는 위치매개변수이고 $\Gamma(\beta)$ 는 gamma함수이다. α 가 양수이면 하한 경계값($e^{y_0} \leq x < \infty$)을 갖고, 양으로 왜곡된(positive skewed) 분포가 되며, 음수이면 상한경계값($0 < x \leq e^{y_0}$)을 갖고 형상매개변수와 규모매개변수의 값에 따라 양 또는 음으로 왜곡된 분포가 된다.

Log-Normal 분포는 수문자료 해석에 널리 이용되고, 확률밀도함수는 다음 식과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(x-x_0)\sigma_y} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x-x_0)-\mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right], \quad x_0 \leq x < \infty \quad (5)$$

여기서, $Y = \ln(x-x_0)$ 이고, μ_y , σ_y 는 Y의 평균 및 표준편차(규모매개변수 및 형상매개변수)이며, x_0 는 위치매개변수이다(Crow and Shimizu, 1998). 따라서 Y는 2개의 매개변수를 갖는 정규분포가 된다. 식 (5)에서 위치매개변수 x_0 가 0이면 2변수 Log-Normal 분포가 된다.

Normal분포는 초기의 물리학뿐만 아니라 자연현상 및 사회현상의 설명에 널리 쓰이게 되었고, 확률밀도함수는 다음 식과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp \left[-\frac{(x-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2} \right] \quad (6)$$

μ_y , σ_y 는 Y의 평균 및 표준편차(규모매개변수 및 형상매개변수)이며, x 는 위치매개변수이다.

3개의 매개변수를 갖는 Gamma 확률밀도함수는 다음 식과 같다(Bobee, 1975).

$$f(x) = \frac{1}{|\alpha|\Gamma(\beta)} \left[\frac{x-x_0}{\alpha} \right]^{\beta-1} \exp \left[-\frac{x-x_0}{\alpha} \right] \quad (7)$$

여기서, α 는 규모매개변수, β 는 형상매개변수, x_0 는 위치매개변수로서, α 가 양수일 때는 $0 \leq x < \infty$, 음수일 때는 $-\infty < x \leq x_0$ 이며, $\beta > 0$ 이다. 만약에 위치매개변수 $x_0 = 0$ 이면 2변수 Gamma 분포가 된다. Gamma 함수

$$\Gamma(\beta) = \int_0^\infty z^{\beta-1} e^{-z} dz \text{ 이다.}$$

2.2 극치분포 함수의 매개변수 추정 및 적합도 검정 방법

일반적으로 극치 확률분포모형은 2개 또는 3개의 매개변수를 포함하고 있으며, 이들은 관측 자료로부터 통계적 방법으로 구해진다. 또한, 이들의 매개변수의 추정법에는 모멘트법, 확률가중모멘트법, 최우도법, L-모멘트법, 최소자승법(Least Square Method)등이 있으며, 본 연구에서는 적용이 비교적 편리한 모멘트법, 확률 가중 모멘트법, 최우도법을 사용하여 매개변수를 산정하였다.

모멘트법(MOM)에서는 분포에 포함된 매개변수의 수만큼 자료에 대한 모멘트를 구하여 매개변수를 추정한다. 모든 매개변수는 자료에 대한 모멘트의 함수로 표현되기 때문에 주어진 자료에 대하여 분포의 매개변수는 일의적으로 계산된다. 모멘트는 다음과 같이 계산된다.

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N X_m, \quad \bar{X^2} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N X_m^2, \quad \bar{X^3} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N X_m^3 \quad (8)$$

일반적으로 저차 모멘트일수록 분포의 형상에 많은 영향을 주므로 모멘트법에서는 저차의 모멘트부터 순차적으로 이용된다.

확률 가중 모멘트법(PWM)은 변수 x의 원점 또는 평균치에 대하여 모멘트를 취하지만, 비초과확률(누가분포함수) $P(x)$ 의 누승으로 가중한 모멘트를 사용한다. 확률 가중 모멘트법은 다음 식으로 정의된다(Greenwood, 1979).

$$M_{i,j,k} = E[X^i P^j (1-P)^k] = \int_0^1 X^i P^j (1-P)^k dP \quad (9)$$

여기서, $E[X^i P^j (1-P)^k]$ 는 기대치, P 는 비 초과확률, i,j,k 는 음이 아닌 정수이다. 누가분포함수 $P=P(x)$ 의 역함수 $x=x(P)$ 가 쉽게 구해지는 분포에 대해서, 위의 식의 적분은 쉽게 계산될 수 있다. 확률 가중 모멘트법에서는 매개변수 추정에 앞서 먼저 i,j,k 의 조합을 결정하여야 한다.

최우도법(MLM)은 이산적인 경우와 연속적인 경우에 대한 설명의 중복을 피하기 위하여 미지의 θ 를 매개변수로 갖는 모집단 X의 확률함수 또는 확률밀도함수를 $f(x;\theta)$ 로 나타내고, 모집단으로부터 추출한 크기 n인 확률분포 (X_1, X_2, \dots, X_n) 를 생각해 볼 때 모집단이 이산분포인 경우 표본 (x_1, x_2, \dots, x_n) 이 실현될 확률은 θ 의 함수 즉, 식(10)으로 표시된다. θ 의 최우추정값을 구하여 θ 의 추정값으로 취하는 방법을 최우도법이라 한다. 최우추정량을 구할 때 L의 대수를 취하여 θ 에 관하여 미분하고 이를 0으

로 놓으면 계산이 용이한 경우가 많다.

$$L(\theta) = P(X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_n=x_n) \\ = f(x_1; \theta)f(x_2; \theta) \cdots f(x_n; \theta) \quad (10)$$

위에서 전술한 매개변수 추정법에 의해 산출된 매개변수의 값에 따라 그 극치분포의 특성이 좌우되므로 자료와 분포사이에 가장 적합한 매개변수를 산정하여야 한다.

산정된 매개변수는 χ^2 검정과 K-S(Kolmogorov-Smirnov)검정을 이용하여 적합도 검정을 실시하게 된다.

χ^2 검정은 단일표본에서 한 변수의 범주값에 따라 기대빈도와 관측빈도 간에 유의한 차이가 있는지를 보는 적합성 검정이고, 이 검정에 사용되는 검정통계량은 카이제곱 통계량으로 다음 식과 같다.

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (11)$$

여기서, O_i 와 E_i 는 각각 i 번째 범주에 대한 관측빈도와 기대빈도이고, 범주의 수는 k 개이다.

K-S검정은 하나의 확률표본이 확률분포함수 $F(x)$ 를 가지는 모집단에서 얻어졌을 때, $F(x)$ 가 어떤 특정분포 $F_0(x)$ 인가를 확인하여 적합도 검정을 실시한다.

H_0 : 모든 x 에 대하여 $F(x) = F_0(x)$

H_1 : 적어도 한 x 에 대하여 $F(x) \neq F_0(x)$

라는 가설을 세우고, 검정 통계량은 다음 식과 같다.

$$Z = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)| \quad (12)$$

여기서, $F_n(x)$ 는 표본분포함수로 $F_n(x) = \frac{1}{n}$ (x 를 넘지 않는 측정값의 개수)로 정의된다. 이 Z 값이 크면 클수록 H_0 값이 커진다.

본 연구에서 사용된 자료의 수가 20개 안팎인 점을 감안하여 K-S검정 결과를 기준으로 적합도를 판단하였다(Ang and Tang, 1975).

3. 추산자료

3.1 심해 설계파 추산자료

심해 설계파 추정을 위해서 해양수산부에서 발간한 장기 파랑 산출집에서 제공하는 자료(해양수산부, 1997)를 이용하였으며, 심해 설계파 추정 지점은 Fig. 2에 제시하였다. 장기

파랑 산출집은 우리나라 연안 67개 지점, 16방향에 대하여 HYPA 모형으로 추산된 1979년부터의 파랑장 자료 정보를 포함하고 있다. 금회 연구에서는 W계열은 22번, S계열에 대해서는 37번 격자점의 정보를 이용하였다.

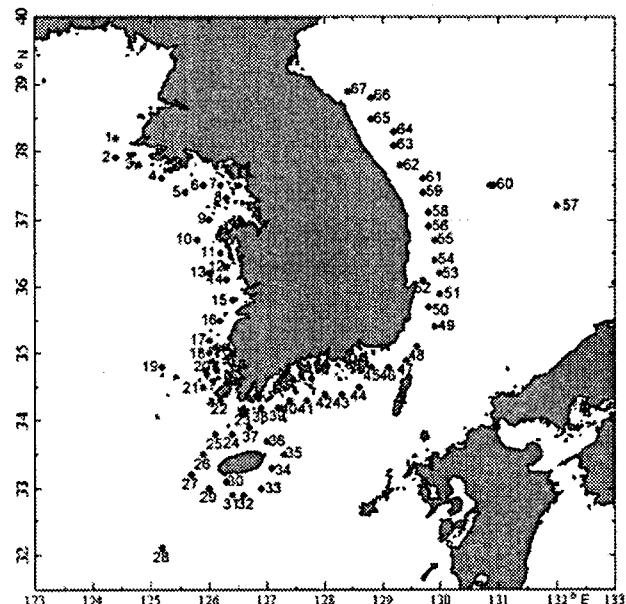


Fig. 2 Location number of the estimated wave height off the Korea coast

3.2 최대 풍속 추산자료

풍속에 관한 자료는 기상연보(기상청, 1978~2003)의 자료를 참조하여, 완도관측소의 연별 풍향별 순간최대풍속자료를 이용하였다.

4. 극치분석 결과

4.1 심해 설계파 추정

추산자료는 앞서 언급한 바와 같이, 1979년부터 1996년까지의 파고자료 중 연별 방향별 최대 유의파고 1개를 추출, 총 18개의 자료를 이용하여 극치분석을 실시하였다. 즉, 매년의 자료 중 가장 큰 파고만을 선정하는 연 최대치 방법(Annual maxima method)을 채택하였다.

확률분포함수의 매개변수 추정방법 중 가장 유의한 수준을 보인 확률 가중 모멘트법에 따른 각 확률분포형에 따른 각 방향별, 빈도별 값을 Table 1에 제시하였다. Fig. 3은 확률 가중 모멘트법으로 매개변수를 추정한 결과, K-S검정 수준을 나타내었다. 제시된 바와 같이, 확률분포함수는 Gumbel, Weibull type III, Log-Pearson Type-III가 선정되었으며, 극치분포 해석을 통한 빈도별 심해 설계파고를 구하였다.

Table 1 Results on deepwater design wave height

Direction	S	SW	SSW	W	NW	WNW	
P.D.F	LP3	WBU3	GUM	GUM	WBU3	GUM	
Retrun Period	2.0	1.6	1.7	1.7	3.2	5.4	4.7
	5.0	2.1	2.1	1.9	3.9	6.0	5.6
	10.0	2.4	2.4	2.1	4.4	6.4	6.1
	25.0	2.9	2.8	2.3	5.0	6.7	6.8
	50.0	3.2	3.1	2.5	5.4	6.9	7.3
	100.0	3.7	3.4	2.6	5.9	7.1	7.8

4.2 최대 풍속 추정

앞서의 심해 설계파랑 추산에서와 마찬가지로 완도관측소의 방향별 연 최대치를 채택하여 극치분석을 실시하였다. 가장 유의한 수준을 보인 확률 가중 모멘트법으로 매개변수를 추정한 각 확률분포형의 적합도 검정은 Fig. 4에 제시된 바와 같이 K-S검정을 선택하였으며, 채택된 확률밀도함수는 Log-Nomal Type-II, Weibull Type III, Log-Pearson Type-III, Gumbel로 나타났으며, 극치분석 결과 Table 2에 제시된 바와 같다.

Table 2 Results on wind speed

Direction	S	SW	SSW	W	NW	WNW	
P.D.F	GUM	LN2	LP3	LN2	GAM3	WBU3	
Return Period	2.0	9.3	9.0	8.5	11.6	15.3	9.7
	5.0	12.2	10.9	11.0	13.3	17.8	12.6
	10.0	14.1	12.1	13.0	14.4	18.8	14.2
	25.0	16.5	13.5	15.8	15.5	19.7	15.9
	50.0	18.3	14.5	18.2	16.3	20.2	17.0
	100.0	20.1	15.4	20.7	17.1	22.7	17.9

5. 결 론

최대 유의파 자료는 해양수산부(1997)에서 발간한 장기 파랑 산출집에서, 최대 풍속 자료는 기상청에서 발간한 기상 연보에서 수집하였다. 수집된 자료는 우리나라 남서 해역의 심해 설계파 및 최대 풍속의 극치분석을 수행하기 위하여 연 최대치 계열로 정리한 후, Gumbel 분포 외 9가지 분포 함수형을 도입하였다. 이러한 확률분포함수의 매개변수는 모멘트법, 확률 가중 모멘트법, 최우도법으로 매개변수를 추정한 후, 유의수준 5%의 K-S검정으로 적합도 검정을 실시하였다.

기존의 한국연안에 적용하는 확률분포함수로 Gumbel 분포를 많이 적용하여 심해 설계파 분석이 이루어지고 있는 실정이나, 본 연구에서는 우리나라 남서 해역에 확률분포함수를 적용한 결과, 심해 설계파 추정에는 LP3, WBU3,

GUM 분포가 선정 되었으며, 최대 풍속 추정에는 LN2, LP3, GAM3, GUM, WBU 분포가 선정되어 비교적 대상영역 지형과 파향 및 풍향에 따라서 비교적 다양하게 확률분포가 적용됨을 알 수 있었다.

따라서, 극치분석 시 Gumbel 분포만이 아닌 지형에 따라서 적절한 분포함수의 선택이 이루어져야 할 것으로 판단된다. 즉, 최근 추세에 따라 정확한 극치분석이 실행되기 위해선 여러 확률분포형을 도입하여 적절한 함수의 선택이 필수적이라 하겠다. 본 실험에서 사용된 파랑자료는 HYPA모형으로 추산된 계산치이기 때문에 실제 관측 자료의 축적이 필요할 것으로 판단된다.

참고 문헌

- [1] 기상청 (1978~2003), 기상연보.
- [2] 해양수산부 (1997), 장기 파랑 산출 자료집.
- [3] 김경덕, 고연우, 허준행 (2000), “한강유역의 면적 확률강우량 산정에 관한 연구”, 한국수자원학회 제3권 제4호 pp.419-426.
- [4] 김경덕, 허준행, 조원철 (1996), “연최대치 강우자료의 적정 확률분포형 선정에 관한 연구”, 대한토목학회 제16권 제II-4호 pp. 335-343.
- [5] Ang, A. H-S and Tang, W.H. (1975), Probability concepts in engineering planning and design., I, John Wiley and Sons, Inc. p.274
- [6] Bobee, B. (1975), “The Log-Pearson Type 3 Distribution and Its Application in Hydrology”, Water Resources Research, Vol. 11, no. 5, pp.681-689.
- [7] CERC., Dept. of the army U.S. (1992), Automated Coastal Engineering System. Tech. Ref.
- [8] Crow, E. L. and Shimizu, K. (1999), “Lognormal Distributions, Marcel Dekker, Inc., New York”
- [9] Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., N. C. and Wallis, J. R. (1979), Probability Weighted Moments : Definition and Relation to parameters of Several Distributions Expressible in Inverse Form., Water Resoruces Research, Vol. 15, NO. 5, pp. 1049~1054
- [10] Gumbel, E. J. (1958), Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York.
- [11] Johnson, N. L. and Kortz, S. (1970), Continous Univariate Distribution-1, Houghton Mifflin Company, Boston.
- [12] Hosking, W. D. and Swail, V. R. (2002), “Effects of Distribution and Fitting Techniques on Extreme Value Analysis of Modelled Wave Height, 7th International workshop on Wave Hindcasting and Forecasting Preprints, Banff, Alberta, Canada.

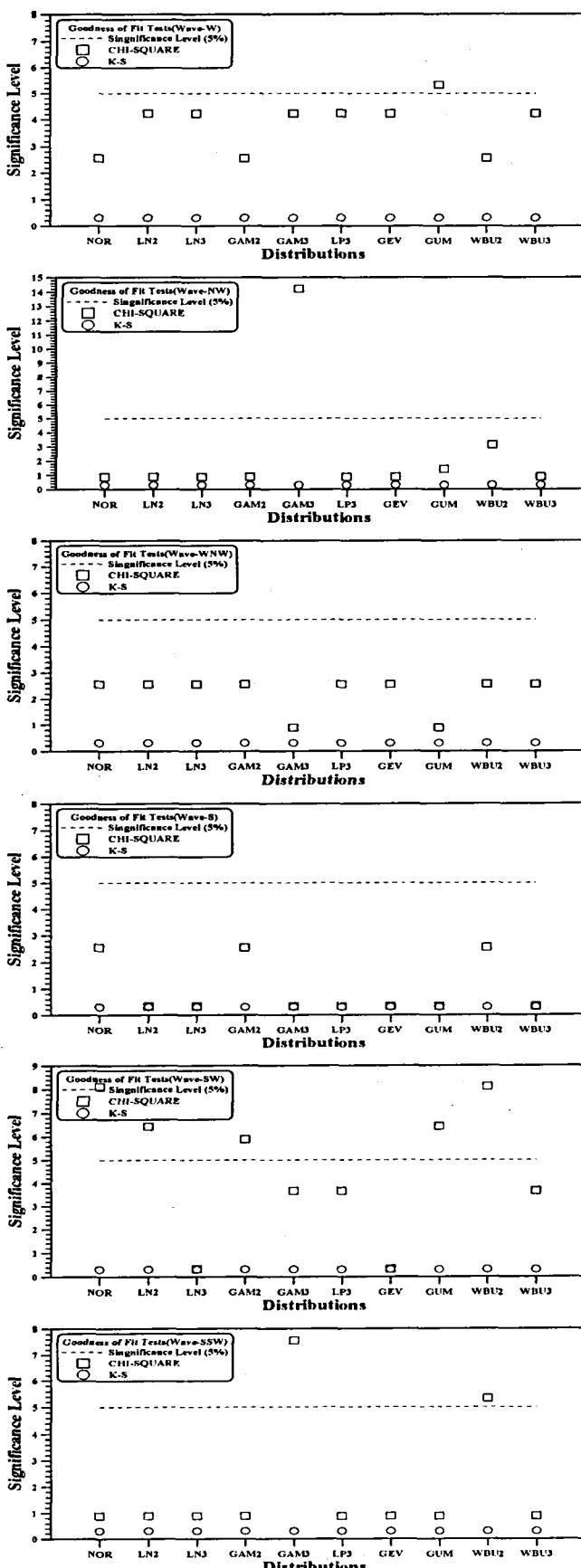


Fig. 3 Fit test per probability distribution function on wave

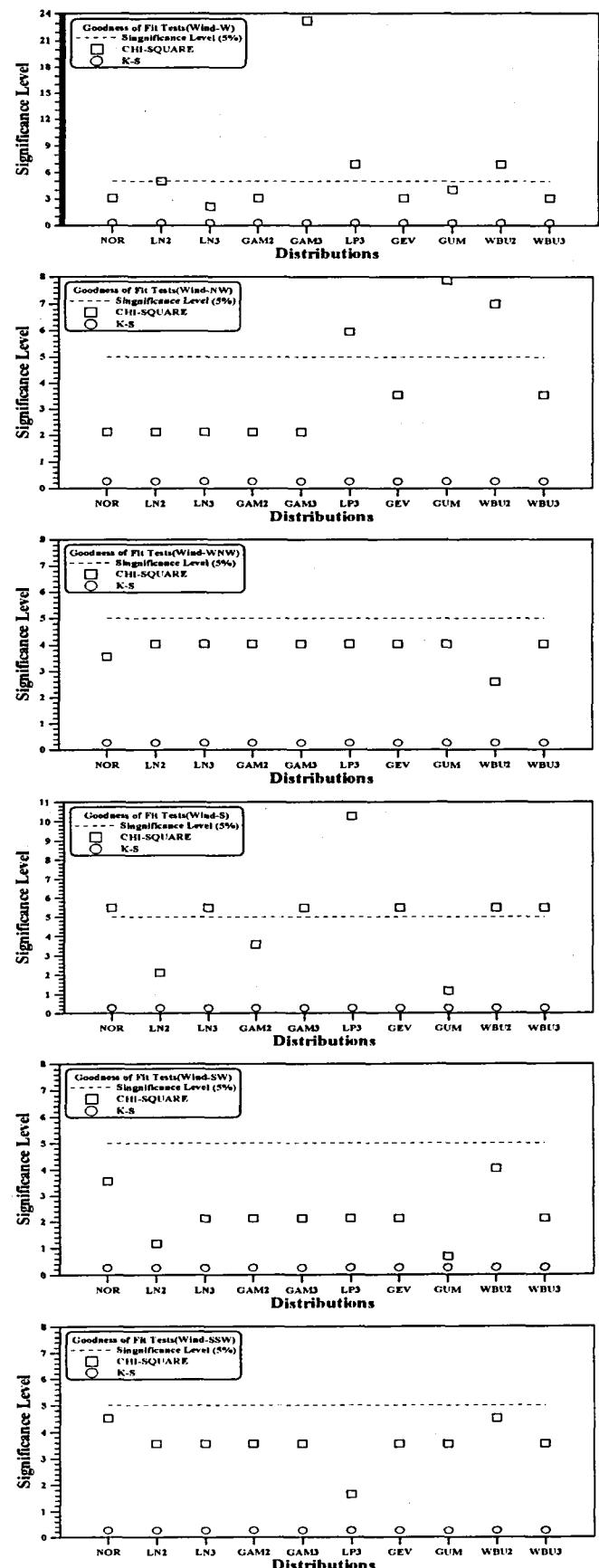


Fig. 4 Fit test per probability distribution function on wind

- [13] Interagency Advisory Committee on Water Data(IACWD) (1982). "Guidelines for Determining Flood Flow Frequency", Bulletin #17B, Hydrology Subcommittee, U. S. Geological Survey, Reston, Virginia.
- [14] Landwehr, J. M., N. C. and Wallis, J. R. (1979), "Probability Weighted Moments Compared with Some Traditional Techniques in Estimation Gumbel Parameters and Quantiles", Water Resources Research, Vol. 15, No. 5, pp.1055-1064.
- [15] National Environment Research Council (1975), Flood Studies Report, Volume No. 1 Hydrological Studies, Whitefriars Press Ltd, London.
- [16] Weibull, W. (1951), "Statistical Distribution Function of Wide Application", Jour. Appl. Mech., ASME, pp.293-297.