

통계적 공정관리와 공정조절의 통합을 위한 이론에 대한연구

A study on the theory for Integrating of Statistical Process Control and Process Adjustment.

鄭海雲*

Hae-Woon Jung

ABSTRACT

Statistical Process Control and Process Adjustment theory is gaining recognition in the process industries where the process frequently experiences a shift mean.

This paper aims to study the theory difference between Statistical Process Control and Process Adjustment in simple terms and presents a case study that demonstrates successful integration of Statistical Process Control and Process Adjustment theory for a product in drifting industry.

1. 서론

이 논문은 SPC와 공정조절모형을 통합하기 위하여 기초적인 이론과 확장된 이론을 조사연구하고 평균이 변화하는 공정에서 이론적인 체계를 확립하고자 한다. 현대 산업에서 주요한 공정관리의 목적은 품질특성이 목표에 맞도록 변동을 감소시키려는 전략이 계속되고 있다. Fugee Tsung(2001), James. Dvarte(2001)는 공정산업의 신뢰성측면에서 공학적 공정관리와 통계적 탐지에 대하여 연구하고 통합에 대한, 통계적 공정관리에 전략적인 연구들이다[23][20]. 최근 연구자들은 통계적 공정관리를 통하여 품질특성의 신뢰성보증 문제해결을 하고 있는 실정이다.[17][18][19][21][22].

그러나 변동의 감소시키는 시스템은 전통적으로 SPC를 사용하여 가피원인을 제거하고, EPC를 통하여 공정조절을 한다. SPC와 EPC 시스템의 통합모형의 개발은 더 많은 변동을 감소하도록 하는 기술로 확장된다. 통합모형의 개발을 위한 기초이론으로서 SPC의 기초이론, EPC모형의 기초이론과 통합 과정에 중요한 공정조절모형의 설계절차를 조사하였다.

SPC와 EPC 통합을 위한 SPC는 계량치 관리도가 많이 사용되고 있으며 통상적으로 $\bar{x}-R$ 관리도, EWMA 관리도, CUSUM 관리도를 사용한다. 슈하트관리도는 평균의 이동이 큰 경우에 가피원인을 탐지하는데 우수하지만 거짓경보를 발견하는데 미흡하

다. EWMA 관리도는 평균의 이동이 작은 경우에도 가피원인을 탐지하는 능력이 우수하여 슈와트관리도의 좋은 대안으로 사용한다. CUSUM관리도는 측정된 품질특성치 결과를 누적하여 타점된 값으로 공정의 변화를 판단할때 비교적 빠르게 공정의 변화를 탐지할 수 있다. SPC에서 $\bar{x}-R$ 관리도, EWMA 관리도, CUSUM관리도의 관리한계선의 수리는 SPC와 EPC 통합시스템에서 기초가 되며, 각각의 장단점을 충분히 파악하여 관리도의 선택과 활용으로 가피원인을 탐지하여 변동을 감소시키는 역할을 하게 된다. 한편 EPC에서는 우선 품질특성이 자기상관관계가 있는가를 살펴보고, 각란이 어떠한 추세모형을 갖는가를 살펴서 공정조절모형을 설계한다. EPC의 기초이론에서는 일계자기회귀모형, 일계이동평균모형, 혼합모형 등으로 구분되지만 더 복잡한 추세모형으로 확장 가능성을 고찰되어야 한다. EPC이론은 각란의 추세모형과 맞물리는 공정을 조절하는 이론들이 필요하다. 이때 사용되는 표준통합모형은 MMSE컨트롤러의 이론과 갈때기 실험이론 그리고 맥그리거의 이론과 일계각란모형 이론과 이계각란모형의 이론적인 접근을 중요한 과제로 다루었다.

특히 데밍의 갈때기실험 결과를 기초로 한 공정조절모형의 설계는 Box와 Jenkins(1976), MacGregor(1988)에 의하여 EPC통합모형의 확립이 가능하여졌다.[24[25]]. 절차의 확립은 갈때기실험의 규칙1과2를 기초로 하였고, MMSE(minimum mean squared error) 컨트롤 (control)에 의한 모수추정에서 ϕ 와 θ 의 관계의 규명을 가능하게 하였다.

2 SPC의 이론

2.1 SPC를 위한 평균과 범위관리의 이론

$\bar{x}-R$ 관리도는 계량치의 분포로 정규분포를 이용한다. 품질특성이 정규분포를 따르게 되면 이 분포는 평균과 표준편차에 의하여 결정되므로, 평균값과 표준편차를 동시에 관리하게 되어 결국은 품질 특성의 분포를 관리하게 된다. \bar{x} 관리도는 군의 평균값(\bar{x})의 변화와 군간의 변화를 관리하기 위해 사용되고, R관리도는 산포의 변화를 관리하며 이를 $\bar{x}-R$ 이라고 한다.

관리한계선의 이론적 근거 $\bar{x}-R$ 관리도를 작성하기 위해서는 크기 $n=3\sim 5$ 정도의 시료를 약 $k=20\sim 25$ 군 채취하여 측정한다. n 개의 측정값을 x_1, x_2, \dots, x_n 이라고 하고 평균값 \bar{x} 와 범위 R은 다음과 같다.

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$$

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

의 분포를 고찰하여 관리한계선을 구한다.

개개의 측정값 x 가 $N(\mu, \sigma^2)$ 의 정규분포에 따르는 공정이라면 \bar{x} 는 평균값 μ , 표준편차 σ/\sqrt{n} 의 정규분포에 따르게 된다. 따라서 \bar{x} 관리도의 3 σ 관리한계선은 다음과 같다

$$UCL = \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \mu + A\sigma$$

$$LCL = \mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \mu - A\sigma$$

(1-1)

단, $A=3/\sqrt{n}$ 이다.

실제로 식(1)에서 μ 와 σ 를 모르고 있으므로, μ 는 각 군의 평균값 \bar{x} 의 평균은 $\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m}$ 로써 추정하고, σ 의 측정값은 $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$ 로써 추정한다. 이 때 \bar{R}

는 각 군의 범위 R 의 평균 $\bar{R} = \frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2 + \dots + \bar{R}_m}{m}$ 이다.

따라서 \bar{x} 관리도의 관리한계선은 다음과 같다.

$$UCL = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{\sqrt{nd_2}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{\sqrt{nd_2}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$
(1-2)

단, $A_2 = 3/d_2\sqrt{n}$ 으로 상수이다.

개개의 측정값 x 가 $N(\mu, \sigma^2)$ 의 분포에 따르는 공정에서 크기 n 의 시료를 취했을 때 범위 R 의 기대값과 표준편차는 $E(R) = d_2\sigma$, $D(R) = d_3\sigma$ 로 주어진다.

따라서 이론적인 R 관리도의 관리 한계선은 다음과 같다.

$$UCL = d_2\sigma + 3d_3\sigma = (d_2 + 3d_3)\sigma$$

$$LCL = d_2\sigma - 3d_3\sigma = (d_2 - 3d_3)\sigma$$

(1-3)

가 된다. 그러나 실제로 σ 를 모르고 있으므로 이를 $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ 로 추정하면 R 관리도의 중심선과 관리한계선은 다음과 같다.

$$UCL = (d_2 + 3d_3)\hat{\sigma} = (d_2 + 3d_3) \frac{\bar{R}}{d_2} = (1 + 3 \frac{d_3}{d_2}) \bar{R} = D_4 \bar{R}$$

$$CL = d_2\hat{\sigma} = d_2 \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right)$$
(1-4)

$$LCL = (d_2 - 3d_3)\hat{\sigma} = (d_2 - 3d_3) \frac{\bar{R}}{d_2} = (1 - 3 \frac{d_3}{d_2}) \bar{R} = D_3 \bar{R}$$

$$\text{단, } D_3 = 1 - \frac{3d_3}{d_2}, \quad D_4 = 1 + \frac{3d_3}{d_2}$$

2.2 EWMA 관리도 이론

EWMA 관리도는 작은 이동에 관심이 있을 때 슈와트 관리도에 대하여 좋은 대안으로 사용된다.

EWMA의 수행은 CUSUM 관리도와 비슷하지만 그 설치와 운영이 CUSUM에 비하여 매우 수월하다. CUSUM 관리도처럼 EWMA는 이론적 관리도로 많이 사용한다.

2.2.1 공정평균의 감시를 위한 EWMA 관리도

Roberts(1959) Roberts(1959)에 의하여 EWMA 관리도는 처음 소개되었다[1]. Crowder(1987) Crowder(1987)와 Lucas 그리고 Saccucci(1990) Lucas 그리고 Saccucci(1990)의 논문에서도 EWMA에 대한 논의를 찾아 볼 수 있다[2][3].

EWMA는 다음과 같이 정의한다.

$$Z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad (2-1)$$

여기서 λ 는 $0 < \lambda \leq 1$ 인 상수이고 그 시작 값은 공정목표가 된다. 따라서 $Z_0 = M_0$ 이다.

때때로 이전 데이터의 평균은 초기 값으로 사용되기도 하며, $Z_0 = \bar{x}$ 이다. EWMA에서 Z_i 가 이전 샘플 평균의 가중 평균임을 보여주기 위해서 식(1-1)의 오른쪽에 Z_{i-1} 치환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Z_i &= \lambda x_i + (1 - \lambda)[\lambda x_{i-1} + (1 - \lambda)Z_{i-2}] \\ &= \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} + (1 - \lambda)^2 Z_{i-2} \end{aligned}$$

Z_{i-j} , $j=2,3,\dots,t$ 를 반복적으로 치환하면 다음과 같다.

$$Z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j x_{i-j} + (1 - \lambda)^i Z_0 \quad (2-2)$$

가중치 $\lambda(1 - \lambda)^j$ 는 샘플 평균의 시기에 따라 기하급수로 감소한다. 더구나 가중합은 다음과 같다.

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j = \lambda \left[\frac{1 - (1 - \lambda)^i}{1 - (1 - \lambda)} \right] = 1 - (1 - \lambda)^i$$

EWMA가 와만한 곡선으로 연결될 때 이 가중치가 기하급수로 감소하고 이를 기하이동 평균(GMA)이라고 불린다. EWMA는 추세모형과 예측(forecasting)모형으로 확장하

여 사용한다. EWMA는 과거와 현재 관측치 모두의 가중 평균으로서 생각되어 질 수 있기 때문에 이것은 정규적 가정(normality assumption)에 매우 적합하다. 그러므로 기하이동 평균은 개별적 관측치에서 이상적인 관리도로 사용한다. 만약 관측치 x_i 가 분산이 σ^2 인 독립 확률 변수라면 그 때의 분산 Z_i 는 다음과 같다.

$$\sigma^2_{Z_i} = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) (1 - (1-\lambda)^{2i})$$

그러므로 EWMA 관리도는 Z_i 에 대한 i 시점을 타점한다. EWMA 관리도의 중심선과 관리한계는 다음과 같다.

$$UCL = \mu_0 + L_0 \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} (1 - (1-\lambda)^{2i})} \quad (2-3)$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - L_0 \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} (1 - (1-\lambda)^{2i})} \quad (2-4)$$

L 은 관리한계의 너비가 된다. 두 식은 $[1 - (1-\lambda)^{2i}]$ 에서 λ 가 점점 커짐에 따라 점점 일치하게 된다. 보편적으로 정확한 관리한계선은 위의 식을 사용한다.

EWMA관리도는 몇 차례 시행된 후의 관리한계가 평형상태로 유지되며 관리한계선은 다음과 같다.

$$UCL = \mu_0 + L_0 \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$LCL = \mu_0 - L_0 \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

이식은 EWMA가 시작된 후에 미흡한 공정을 탐지하는 관리도의 수행능력을 향상하도록 한다.

2.3 누적합(CUSUM)관리도의 이론

이 관리도는 측정된 품질 특성치 결과를 누적하여 산출한 값으로 공정의 변화를 판단하는 방법으로, 비교적 빠르게 공정의 변화를 탐지할 수 있다. 슈하트관리도 보다 두 배 정도 빨리 이동 상태를 감지한다. 즉, 공정이 관리상태일 때 CUSUM관리도는 목표 값으로부터 작은 변화를 잘 감지해낸다. 왜냐하면 연속된 샘플데이터 값으로부터 정보를 종합하기 때문이다. CUSUM관리도에서의 타점은 목표 값으로부터 샘플 값을 뺀 차이의 누적합으로, 이 점들은 0주위에 랜덤하게 분포되어 있어야 한다. 만일 타점의 추이가 위 또는 아래로 발견되었다면 이는 프로세스의 평균에 변동이 있음을 뜻하고 이상원인을 찾아봐야 한다는 경고이다.

누적합관리도는 Wald(1947)의 축차확률 비율 검정 이론을 기초로 하여 정립된 것으로 Page(1954)에 이르러 비로소 누적합관리도의 이론이 구체화되었다. 그는 품질특성의 분포에 있어서 모수의 변화를 검출하는 문제와 관측치를 이용하고자하는 규칙을

개발하기 위하여 평균런의 길이를 이용하였다. 또한 공정변화의 검출 방법으로 단측 또는 양측으로 모수의 변동을 검출하고자하였다. [김종걸].

누적합관리도는 샘플크기가 $n \geq 1$ 일 때 몇 개의 샘플정보를 합하였기 때문에 슈하트관리도보다 공정 이동이 작은 탐지를 위하여 효과적이며 더구나 샘플의 크기가 $n = 1$ 일때 실무에서 효과적이다. 누적합관리도에서 타점은 다음 식은 다음과 같다.

$$C_i^+ + \sum_{j=1}^i (\bar{Y} - \mu_0)$$

테이블러 누적합 관리도의 단측 통계적 상한값과 하한 값은 다음과 같다

$$C_i = \max[0, x_i - (\mu_0 + k) + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (\mu_0 - k) - x_i + C_{i-1}^-]$$

여기서 초기값은 $C_0^+ = C_0^- = 0$ 이다

K는 참고값이라고도 하며 평균 μ_1 에서 가피원인의 값과 목표값 μ_0 와 차의 절대값을 반으로 나눈 값이다

3. EPC모형의 이론적 접근

3.1 SPC와 관련된 공정조절모형

관리도의 사용을 정의하는데 있어서 일반적으로 인용되는 표준 가정들은 첫째 데이터가 관리상태에 있을 때 공정에 의해 만들어진 데이터는 평균 μ , 표준편차 σ 를 갖고며, iid이다. μ 와 σ 는 모두 정해져 있지만 알려지지 않을 수도 있다. 그러므로 공정이 관리상태에 있을 때 시점 t에서 품질특성 Y_t 는 슈하트(Shewhart) 공정모형으로 나타낸다.

$$Y_t = \mu + e_t \quad t=1,2,\dots$$

(3-1)

여기서 e_t 는 평균 0와 표준편차 σ_e^2 을 갖는 독립된 정규분포이다.

슈하트 공정모형은 이러한 가정들이 만족될 때, 전통적인 관리도에 적용할 수 있다. 3σ 관리한계, 평균 런 길이 같은 관리도의 통계적 특성들은 관리도 해석을 쉽게한다. 정규성에 대한 가정은 관리도의 좋은 기능을 나타나도록 한다.

관리도의 가장 중요한 가정은 관찰의 독립성이다. 왜냐하면, 전통적인 관리도들은 각 시점에서 품질특성간에 낮은 상관관계로 나타내어진다면 정상적인 기능을 발휘하지 못한다. 특히, 데이터가 상관관계가 있다면, 관리도들은 매우 많은 거짓경보를 만들어 내는 오류를 범하게 된다.

이러한 연구는 Berthouex, Hunter, Pallesen[(4)], Alwan과Robert[5] Montgomery와 Friedman(1989)[6], Harris와 Ross(1991)[7], Montgomery Mastrangelo(1991)[8], Maragah와 Woodall(1992)[9]을 포함한 많은 학자들에 의해 이루어져왔다.

상관관계가 없거나 독립적인 관찰이라고 가정한 이론은 제조공정에서 만족되지 않는다.

3.2 상관관계가 있는 데이터의 EWMA의 적용

추세모형은 실제상황에서 적용하기 어려운 것일 수 있다. 추세모형의 개발은 관리도에서 몇 개의 공정변수에 적용하려 한다면 시간을 낭비하는 것이다.

Montgomery와 Friedman(1989)은 이러한 어려움을 부분적으로 경감시키는 자동추세모형 구축을 설계하였다[6].

그러나 추세모형 그 자체가 공정의 다양성을 설명하는데 진정한 값이 아니라면, 자동추세모형은 실질적으로 입증 될 수 있도록 더 많은 연구가 있어야 한다. Montgomery와 Mastrangelo(1991)는 EWMA에 기초한 대략적인 절차를 제안해 왔다. 그들은 자기상관관계가 있는 데이터가 일부상황에서 EWMA가 사용될 수 있다는 사실을 이용하였다[8].

통합이동평균모형은 다음과 같다.

$$Y_{t-1} = z_t$$

여기서 $z_t = \lambda Y_t + (1-\lambda) z_{t-1}$ 이 EWMA이다.

$\lambda = 1 - \theta$ 를 갖는 EWMA는 이러한 공정에 대한 최적의 일단계선행 예측이다. 만일

Y_{t-1} 이 마지막 시점에서 만들어진 t+1시점에서 관측되어지기 위한 예측이라면 일단계선행 예측오차는 iid이며, 다음과 같다.

$$e_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (3-2)$$

그러므로 관리도들은 일단계선행예측오차에 적용될 수 있다. 모수 λ (또는 θ)는 오차 e_t 의 최소제곱합을 얻어질 수 있다.

통합이동평균은 EWMA에 의하여 정확하게 모형로 만들어진 것은 아니다. 만일 관찰값들이 양의 자기상관관계가 있고 공정평균이 매우 빠르게 움직이지 않는다면, 적절한 λ 값을 갖는 EWMA는 우수한 일단계선행 예측기법을 제공할 것이다.

Montgomery, Johnson, Gardiner(1990)는 추세분석영역에서 수년동안 예측과 그 결과를 이용해 왔다[9]. EWMA는 일계역학을 따르는 많은 공정들을 예측 하였다[10]. 결과적으로 위에 조건에서 정확한 추세모형은 이와 근사한 공정탐지 절차의 기본으로써 EWMA를 사용할 수 있다. 공정탐지절차는 공정도상에서 일단계로 선행 EWMA 예측오차를 타점 한다.

EWMA 예측은 근본적인 관측한 런 도표와 병행하여 사용된다. EWMA 예측을 사용하는 사람은 오차의 공정도가 공정에 참고 되는 구조를 제공하지 않는다고 생각하여 두 도표를 모두 필요로 한다.

Montgomery와 Mastrangelo(1991)는 단순공정에서 공정의 다양성과 통계적 관리에 대한 정보를 통합할 수 있다고 하였다[8].

4 공정조절모형의 기초이론

4.1 공정의 탐지와 공정조절을 위한 이론적 체계

변동의 감소는 산업에서 공정을 향상시키는데 매우 중요한 부분으로 작용한다. SPC (통계적 공정 관리)는 관리도에서 이상원인의 탐지를 통한 산포의 감소에 효과적인 도구로 사용된다. 이상원인이 제거되면 공정의 산포가 감소하고 공정성능은 향상된다.

SPC는 역사적으로 이산적 제조 분야에서 성공적으로 사용되어 왔다. 화학과 공정산업에서 찾을 수 있는 연속공정에서는 종종 산포를 줄이기 위해서 다른 접근 방법이 사용된다. 이 접근은 공정 조절과 공정표준을 기반으로 하고 있으며 다양한 공정 변수들이 공정의 결과가 목표치에 유지되도록 조절된다. 이 공정 보정 또는 표준안은 일반적으로 공학적 공정 관리, 통계적 관리, 피드백 피드포워드 관리로 널리 알려져 있다.

SPC는 항상 우리가 공정을 통계적 관리 방법으로 관리할 수 있는 상황에 응용된다. “통계적 관리”는 공정 목표치 주위에서 안정된 확률 변동을 관측한다는 것을 의미한다. 더욱이 SPC는 공정이 일단 관리상태에 있으면 계속적인 조정을 진행시키지 않는다. 만약 작업자의 차이, 자재의 변동과 같은 이상원인이 제거 된다면 공정을 관리상태로 유지하는 것이 가능할 것이다. 그러나 어떤 산업에서는 우리의 최선의 노력에도 불구하고 공정에 여전히 목표치와의 사이에 차이가 생기게 된다. 이것은 입력 자재의 연속 변동과 온도의 영향과 같은 현상 때문에 발생하고 또는 공정에 영향을 미치는 규명되지 않는 힘에 의해서 생기기도 한다.

EPC를 통한 공정 표준화에서 공정 산출물의 이동의 보정에 대해 조정 될 수 있는 다른 변수들이 있다고 가정한다. 그리고 변수들을 조종하기 위한 조정은 우리가 원하는 목표치에 근접하게 유지되도록 해 준다. 향상된 절차를 제공하기 위한 SPC와 EPC의 통합에는 주의해야 할 점이 있는데 그것은 이상원인 형태의 각란이 탐지 가능하도록 EPC를 향상시켜야 한다는 것이다. 여기에 대한 배경지식은 Box Kramer(1992)[12] MacGregor(1987)[13], VanderWeil, Tucker, Faltin Doganaksoy(1992)[14], MacGregor Harris(1990)[15] 와 Montgomery, Keats, Runger Messina(1994)[16]에서 찾아 볼 수 있다.

EPC와 SPC 통합의 필요성에 대한 의문을 가지는 것은 당연하다. 역사적으로 SPC와 EPC는 다른 환경에서 개발되고 발전되어 왔다. SPC는 품질을 향상시키는 조직의 전략이라고 생각되었으며, 이것은 일반적으로 사람, 방법절차를 강조하는 Top-down, High-Visibility activity이다.

EPC는 보다 전술적이며, 이것의 주요한 관심은 공정에 있다. SPC의 통계적 기반구조는 가설 시험과 유사하다. 반면에 EPC의 목표에서 통계적 기반구조로 얼마나 많이 벗어나는가에 대한 모수 추정과 이것의 영향을 취소하는 조정이 만들어 지는 것에 있다. 두 가지 절차 즉, SPC와 EPC가 서로 공유하는 목표는 무엇인가? 그것은 바로 “변동의 감소”이다.

EPC는 입력과 출력 공정을 연결하는 특별하고 역동적인 모델이 있다고 가정한다. 만약 이 모델이 정확하다면 EPC 공정 조정 규칙은 결과물의 목표치에 대한 변동을 최

소화 할 것이다. 그러나 어떤 외부적 각란이나 이상원인이 이러한 역동적 구조에서 발생하였을 때 보정 규칙은 이전 사건에 대하여 완벽하게 설명할 수 없다. 결과적으로 변동은 증가하게 될 것이다. SPC는 특별한 방법을 응용함으로써 가피원인은 조정 될 것이고 EPC/SPC의 통합 절차는 EPC가 혼자 사용될 때 보다 더욱 효과적이다.

5. 일계각란 모형을 위한 이론적 체계

5.1 평균이 변화하는 경우 공정조절모형의 이론적 체계

평균이 이동하는 경우 공정조절모형의 절차를 확립하기 위하여 다음과 같은 가정을 세운다.

첫째; 연속공정산업에서 공정평균은 상수가 아니다.

둘째; 많은 각란이 존재한다.

공정산업에서 실제적인 공정모형은 다음과 같다.

$$Y_t = u_{t-1} + n_t + e_t \quad (5-1)$$

Y_t ; 품질특성

u_t ; 공정조절의 효과

n_t ; 각란의 효과

e_t ; 오차

갈때기실험규칙1과 같이 조절활동을 하지 않을 때 $u_t=0$ 이므로 평균이 이동할 때 공정모형은 다음과 같다.

$$Y_t = n_t + e_t \quad (5-2)$$

이모형의 분산은 다음과 같다.

각란이 일계자기회귀모형에 따른다고 가정하면 n_t 는 다음과 같다.

$$n_t = \phi n_{t-1} + a_t$$

(5-3)

여기서 a_t 는 백색잡음이다. ϕ 는 자기회귀계수이며 범위는 $-1 \leq \phi \leq 1$ 이다. 많은 공정에서 품질특성의 평균은 높은 상관관계가 있을 때, ϕ 가 1에 접근한다.

5.2 MMSE(minimum mean squared error)에 이론적 체계

Box와 Jenkins(1976)는 목표와 품질특성의 차이에서 평균제곱오차(minimum mean squared error)를 최소화하기 위하여, 모든 측정 시점 t에서 공정조절이 이루어지도록 목표와 t+1측정시점의 품질특성과 차이를 예측 하였다.

$$u_t = Y_{t+1}/t$$

(5-4)

Box와 Jenkins(1976)는 Y_{t+1} 의 예측 \hat{Y}_{t+1} 을 필터 또는 가중함수(weight function)로 나타내었다[]. 평균이 이동하는 공정모형 식(8)은 각란모형의 식(9)가 들어가게 된다. 공정모형식(8)에 각란모형식(9)를 대입하면 다음과 같다.

$$Y_t = u_{t-1} + \phi n_{t-1} + a_t + e_t$$

(5-5)

공정모형 식(8)로부터 t-1 시점의 각란모형은 다음과 같다.

$$n_{t-1} = Y_{t-1} - u_{t-2} - e_{t-1}$$

(5-6)

식(17)을 식(16)에 대입하면 다음과 같다.

$$Y_t = u_{t-1} + \phi Y_{t-1} + \phi u_{t-2} - \phi u_{t-2} - \phi e_{t-1} + a_t + e_t$$

(5-7)

식(18)로 부터 u_{t-1} 은 다음과 같다.

$$u_{t-1} = \phi u_{t-2} - \phi Y_{t-1} + Y_t + \phi e_{t-1} - a_t - e_t$$

(5-8)

그러므로 u_t 는 다음과 같다.

$$u_t = \phi u_{t-1} - \phi Y_t + [Y_{t+1} + \phi e_t - a_{t+1} - e_{t+1}]$$

(5-9)

MacGregor가 설계한 MMSE컨트롤러는 다음과 같다.

$$u_t = \phi u_{t-1} - (\phi - \theta) Y_t$$

(5-10)

식(20)과 식(21)이 같아지게 하기 위하여 식(20)은 [] 부분이 MMSE 컨트롤러를 만족하도록 하는 θY_t 가 되어 다음과 같이 나타낸다.

$$Y_{t+1} + \phi e_t - a_{t+1} - e_{t+1} = \theta Y_t$$

(5-11)

식(20)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_t = \phi u_{t-1} - \phi Y_t + \theta Y_t$$

(5-12)

6. 결론

통계적 공정관리와 공정조절모형을 통합하기 위한 SPC의 이론적인 관리도의 모형과 공정조절모형의 수리들의 체계가 조사되었다. 평균 이동이 큰 경우에는 슈하트관리도가 우수하며 EWMA 관리도, CUSUM 관리도는 평균이동이 작을 경우 슈하트관리도의

대용으로 우수하다. EPC모형은 각란에 따라 공정조절모형이 다르게 나타난다. 일반적으로 연속공정에 사용하는 평균제곱오차로서 산업에 공정조절을 위하여 표준으로 사용되는MMSE 공정조절모형을 제시하였다. 공정조절모형의 확장된 설계를 위하여, 본 연구는 Box와 Jenkins(1976), MacGregor(1988)에 의하여 설계된 EPC통합모형의 체계적인절차를 상세하게 보여주었다.

참 고 문 헌

- [1] Alwan, L.C and H.V. Robert(1998) "Time Series Modeling for Statistical Process Control" Journal of Business and Economics statistics, vol. 6
- [2] Berthouex, P.M , W.G Hunter, and L. Pallesen (1978) . "Monitoring Sewage Treatment Plans : Some Quality Control Aspect" Journal of Quality Technology, Vol.10
- [3] Big three implement SPC systems. : Quality In Manufacturing Nov 2000 v11 i6 p39
- [4] Box,G.E.P and Jenkins G.M.(1976). Time series analysis, forecasting, and control. Holden Day, San Francisco, CA.
- [5] Box.G.E.P and T. Kramer (1992) " Statistical Process Monitoring and Feedback Adjustment-A Discussion" Technometrics, Vol.34.
- [6] Box, G.E.P., G.M. Jenkins, and G.C. Reinsel(1994) "Time Series Analysis, Forecasting, and control, 3rd edition, Prentice-Hall. englewood Cliffs, N.J
- [7] Crowder(1987), S.V "A simple Method for studying Run-Length Distributions of Exponentially Weighted Moving Average charts" Technometrics vol. 29
- [8] Enhanced Visual SPC : Quality In Manufacturing July 2001 v12 i4 p25
- [9] Fugee Tsung(2001) A Note on Statistical Monitoring of Engineering Controlled Processes, International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, Volume 8, Issue 1, Page 1-14
- [10] Harris, T.J., and W.H. Ross(1991). "Statistical Process Control Procedures for Correlated Observations" Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 69.
- [11] Instant SPC charting : Quality In Manufacturing May 2001 v12 i3 p21
- [12] Jamse, E. Dvarte(2001), Statistical Process Control In Industry : Implementation and Assurance of SPC ;Journal of the American Statistical Association June v96 i454 p78 135N3617
- [13] Lucas, J.M and M.S . Saccucci(1990) " Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes : Properties and Enhancements" Technometrics, Vol.27
- [14] MacGregor, J.F (1987) "Interfaces Between Process Control and On-Line Statistical Process Control" A.I.ch.E. Cast Newsletter, 9-19

- [15] MacGregor, J.F.(1988)."On-line Statistical Process Control." Chemical Engineering Process 84,10,pp.21-31.
- [16] MacGregor, J.F and T.J. Harris(1990) " Discussion of "EWMA Control Schemes : Properties and Enhancement," by Lucas and Sacucci." Technometrics, Vol.32
- [17] Maragah, H.O and W.H. Woodall(1992) "The Effect of Autocorrelation on the Retrospective X-chart" Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol.40.
- [18] Montgomery, D.C and J.J Friedman(1989) " Statistical Process Control in a computer-Integrated Manufacturing environment."
- [19] Montgomery, D.C L.A Johnson, and J.S Gardiner (1990) " Forecasting and Time Series Analysis, 2nd edition, McGraw-hill, New York
- [20] Montgomery, D.C and C.M. Mastrangelo (1991) "Some Statistical Process Control Methods for Aurocorrelated Data" Journal of Quality Technology. Vol.23.
- [21] Montgomery,D.C., J.B.Keats, and G.C. Runger, and W.S. Messina(1994) "Integrating Statistical Process Control and engineering Process Control." Journal of Quality Technology, Vol.26
- [22] Plavix SPC update : Chemist & Druggist Oct 6, 2001 p28
- [23] Roberts, S.W (1959) "Control chart test based on Geometric Moving Averages" Techometrics vol.1
- [24] SPC update for Tramadol. (Sterwin Medicines Ltd.) (Brief Article) : Chemist & Druggist Sept 29, 2001 p32
- [25] Vander Weil.s., W.T. Tucker, F.W. Falltin, and N.Doganaksoy(1992) "Algorithmic Statistical Process Control : Concepts and an Application." Technometrics. Vol. 34