

# 자기 수평유지 시스템을 위한 변위 적분 피드백제어 연구 Integrated Displacement Feedback Control of a Self-Levelling System

이영섭\*·신규균\*\*

Young-Sup Lee and Ku-Kyun Shin

**Key Words :** Self-levelling (자기 수평유지), Feedback Control (피드백 제어), Active Vibration Isolation (능동진동격리).

## ABSTRACT

This paper presents a self-levelling system for a mass, which undergoes a severe acceleration, with integrated displacement feedback control. After a general description of such a system, theoretical analysis is investigated to design an active control device. That is, the self-levelling system is used to reduce the "static" deflections while isolating the "dynamic" vibration. A computer simulation model of 45 kg with two air spring mounts is considered to predict the performance of the control system. The results showed the controller can reduce the mass's displacement to the level of 1/3 - 1/5. Thus the self-levelling system can be applied usefully to reduce the displacement of a mass which experiences a high g dynamics.

## 1. 서론

자동차, 선박, 기차, 항공기 등은 작동중 외란에 의해 다양한 운동에 항상 노출이 되어 있다. 특히 민감한 전자장비를 적재하고 있을 경우 진동으로부터 장비를 격리시키는 것이 요구되기도 한다. 이때 수동적/능동적 진동격리 시스템을 필요로 한다.<sup>(1)</sup> 또한 급격한 가속도 운동을 수반하는 경우 높은 수준의 준 정적 하중 (quasi-static loading) 을 무력화 하는 장치가 요구되기도 한다.

본 연구는 이러한 가속도로 인한 준 정적 하중으로 부터 장비를 보호하기 위한 능동적 자기 수평 (self-levelling) 유지에 관한 연구이다.

Horning 과 Schubert 는 자동차에 대한 응용 및 "상당히 긴 시간 동안 사실상 일정한 가속도가 유지되는 물체"에 대한 자기수평유지의 필요성에 대해 언급하였다.<sup>(2)</sup> 자기수평유지기에서는 힘 액추에이터로 공기 서스펜션 시스템이 흔히 사용된다.<sup>(3)</sup> 자기수평유지의 작용은 힘 액추에이터로 적분된 변위 (integrated displacement)를 피드백시킴으로서 구현이 가능하다. 본 논문의 관심사항이 저주파에서의 베이스 시스템과 거기에 마운트를 통해 연결된 장비와의 상대적 변위를 제어하는 것이므로, 마운트의 강성을 증가시키지 않으면서 그 정적 처짐을 감소시킬 수 있다.

본 논문의 구성은 2 절에서 자기 수평유지 시스템의 이론적 연구에 대해 기술하였고, 3 절에서는 수

치해석을 위한 모델링 그리고 4 절에서는 수치해석의 결과 및 분석을 수행하였다.

## 2. 자기 수평유지 시스템

### 2.1 수동적 진동격리 (Passive vibration isolation)

흔히 진동격리 시스템의 성능은 전달률 (transmissibility)로서 계량화 된다. 이 전달률은 베이스 구조물의 변위에 대한 장비의 변위와의 복소 비율 (complex ratio)로서 주파수 함수이다.

Fig. 1 에 보이는 것 처럼, 강성  $k$ 와 감쇠  $c$ 를 가진 수동적 서스펜션 위에 놓여진 질량  $m$ 의 강체에 대해 생각해 보자.

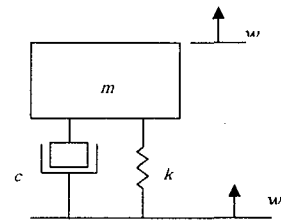


Fig. 1 A simple model for an active isolation system.

이때  $w_1$  과  $w_2$  는 각각 베이스 와 질량의 변위이다. 이 수동적 격리 시스템의 단순 모델은 아래와 같은 무차원의 전달률을 가지게 된다.

$$T = \frac{W_2}{W_1} = \frac{1 + 2j\zeta\Omega}{1 - \Omega^2 + 2j\zeta\Omega} \quad (1)$$

여기서 무차원 주파수 (normalized forcing frequency)는  $\Omega = \omega/\omega_0$  로 주어지며, 공진주파

\* 한국표준과학연구원

E-mail : yslee@kriss.re.kr

Tel : (042) 868-5705, Fax : (042) 868-5639

\*\* 국방과학연구소

수는  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  이며  $\zeta$  는 감쇠비이다.

## 2.2 능동적 자기 수평유지 (Active Self-Levelling)

자기수평유지를 위한 변위적분 피드백이 적용된 시스템의 모델은 Fig. 3 에 나타냈다.

자기 수평유지 시스템에서는 두 가지의 중요한 응답을 계산할 필요가 있다. 하나는 가속도 운동에 의해 장비에 작용하는 힘에 대한 장비의 응답, 그리고 다른 하나는 베이스 진동 ( $w_1$ )에 대한 장비의 응답, 즉 전달률, 이다. 만약  $w_1=0$  이면, Fig. 2 와 같은 시스템의 운동은 다음과 같은 미분방정식으로 기술된다.

$$m\ddot{w}_2 + c\dot{w}_2 + kw_2 + g_I \int w_2 dt = f_m, \quad (2)$$

여기서  $f_m$  은 질량에 작용하는 가속도에 의한 외력이다. 이 시스템을  $s$ -영역에서 표현하면, 가속도로 인한 외력  $F_m(s)$  와 장비의 변위  $W_2(s)$  사이의 전달함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{W_2(s)}{F_m(s)} = \frac{s}{ms^3 + cs^2 + ks + g_I}. \quad (3)$$

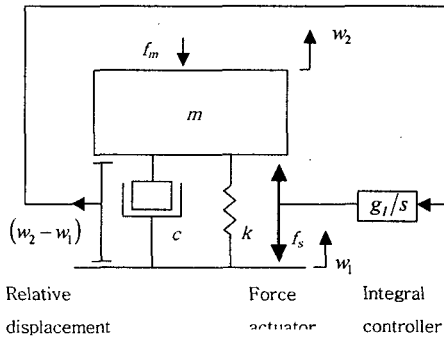


Fig. 2 Schematic diagram of the linear active self-levelling system

만약, 변위적분 피드백이 작동되지 않는다면, 즉  $g_I = 0$ , 장시간에 걸친 가속도에 의한 "정적 (static)" 외력에 대한 장비의 응답은

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{W_2(j\omega)}{F_m(j\omega)} = \frac{1}{k} \quad \text{if } g_I = 0, \quad (4)$$

로서, 이것은 보통의 정적변위를 뜻한다. 그런데, 변위적분 피드백이 작동될때 응답은

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{W_2(j\omega)}{F_m(j\omega)} = 0 \quad \text{if } g_I > 0, \quad (5)$$

로 되어, 피드백 제어기의 서보 동작으로 어떠한

"정적" 하중에 대해서도 보상을 할수 있다.

변위적분 피드백 시스템은 무조건적으로 안정적이지는 않으므로, Routh-Hurwitz 판별법을 이용하여 안정성 조건을 계산하면 다음이 얻어진다.

$$g_I < ck/m \quad \text{또는} \quad g_I < 2\zeta\omega_0 k. \quad (6)$$

그래서, 식(6)으로 부터 무차원 변위적분 이득이 아래와 같이 정의 된다.

$$\lambda = \frac{g_I}{2\zeta\omega_0 k}. \quad (7)$$

즉, 피드백 제어의 안정성을 갖기 위해서는  $\lambda < 1$  을 만족해야 한다. 가속도 운동으로 인한 외력과 장비의 변위 사이의 정규화된 주파수응답은 다음과 같이 유효 컴플라이언스 (effective compliance)로 기술할 수 있다.

$$C = \frac{kW_2(j\omega)}{F_m(j\omega)} = \frac{1}{1 - \Omega^2 + 2j\zeta(\Omega - \lambda/\Omega)} \quad (8)$$

이것의 주파수 응답은 Fig. 3 에 주파수의 함수로서 이때 수동적 감쇠비는  $\zeta = 0.1$  이고 정규화된 적분 피드백 이득은  $\lambda = 0, 0.1, 0.9$  이다.

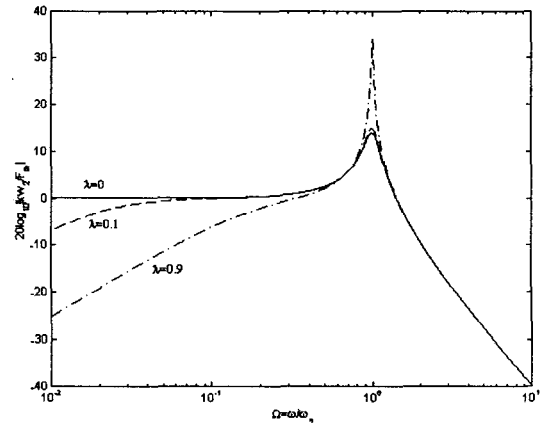


Fig. 3 Normalised mass displacement per unit force against frequency with  $\zeta = 0.1$ , and normalised integral feedback gains of 0 (solid), 0.1 (dashed) and 0.9 (dotted).

비록 유효 컴플라이언스가 감소되지만,  $\Omega \ll 1$  과 같은 저주파에서는  $C = -\Omega/2j\zeta\lambda$  로 표현되어 지므로, 유효 강성 (effective stiffness)이 증가되게 되며, 공진주파수 ( $\Omega=1$ )에서는  $C = 1/2j\zeta(1-\lambda)$  가 되어 유효 감쇠비가 변위적분 피드백에 의해 감소하게 된다.

장비에 작용하는 외력  $f_m$  이 없으면, Fig. 2 에 나타난 시스템의 운동은 다음의 미분방정식으로 기술할 수 있다.

$$m\ddot{w}_2 + c(\dot{w}_2 - \dot{w}_1) + k(w_2 - w_1) + g_I \int (w_2 - w_1) dt = 0 \quad (9)$$

이 전달률에 대한  $s$ -영역의 전달함수는 아래와 같이 표현된다.

$$T(s) = \frac{W_2(s)}{W_1(s)} = \frac{cs^2 + ks + g_I}{ms^3 + cs^2 + ks + g_I} \quad (10)$$

이것을 무차원의 주파수 응답으로 나타내면,

$$T = \frac{1 + 2j\zeta(\Omega - \lambda/\Omega)}{1 - \Omega^2 + 2j\zeta(\Omega - \lambda/\Omega)} \quad (11)$$

이 되어, Fig. 4 에서 보는 바와 같이 저주파 ( $\Omega \ll 1$ )에서는 변위적분 피드백이 없는것 같이 전달률  $T=1$  이 된다. 그리고 공진주파수 ( $\Omega=1$ )에서는  $T=1/2j\zeta(1-\lambda)$  이 되는데, 즉 전달률은 변위적분 피드백 요소인  $\lambda$  에 의해 지배되게 되어, 식(8)의  $C$  와 같이 유효감쇠는 줄어 들고 전달률의 크기는 증가하게 된다.

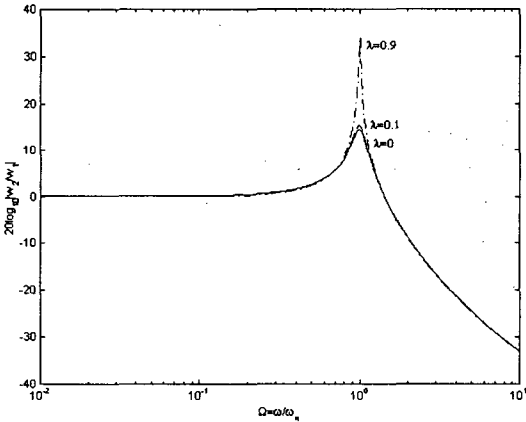


Fig. 4 Transmissibility with  $\zeta = 0.1$  as a function of frequency and normalised integral feedback gains of 0 (solid) 0.1 (dashed) and 0.9 (dotted).

### 3. 수치해석 모델링

본 절에서는 Fig. 5 와 같은 능동적 자기 수평 유지를 위한 피드백 제어 시스템의 모델링을 한다. 이것은 2 개의 마운트를 가진 질량  $m$  이 상하 및 회전운동에 노출되었을때 이를 변위적분 피드백으로 자기수평유지를 위한 시스템이다.

만약 Fig. 5 의 피드백 루프가 없고 변위가 미소하다면, 운동방정식은 아래와 같이 주어 진다.

$$\begin{aligned} m\ddot{w} + (c_1 + c_2)\dot{w} + (k_1 + k_2)w - (c_1\ell_1 - c_2\ell_2)\dot{\theta} \\ - (k_1\ell_1 - k_2\ell_2)\theta = F_m \\ I\ddot{\theta} + (c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2)\dot{\theta} + (k_1\ell_1^2 + k_2\ell_2^2)\theta - (c_1\ell_1 - c_2\ell_2)\dot{w} \\ - (k_1\ell_1 - k_2\ell_2)w = M_m \end{aligned} \quad (12)$$

그리고 스프링 지점에서의 변위는 다음과 같다.

$$w_1 = w - \ell_1\theta \quad w_2 = w + \ell_2\theta \quad (13)$$

Fig. 5 와 같은 두 개의 입력과 두 개의 출력력을 가진 고차 시스템에서 그 동적 거동은 아래의 상태변수 (state variable) 형태로 표현 가능하다.

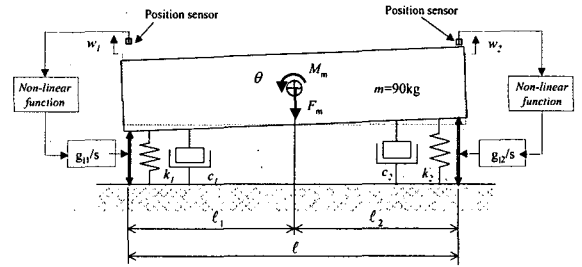


Fig. 5 Schematic diagram of a control system.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (14)$$

여기서  $\mathbf{x}$  는 상태변수 벡터,  $\mathbf{A}$  는 시스템 행렬,  $\mathbf{B}$  는 입력벡터  $\mathbf{u}$  에 대한 상태변수 이다. 그리고 시스템의 출력 벡터는

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (15)$$

로 표현되는데, 여기서  $\mathbf{C}$  는 출력에 대한 시스템의 상태행렬이다. Fig. 5 의 시스템에 대한 상태변수를 정의한 뒤 피드백을 적용시키면,  $\mathbf{u}$  는 primary force 신호  $\mathbf{f}$  와 피드백 이득 행렬을 통한 secondary force 신호의 합으로 나타난다. 즉,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) - \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) - \mathbf{K}\mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (16)$$

그래서 식 (14)는 아래와 같이 표현되어 진다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}]\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}(t) \quad (17)$$

여기서  $[\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}]$  는 피드백 제어가 적용된 시스

템 행렬이 된다.

#### 4. 수치해석 결과 및 분석

Table 1 은 Fig. 5 를 바탕으로 능동적 자기 수평 유지를 위한 피드백 제어의 수치해석 및 분석을 위한 지정된 모델의 물리적 특성치이다. 변위적분 피드백을 위해 공기스프링을 적용하여 피드백 이득  $g_i$  를 가진 적분기 (1/s)로 모델링 가능하다.

Table 1. Physical properties

- Mass  $m = 45 \text{ kg}$
- Damping ratio  $\zeta = 0.1$
- Natural freq  $f_n = 7.7 \text{ Hz}$
- Stiffness  $k = (2\pi f_n)^2 \cdot m = 52665 \text{ N/m}$
- Damping  $c = \zeta_{pass} \cdot 2\sqrt{mk} = 195 \text{ kg/s}$
- Acceleration  $11g$
- Mount type  $2 \text{ air springs}$

Table 1 의 모델에 Fig. 5 와 같은 편심된 ( $l_1/l_2 = 0.9$ ,  $l_1 = 0.66\text{m}$ ,  $l_2 = 0.59\text{m}$ ) 상하 운동 ( $F_{m2}/F_{m1} = 0.8$ ,  $F_{m1}$  및  $F_{m2}$  는 각각 위치 1 및 2 에 작용하는 힘) 및 회전운동 ( $M_m = F_{m1}l_1 - F_{m2}l_2$ ) 이 작용할때 변위 적분 피드백 제어에 의한 45 kg 질량의 능동적 자기수평 유지성능을 수치해석 결과로서 Fig. 6 와 같이 나타내었다.

이것은 편심된 질량의 중심에 1/2 sine 가속도가 11g 의 크기로 2.2 초간 작용한 경우의 결과이다. 작용한 힘은 질량을 1, 2 의 마운트 위치에서 제어전에는 30 mm, 50 mm 의 변위 및 약 0.85°의 회전을 나타내었으나, 자기 수평유지기의 작동시에는 sine 형상의 5 - 10 mm 의 변위를 보였으며, 회전각은 약 6° 정도로 감소되었다.

그러므로, 본 변위적분 피드백을 이용한 자기 수평유지 제어기는 1/3 - 1/5 의 수준으로 변위를 줄여, 격심한 가속도에서도 수평 유지하는데 유용하게 사용 가능함을 확인하였다.

본 연구에는 압축공기의 공급을 위한 밸브의 비선형적 거동도 고려하여 분석하였다.

#### 5. 결론

본 연구는 급격한 가속도 운동으로 부터 장비를 보호하기 위한 능동적 자기수평 유지장치에 관

한 연구로서 변위적분 피드백을 적용하여 제어의 적용전에 비해 1/3 - 1/5 의 수준으로 변위를 감소시켜 유용하게 적용될 수 있음을 확인하였다.

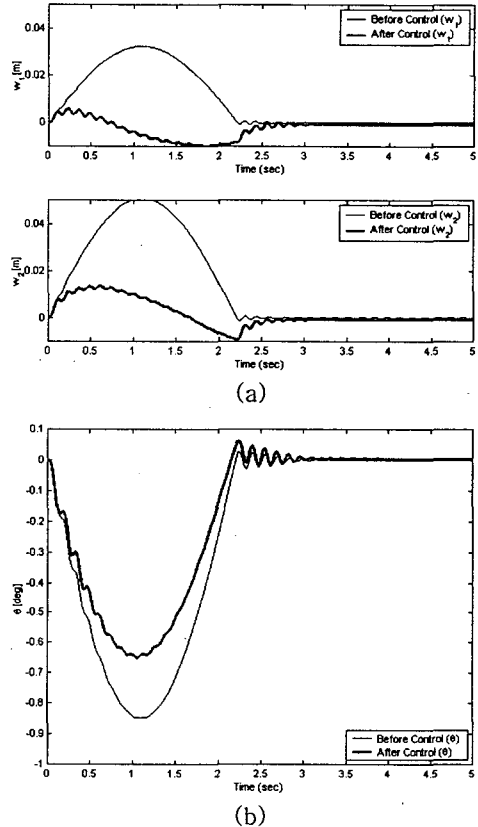


Fig. 6 Comparison of calculated half-sine responses (before and after control) with  $K = [385650 \ 385650; 0 \ 0]$  (a)  $w_1$  and  $w_2$ . (b)  $\theta$ .

#### 참고문헌

- (1) Fuller C. R., Elliott S. J. and Nelson P. A. 1996, Active Vibration Control, Academic Press, London.
- (2) Horning R. W. and Schubert W., 1988, Air suspension and active vibration - isolation systems Chapter 33 of Shock and Vibration Handbook (Editor C M Harris), McGraw Hill, New York.
- (3) Bachrach B. I. and Rivin E. (1983) "Analysis of a damped pneumatic spring," Journal of Sound and Vibration, 86(2), pp. 191-197.