

환형평판과 원판으로 구성된 유체용기의 고유진동 해석 Free Vibration Analysis of Fluid Vessel with Annular and Circular Plates

°정경훈*·김종인**·박근배**

Kyeong-Hoon Jeong, Jong-In Kim and Keun-Bae Park

Key Words : Fluid-coupled (유체로 연성된), Annular plates (환형평판), Circular plates (원판), Free vibration analysis (고유진동 해석), Rayleigh-Ritz method (Rayleigh-Ritz 방법), Fourier-Bessel transform (Fourier-Bessel 변환).

ABSTRACT

An analytical method for the hydroelastic vibration of a vessel composed of an upper annular plate and a lower circular plate is developed by the Rayleigh-Ritz method. The two plates are clamped along a rigid cylindrical vessel wall. It is assumed that the fluid bounded by a rigid cylindrical vessel is incompressible and non-viscous. The wet mode shape of the plates is assumed as a combination of the dry mode shapes of the plates. The fluid motion is described by using the fluid displacement potential and determined by using the compatibility conditions along the fluid interface with the plate. Minimizing the Rayleigh quotient based on the energy conservation gives an eigenvalue problem. It is found that the theoretical results can predict well the fluid-coupled natural frequencies comparing with the finite element analysis result.

1. 서론

유체와 접촉하는 구조물의 고유진동수는 유체로 인한 부가질량의 증가로 공기중의 고유진동수보다 감소하게 된다. 이러한 유체-구조물간의 상호간섭 문제는 많은 연구자들이 연구해 왔다. Kasahara 외 [1]는 두 환형평판 사이에 유체가 채워있을 때 유한요소해석 방법으로 고유진동수를 예측하였고 실험으로 검증하였다. Amabili 외 [2]는 Rayleigh-Ritz 방법으로 무한유체에 떠있는 환형평판에 대한 고유진동해석을 수행하였다. 그리고 Kwak 외 [3]는 자유단을 갖는 단일 환형평판이 유체에 잠겨 있을 때, 실험으로 모드해석을 수행하였고 이론해로 검증하였다. Amabili [4]는 유체의 깊이가 환형평판의 고유진동수에 미치는 영향을 연구하였다. Liang 외 [5]는 Hankel 변환으로, Bauer와 Komatsu [6]는 급수전개로, Biswal 외 [7]는 유한요소해석법으로 유체와 접하는 단일 환형평판의 고유진동해석을 수행하였다. Jeong은 동일한 두 원판 사이에 유체가 채워진 경우, 공기중 모드를 조합하는 Rayleigh-Ritz 방법을 적용한 이론적인 고유진동 해석방법을 제시하였고 [8], 압축성 유체에 잠긴 원판의 고유진동특성을 연구하였다 [9]. 지금까지 환형평판과 원판이 유체로 연성되었을 경우, 동특성을 연구한 논문이 없었다. 따라서 본 논문에서 원형 바닥판과

환형 상판으로 이루어지고 유체로 채워진 용기의 고유진동 해석이론을 유도하고 유한요소해석으로 검증하고자 한다

2. 이론 전개

2.1 지배방정식 및 경계조건

Fig.1은 유체로 연성된 환형평판과 원판을 보여주고 있다. R , a 와 h_j 는 상부 환형평판의 외반경, 내반경, 환형평판과 원판의 두께를 각각 나타낸다. 그리고 d 는 상부 환형평판 및 하부 원판 사이의 거리를 나타낸다. 이론해석을 위하여 유체를 비압축성, 비점성의 이상유체로 가정하였고 두 판에 미치는 중력의 영향을 무시하였다. 이 때 유체는 강체 원통실린더에 채워있고 두 판은 실린더에 고정된다. 유체와 접하는 판의 상방향 변위 w_j 에 대한 운동방정식은 다음 식으로 나타난다.

$$D_j \nabla^4 w_j + \rho h_j w_{j,u} = p_j, \quad j = 1, 2. \quad (1)$$

여기서 $D_j = Eh_j^3 / 12(1 - \mu^2)$ 는 판의 강성도이며, ρ , μ , p_j 및 E 는 판의 밀도, Poisson 비, 판에 작용하는 유체압력, 그리고 탄성계수를 각각 나타낸다. 그리고 수식에서 첨자 1은 상부 환형평판을 나타내고 2는 하부 원판을 나타낸다. 식(1)의 편미분방정식 해는 극좌표 (r, θ) 에 대하여 공기중 평판 변위의 조합으로 나타낼 수 있다.

* 정희원, 한국원자력연구소
Tel. (042) 868-8792
E-mail : khjeong@kaeri.re.kr
** 한국원자력연구소.

$$w_1(r, \theta, t) = \cos(n\theta) \sum_{m=1}^M q_m W_{nm1}(r) \exp(i\omega t) \quad (2a)$$

$$w_2(r, \theta, t) = \cos(n\theta) \sum_{m=1}^M p_m W_{nm2}(r) \exp(i\omega t) \quad (2b)$$

식(2a)와 (2b)에서 q_m 과 p_m 은 미정계수이고 n 은 환형평판과 원판의 절점직경 (nodal diameter)의 수를 나타낸다. 그리고 ω 는 환형평판과 원판의 연성고유진동수 (coupled natural frequency)를 나타낸다. 환형평판과 원판의 공기중 동적변위에 대한 식은 각각 다음과 같다.

$$W_{nm1}(r) = J_n(\lambda_{nm} r) + A_{nm} Y_n(\lambda_{nm} r) \quad (3a)$$

$$+ B_{nm} I_n(\lambda_{nm} r) + C_{nm} K_n(\lambda_{nm} r),$$

$$W_{nm2}(r) = J_n(\eta_{nm} r) + G_{nm} I_n(\eta_{nm} r) \quad (3b)$$

여기서 미정계수 A_{nm} , B_{nm} , C_{nm} 그리고 G_{nm} 는 환형평판과 원판의 경계조건으로부터 결정된다. 식(2a, b)와 (3a, b)에서 λ_{nm} 과 η_{nm} 은 원판과 환형평판의 주파수 파라미터를 각각 나타내며, J_n 와 I_n 은 각각 제 1종 Bessel 함수와 제 1종 수정 Bessel 함수고, Y_n 과 K_n 은 각각 제 2종 Bessel 함수와 제 2종 수정 Bessel 함수다. 첨자 m 은 공기중 진동모드의 절점 원(nodal circle)의 수를 나타내고 접수진동 모드에서 반경방향 진동모드 전개항을 나타낸다. 환형평판의 내부 및 외부 가장자리가 고정되기 때문에, $r = a$ 와 $r = R$ 에서 환형평판의 기울기와 변위가 영이 되어야 하므로 식(4)를 얻게 되고 이로부터 λ_{nm} 값을 계산할 수 있다.

$$\begin{vmatrix} J_n(\lambda_{nm} a) & Y_n(\lambda_{nm} a) & I_n(\lambda_{nm} a) & K_n(\lambda_{nm} a) \\ J_n(\lambda_{nm} R) & Y_n(\lambda_{nm} R) & I_n(\lambda_{nm} R) & K_n(\lambda_{nm} R) \\ J_n'(\lambda_{nm} a) & Y_n'(\lambda_{nm} a) & I_n'(\lambda_{nm} a) & K_n'(\lambda_{nm} a) \\ J_n'(\lambda_{nm} R) & Y_n'(\lambda_{nm} R) & I_n'(\lambda_{nm} R) & K_n'(\lambda_{nm} R) \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

원판의 가장자리도 고정된 경계조건을 갖게 되므로 $r = R$ 에서 변위와 기울기가 모두 영이 되어 식(5)를 얻게 되고 이로부터 η_{nm} 값을 계산할 수 있다.

$$\begin{vmatrix} J_n(\eta_{nm} R) & I_n(\eta_{nm} R) \\ J_n'(\eta_{nm} R) & I_n'(\eta_{nm} R) \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

2.2 유체의 변위포텐셜 (Displacement Potential)

원판 및 환형평판과 강체 뚜껑과 실린더로 둘러싸인 이상유체의 운동은 유체의 속도포텐셜에 대한 Laplace 방정식으로 나타난다.

$$\nabla^2 \Phi(r, \theta, x, t) = 0 \quad (6)$$

식(6)의 속도포텐셜은 변수분리를 이용하면 식(7)로 나타낼 수 있다.

$$\Phi(x, r, \theta, t) = i\omega \phi(r, \theta, x) \exp(i\omega t) \quad (7)$$

식(7)을 식(6)에 적용하면 식(6)의 일반해는 유체의 변위포텐셜인 식(8)로 나타난다.

$$\phi = \cos n\theta \sum_{s=1}^{\infty} J_n(\beta_{ns} r) \{E_{ns} \sinh(\beta_{ns} x) + F_{ns} \cosh(\beta_{ns} x)\} \quad (8)$$

그런데 강체 실린더 벽에서 반경방향 유체의 변위는 영이 되어야 하므로 식(9)를 만족해야 한다.

$$\partial \phi / \partial r |_{r=R} = 0 \quad (9)$$

식(9)에 식(8)을 대입하면 계수 β_{ns} 를 구할 수 있는 식(10)을 얻는다.

$$J_n'(\beta_{ns} R) = 0 \quad (10)$$

한편 두 평판과 유체가 만나는 접촉면에서 수직방향의 변위가 같아야 하므로 적합조건식은 다음과 같이 나타난다.

상부 환형평판에 대하여

$$\partial \phi(r, \theta, d/2) / \partial x = \begin{cases} 0 & 0 \leq r \leq a \\ w_1(r, \theta) & a < r \leq R \end{cases} \quad (11)$$

하부 원판에 대하여

$$\partial \phi(r, \theta, -d/2) / \partial x = w_2(r, \theta) \quad 0 \leq r \leq R \quad (12)$$

유한 Fourier-Bessel 변환을 위하여 식(11)과 (12)에 식(2a, b)와 (8)을 대입하고 $r J_n(\beta_{ns} r)$ 을 곱한 다음, 해당 구간에 대하여 적분을 수행하면

$$\begin{aligned} & \int_a^R \sum_{m=1}^M q_m \sum_{s=1}^{\infty} \left[J_n(\lambda_{nm} r) + A_{nm} Y_n(\lambda_{nm} r) \right. \\ & \quad \left. + B_{nm} I_n(\lambda_{nm} r) + C_{nm} K_n(\lambda_{nm} r) \right] r J_n(\beta_{ns} r) dr \\ & = \int_0^R \sum_{s=1}^{\infty} \beta_{ns} J_n(\beta_{ns} r) \left[E_{ns} \cosh(\beta_{ns} x) \right. \\ & \quad \left. + F_{ns} \sinh(\beta_{ns} x) \right] r J_n(\beta_{ns} r) dr \end{aligned} \quad (13)$$

$$\int_0^R \sum_{m=1}^M p_m \sum_{s=1}^{\infty} \left[J_n(\lambda_{nm} r) + G_{nm} I_n(\lambda_{nm} r) \right] r J_n(\beta_{ns} r) dr$$

$$= \int_0^R \sum_{s=1}^{\infty} \beta_{ns} J_n(\beta_{ns} r) \left[\begin{matrix} E_{ns} \cosh(\beta_{ns} x) \\ + F_{ns} \sinh(\beta_{ns} x) \end{matrix} \right] r J_n(\beta_{ns} r) dr \quad (23)$$

(14)
식(13)과 (14)를 정리하면 미정계수 E_{ns} 와 F_{ns} 에 대한 식을 얻게 된다.

$$E_{ns} = \frac{1}{2 \cosh(\beta_{sn} d/2)} \sum_{m=1}^M \{ q_m \varsigma_{nms} + p_m \tau_{nms} \} \quad (15)$$

$$F_{ns} = \frac{1}{2 \sinh(\beta_{sn} d/2)} \sum_{m=1}^M \{ q_m \varsigma_{nms} - p_m \tau_{nms} \} \quad (16)$$

여기서 ς_{nms} 와 τ_{nms} 는 수직전개 과정에서 Bessel 함수의 적분을 통해서 얻은 값이다. 결국 유체의 변위포텐셜은 식(17)로 나타난다.

$$\phi = \cos n \theta \sum_{m=1}^M \sum_{s=1}^{\infty} \{ q_m \varsigma_{nms} N_{ns} + p_m \tau_{nms} M_{ns} \} J_n(\beta_{ns} r) \quad (17)$$

여기서

$$N_{ns} = \frac{1}{2 \beta_{ns}} \left\{ \frac{\sinh(\beta_{ns} x)}{\cosh(\beta_{ns} d/2)} + \frac{\cosh(\beta_{ns} x)}{\sinh(\beta_{ns} d/2)} \right\}, \quad (18)$$

$$M_{ns} = \frac{1}{2 \beta_{ns}} \left\{ \frac{\sinh(\beta_{ns} x)}{\cosh(\beta_{ns} d/2)} - \frac{\cosh(\beta_{ns} x)}{\sinh(\beta_{ns} d/2)} \right\} \quad (19)$$

2.3 해석 방법

수치해석을 수행할 경우, 전개항 m 을 충분히 큰 값 M 까지 고려하기 위하여, 미정계수 벡터 q 와 p 및 Q 를 정의하면 다음과 같다.

$$q = \{ q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dots \ q_M \}^T, \quad (20)$$

$$p = \{ p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_M \}^T, \quad (21)$$

$$Q = \begin{Bmatrix} q \\ p \end{Bmatrix} \quad (22)$$

선형계에서 유체로 연성된 두 평판의 고유진동수를 계산하려면 평판 및 유체의 운동에너지와 두 평판의 변형에너지를 계산해야 한다. 유체의 기준 운동에너지는 다음과 같이 유체영역 표면의 운동으로 계산된다.

$$T_F^* = \frac{1}{2} \rho_o \int_0^{2\pi} \int_a^R \left[\phi(r, \theta, x) \frac{\partial \phi(r, \theta, x)}{\partial x} \right]_{x=d/2} r dr d\theta + \frac{1}{2} \rho_o \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[\phi(r, \theta, x) \frac{\partial \phi(r, \theta, x)}{\partial x} \right]_{x=-d/2} r dr d\theta$$

식(23)에 식(11)과 (12)를 대입하면

$$T_F^* = \frac{\rho_o \kappa_\theta}{2} \left[\int_a^R w_1 \phi \left(r, \frac{d}{2} \right) r dr + \int_0^R w_2 \phi \left(r, -\frac{d}{2} \right) r dr \right] \quad (24)$$

여기서, ρ_o 는 유체의 밀도를 나타내며, $n = 0$ 일 때 $\kappa_\theta = 2\pi$ 고, $n > 0$ 일 때 $\kappa_\theta = \pi$ 다. 식(24)에 식(2a, b), (3a, b)와 (17)을 대입하면 유체의 기준 운동에너지는 다음 식으로 나타난다.

$$T_F^* = \rho_o \kappa_\theta Q^T G Q, \quad (25)$$

여기서 G 는 유도된 행렬이다. 또한 환형평판과 원판의 기준 운동에너지는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_d^* = \rho \kappa_\theta Q^T Z Q, \quad (26)$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$Z_{1(i,k)} = \delta_{ik} \frac{h_1}{2} \int_a^R r W_{ni1}^2 dr, \quad Z_{2(i,k)} = \delta_{ik} \frac{h_2}{2} \int_0^R r W_{ni2}^2 dr \quad (28a,b)$$

여기서 δ_{ik} = Kronecker delta. 한편 두 평판의 변형 에너지는 다음과 같은 근사식으로 나타난다.

$$V_d \cong \frac{D_1}{2} \int_0^{2\pi} \int_a^R [\nabla^2 w_1]^2 r dr d\theta + \frac{D_2}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^R [\nabla^2 w_2]^2 r dr d\theta = \kappa_\theta Q^T H Q \quad (29)$$

식(25), (26) 및 (29)로부터 미정계수 q_m 와 p_m 에 대하여 Rayleigh 지수 $V_d / (T_d^* + T_F^*)$ 를 최소화시키는 고유치 행렬을 식(30)과 같이 구할 수 있으며, 이로부터 유체로 연성된 환형평판과 원판의 고유진동수를 얻을 수 있다.

$$\{ H - \omega^2 (\rho Z + \rho_o G) \} Q = \{ 0 \} \quad (30)$$

3. 계산에 및 고찰

3.1 수치해석 모델

양단이 고정된 환형평판과 원판이 반경방향으로 간혀 있는 이상유체로 연성될 때, 고유진동수와 모

드형상을 식(30)의 행렬식으로부터 구할 수 있다. 상부 환형평판은 바깥쪽 가장자리는 고정되어 있고 안쪽 가장자리는 용기의 강제 뚜껑으로 고정된다. 제시한 이론의 타당성을 확인하기 위하여 환형평판과 원판으로 이루어진 원통형 유체용기를 모델링하였다. 이론해석 결과와 비교하기 위하여 상용 유한요소해석 코드인 ANSYS를 이용하여 축대칭 유한요소 해석모델을 만들어 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 환형평판과 원판은 알루미늄으로 제작되며, 상부 환형평판의 내부반경은 50mm 고 외부반경은 200mm 이며, 하부 원판의 반경은 200mm 다. 상부 환형평판과 하부 원판의 두께는 각각 2mm 와 3mm 이다. 환형평판, 원판 및 유체의 물성치는 다음과 같다: 환형평판과 원판의 탄성계수 = 69.0 GPa, Poisson 비 = 0.3, 밀도 = 2700 kg/m³. 환형평판과 원판 사이에 채워지는 유체는 물로서 밀도가 1000 kg/m³이다. 또한 강제 실린더의 반경은 200 mm 고, 환형평판은 내부반경과 외부반경에서 고정되었으며, 원판은 가장자리에서 고정되었다. 유한요소 해석모델은 축대칭조화 유체요소 (FLUID81)와 축대칭탄성조화 셸요소 (SHELL61)로 구성되었다. 유체요소 절점은 외부반경에서 반경방향의 변위만을 구속하였다. 그리고 환형평판 및 원판과 접촉하는 유체의 절점이 환형평판 및 원판의 절점과 수직방향으로만 같이 움직일 수 있도록 연성시켰다. 환형평판과 원판 사이의 거리 $d = 100$ mm 다. Fig.2에서 보는 바와 같이 유한요소 해석모델은 3200 (80 × 40)개의 유체요소와 140 (60 + 80) 개의 셸요소로 이루어져 있다. 고유치와 고유벡터를 얻는 방법으로 Block Lanczos 방법을 사용하여 50 개의 모드를 구하였다. 저차의 고유진동수의 하한값을 입력하여 유체와 연성된 진동계의 낮은 진동모드에서 발생하는 순수한 유체의 sloshing 모드를 배제하였다. 일반적으로 유체의 sloshing 모드는 낮은 고유진동수를 갖고 있으며, 수많은 sloshing 모드가 작은 고유진동수 차이로 밀집되어 나타나는 특성을 갖고 있다.

3.2 이론의 검증 및 결과

식(30)으로 나타나는 고유치 문제의 해를 구하는 데 상용 소프트웨어인 MathCAD2000을 사용하였다. 수식에 나타나는 Bessel 함수는 MathCAD 2000에 내재된 기능으로 계산하였다. 이론해석 계산에서 급수전개의 수렴성을 조사하여 충분히 큰 급수전개항을 계산에서 사용하였다. 급수전개항 s 는 300을 취하여 해가 충분히 수렴하도록 하였다. Rayleigh-Ritz 방법을 적용할 때, 공기중의 원판과 환형평판 모드를 중첩시키는데, 중첩시키는 진동모드의 수 m 을 40으로 정하여 정확한 계산하였다. MathCAD2000에 내재된 기능으로 고유치(고유진동수)와 고유벡터(모드형상)를 구하였다. Table 1은 절점직경 $n = 0 \sim 5$, 반경방향 모드 $m' = 1 \sim 5$ 의 범위에 있는 30개 모드의 고유진동수를 이론치와 유한요소 해석결과를 나타냈다. Table 1에 나타난 바

와 같이, 제시된 모드 범위에서 고유진동수는 0.5% 오차범위 이내에서 일치하고 있음을 확인할 수 있었다.

환형평판과 원판은 기하학적 형상이 다르기 때문에 유체영역을 기준으로 수직방향으로 대칭을 이루지 못하여 유체로 연성된 동일한 두 원판의 경우나 두 환형평판의 경우처럼 명백한 동위상 모드나 역위상 모드가 발생하지 않는다. 하지만 임의의 절점직경 (n)에 대하여 저차 모드에서 준동위상 모드나 준역위상 모드가 발생한다. 즉 Fig. 3에서 $n = 0$ 이고 $m' = 1$ 인 모드는 준동위상 모드로 간주될 수 있고 $n = 2$ 이고 $m' = 1$ 인 모드는 준역위상 모드로 간주될 수 있다. 일반적으로 임의의 절점직경 (n)에 대하여 가장 낮은 모드는 역위상 모드가 먼저 나타나고, 그 보다 높은 고유진동수에서 동위상 모드가 나타난다. 하지만 축대칭 모드인 $n = 0$ 모드에서 준동위상 모드가 첫번째 모드로 나타난다. 그 이유는 $n = 2$ 이고 $m' = 1$ 과 같은 준역위상 모드가 유체질량의 보존에 위배되어 물리적으로 나타날 수 없기 때문이다. 하지만 유체가 매우 큰 압축성을 갖거나 유체가 간헐있지 않고 자유표면을 갖는 경우는 축대칭 모드인 $n = 0$ 모드에서도 준역위상 모드가 첫번째 모드로 나타나는데 이는 준역위상모드가 유체질량의 보존에 위배되지 않기 때문이다.

Fig. 3은 $n = 0 \sim 2$ 일 때 이론치 계산으로 구한 진동모드 형상으로서 저차로부터 $m' = 1 \sim 6$ 모드를 보여주고 있다. 점선은 상부 환형평판의 모드형상을 나타내고 실선은 하부 원판의 모드형상을 보여준다. 일반적으로 공기중 원판이나 환형평판에서 절점직경의 수 (n)가 증가하면 배 (antinode)의 위치가 판의 가장자리로 점차 이동하는데 유체와 접하는 환형평판의 경우도 동일한 현상이 나타나고 있음을 확인하였다. 그리고 유체의 연성 효과 때문에 공기중의 모드형상과 다르게 왜곡된 모드형상이 나타나는 경우가 있다. 그 예로 Fig. 3의 $n = 1$ 이고 $m' = 3, 5$ 및 6인 모드 형상에서 상부 환형평판의 모드형상은 공기중에서의 모드형상에서 벗어나고 있다. 이는 상대적으로 강성이 큰 원판의 변위가 유체를 통해서 환형평판의 변위에 영향을 주기 때문이다.

4. 결론

본 논문은 물로 연성된 원판과 환형평판으로 이루어진 유체용기에 대하여 고유진동수를 구하는 해석방법을 제시하였다. 이 해석방법의 타당성을 확인하기 위하여 원판과 환형평판의 경계조건이 고정된 경우에 대하여 고유진동수를 이론적으로 구하고 상용 컴퓨터 코드인 ANSYS를 이용하여 검증하였다. 이론값의 고유진동수와 유한요소 해석결과로 얻은 고유진동수가 매우 잘 일치하고 있음을 확인하였다. 제시된 이론은 원자로내부구조물과 같이 냉각재와 접하는 구조물이나 유체를 담고있는 용기의 동적해석에 유용하게 이용될 것으로 기대된다.

참고 문헌

- [1] M. Kasahara, H. Ishii, M. Takagi and K. Kawamoto, An analysis of fluid-structure coupled vibration considering modal added mass, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers (c)*, **60(571)** (1994), 743-748. (in Japanese).
- [2] M. Amabili, G. Frosali and M. K. Kwak, Free vibrations of annular plates coupled with fluids, *Journal of Sound and Vibration*, **91** (1996), 825-846.
- [3] M. K. Kwak and M. Amabili, Hydroelastic vibration of free-edge annular plates, *Transaction of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Vibration and Acoustics* **121** (1999), 26-32.
- [4] M. Amabili, Effect of finite fluid depth on the hydroelastic vibrations of circular and annular plates, *Journal of Sound and Vibration* **193** (1996), 909-925.
- [5] C. C. Liang, Y. S. Tai and P. L. Li, Natural frequencies of annular plates having contact with fluid, *Journal of Sound and Vibration* **228** (1999), 1167-1181.
- [6] H. F. Bauer and K. Kumatsu, Coupled frequencies of a circular cylindrical tank with an elastic partial surface cover, *Journal of Sound and Vibration* **230** (2000), 1147-1163.
- [7] K. C. Biswal, S. K. Bhattacharyya and P. K. Sinha, Dynamic response analysis of a liquid-filled cylindrical tank with annular baffle, *Journal of Sound and Vibration*, **274** (2004), 13-37.
- [8] K. H. Jeong, Free vibration of two identical circular plates coupled with bounded fluid, *Journal of Sound and Vibration* **260** (2003), 653-670.
- [9] K. H. Jeong and K. J. Kim, Hydroelastic vibration of a circular plate submerged in a bounded compressible fluid, *Journal of Sound and Vibration* **283** (2005), 153-172.

후기

본 연구는 과학기술부 원자력연구개발사업의 일환으로 수행되었음.

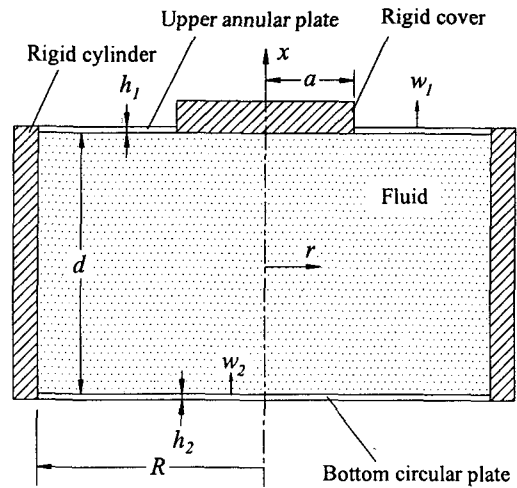


Fig. 1 Fluid-contained vessel with an annular plate and a circular plate

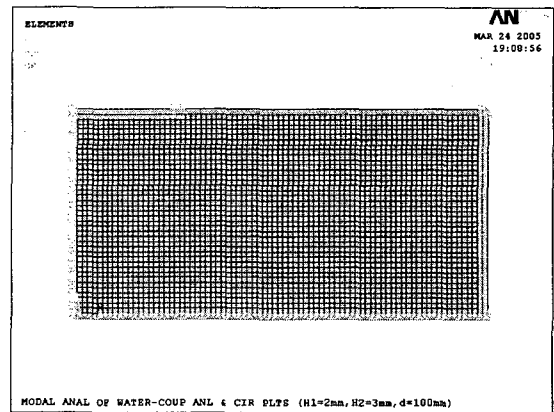
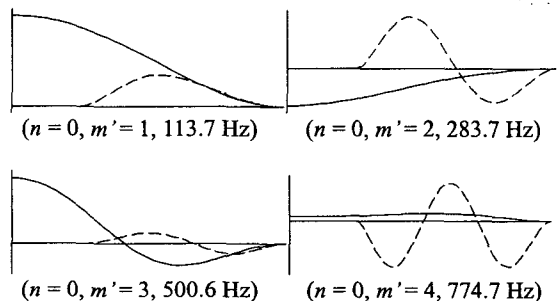


Fig. 2 Finite element model for the fluid contained vessel with an annular plate and a circular plate



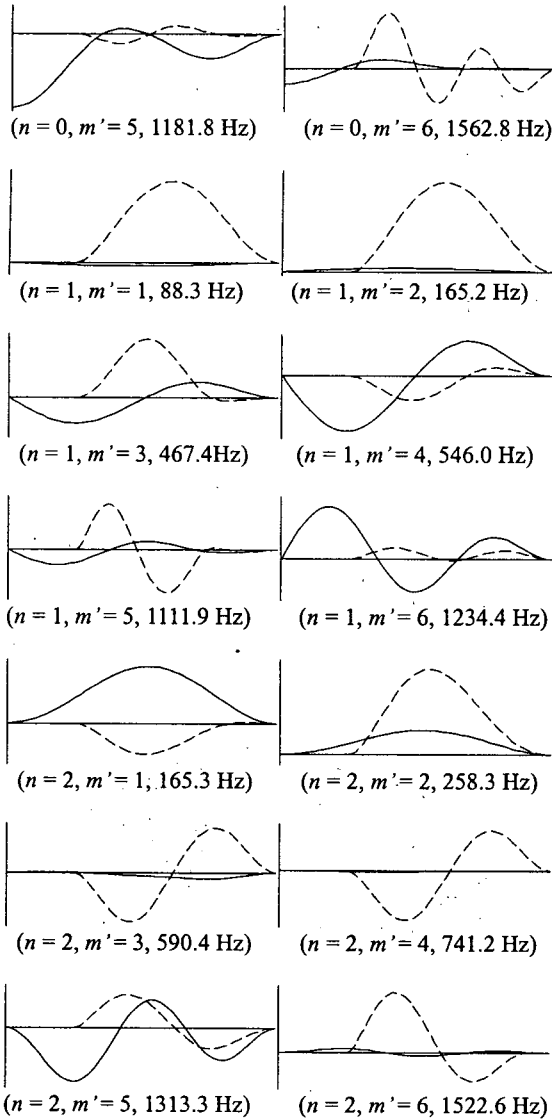


Fig. 3 Theoretical mode shapes of an annular plate and a circular plate coupled with water (dashed line = upper annular plate, solid line = lower circular plate)

Table 1. Comparison of FEM (ANSYS) and theoretical natural frequencies water-filled vessel composed of an upper annular aluminum plate and a bottom circular aluminum plate ($R = 200$ mm, $a = 50$ mm, $h_1 = 2$ mm, $h_2 = 3$ mm, $d = 100$ mm).

Mode		Natural frequency (Hz)		Error (%)
n	m'	ANSYS	Theory	
0	1	113.6	113.7	0.09
	2	283.3	283.7	0.14
	3	499.8	500.6	0.16
	4	772.2	774.7	0.32
	5	1176.8	1181.8	0.42
1	1	88.2	88.3	0.11
	2	165.2	165.2	0.19
	3	466.5	467.4	0.05
	4	545.7	546.0	0.42
	5	1107.2	1111.9	0.23
2	1	165.3	165.3	0.00
	2	258.1	258.3	0.08
	3	589.6	590.4	0.14
	4	739.8	741.2	0.19
	5	1309.7	1313.3	0.27
3	1	243.5	243.6	0.04
	2	406.9	407.3	0.10
	3	698.6	699.3	0.10
	4	1033.5	1036.4	0.28
	5	1445.9	1449.2	0.23
4	1	344.8	344.9	0.03
	2	598.5	599.4	0.15
	3	848.1	849.1	0.12
	4	1374.9	1379.7	0.35
	5	1629.8	1633.4	0.22
5	1	473.3	473.7	0.08
	2	828.4	830.0	0.19
	3	1042.9	1044.4	0.14
	4	1759.9	1767.4	0.42
	5	1869.1	1873.5	0.23

n = number of nodal diameters,
 m' = number of radial mode,

$$\text{Error (\%)} = \frac{(\text{theoretical result} - \text{FEM result})}{\text{theoretical result}} \times 100$$