

최소 위상 조건을 적용한 음향 임피던스 측정

임병덕[†]·허준혁^{*}

Application of Minimum Phase Condition to Acoustic Impedance Measurement

Byoung-Duk Lim and Jun-Hyeok Heo

Key Words: Minimum Phase Condition(최소 위상 조건), Reflection Coefficient(반사계수), Hilbert Transform(힐버트 변환), Causality(인과성), Impedance Tube(임피던스관)

Abstract

For the accurate measurement of acoustic properties of a surface, efforts have been made to reduce errors caused by external disturbance. If the reflection coefficient is considered as a transfer function between reflected wave and incident wave, causality is required between them and the reflection coefficient should be of minimum phase. In this thesis, the minimum phase condition is applied to measure correct reflection coefficient. The reflection coefficient is approximated as a rational function in the Z domain by minimizing the sum square error. Then the minimum phase reflection coefficient is reconstructed using the distribution of poles and zeros of the reflection coefficient model. The incident wave, the reflected wave and the impulse response function of causality are recalculated from the minimum phase reflection coefficient for further applications.

1. 서론

음향 임피던스를 측정하는 대표적인 방법으로는 정재파비를 이용한 정재파관법과 음파분리법 또는 전달함수법과 같은 Two-microphone 방법이 있다. 정재파관법은 비교적 간단하며 정확한 측정결과를 얻을 수 있으나, 순음을 사용하기 때문에 측정하고자 하는 주파수별로 측정을 해야 하고, 정재파 측정 특성상 배 부분은 완만한 경사를 이루고 있어 최대 음압(P_{max}) 지점을 측정하기 위해서는 좀더 세밀한 측정이 요구되므로

다른 대표적 방법으로는 Seybert와 Ross⁽¹⁾가 제안한 음파분리법과 Blaser와 Chung⁽²⁾이 제안한 전달함수법이 있는데 이 방법들은 백색잡음을 사용하기 때문에 넓은 주파수 범위에서 한번에 측정이 가능하므로 측정 시간이 적게 걸린다는 장점이 있다. 그러나 알고리즘 자체의 민감도에 의해 임계주파수 근방에서 작은 입력오차에 대해서도 큰 오차가 발생할 가능성 등이 있기 때문에 측정 시 많은 주의가 요구되고, 이와 관련된 오차 해석에 대하여 연구가 수행되어 왔다.^(3,7) 후자의 방법이 측정상의 간편함 등으로 인하여 ASTM E1050으로 채택되어 사용되고 있다.⁽⁴⁾

McDaniel, Clark^(5,6) 등은 일차원 음향 반사 문제에서 인과성의 조건을 적용하고자 하였다. 인과성은 어떤 물체에 대한 음향 반사 특성의 일부분을 알고 있을 때 주파수 영역에서의 그 물체의

[†]영남대학교 기계공학부

E-mail : bdlim@yu.ac.kr

Tel : (053)810-2571 Fax : (053) 810-4627

^{*} (주)LG전자

이 논문은 학술대회 논문집

정보를 결정하는 수단으로써 이용되는데, 실제적 제약에 의해 반사파의 진폭만 측정 가능한 경우, 반사계수의 위상을 계산하기 위해 인과성의 조건을 이용하였다.

반사 계수의 측정은 입사파가 도달하기 전에는 시스템의 응답, 즉 반사파가 없다는 인과성의 조건을 요구한다. 인과성을 만족하는 최소 위상 시스템은 주파수 영역에서 전달함수의 대수 크기(log magnitude)와 위상은 힐버트 변환 쌍의 관계가 성립 한다.

본 연구에서는 ASTM E1050 전달함수 방법을 이용하여 여러 다양한 시편에 대한 복소 반사계수를 측정하고 측정 결과에 최소 위상 조건을 적용하였다. 인과성이 고려된 전달함수와 반사계수를 실제 측정치와 비교하였다. 마이크로폰의 감도차나 신호수집과정 동안에 기인하는 시스템 내부의 잡음 등의 외란에 의한 오차를 줄이기 위해 기존의 방법보다 개선된 보정 인자를 사용함으로써 좀더 정확한 측정 결과를 얻을 수 있었다. 최소 위상 조건을 적용하였을 때 재료의 종류에 따른 경향을 비교 분석하였다.

2. 음파분리 이론

Chung 과 Blaser⁽²⁾에 의해 제안된 전달함수법은 Fig. 1과 같이 임피던스관 내의 두 지점에서 측정한의 음압사이에서의 전달함수를 사용하여 시험 재료의 복소 반사계수와 음향 임피던스, 흡음률 등의 음향 물성치를 구하는데 사용된다. 오차를 줄이기 위한 방법으로 센서의 위치를 뒤바꾸어 센서의 감도차를 보정하는 교정법이 사용되었다.

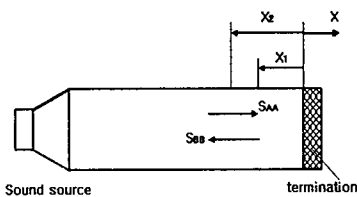


Fig. 1 Wave decomposition in tube

$$R = \frac{H - e^{-jks}}{e^{jks} - H} e^{j2k(l+s)} \quad \alpha = 1 - |R|^2 \quad (1)$$

3. 최소 위상 조건

실험적 측면에서 보면 반사파의 크기는 적절한 시간 영역 평균화 등을 통해 정확한 측정이 가능하지만 부정확성이나 측정지점들에서의 주변 잡음 등이 넓은 주파수대역에서 위상에 영향을 주므로, 위상은 오차에 대한 영향을 받기가 쉽다.

반사계수의 크기로부터 위상이 일의적으로 정해진다면 그 위상 값은 실제 위상 측정에서 발생할 수 있는 오차에 대한 영향을 적게 받게 되므로 더 정확한 정보를 획득할 수 있다. 위의 조건이 성립되기 위해서 반사계수가 최소 위상 조건을 만족해야 한다.

3.1 인과성(Causality)

시간영역에서 인과성은 시스템의 응답이 그 원인을 선행하여 일어날 수 없음을 의미한다. 입사파가 물체에 도달하기 전에 음파가 반사될 수는 없으므로 반사계수는 인과성을 만족해야 한다. 주파수 영역에서 살펴보면 인과적 계의 전달함수는 최소위상 특성을 갖는다.

최소위상조건이 성립하는 경우 반사계수의 크기와 위상사이에 일의적 관련성을 가지고 있다. 즉, 크기나 위상 중에서 하나의 값을 알면 그것에 의해 다른 값을 정확하게 알 수 있다. 최소 위상 시스템이 아닌 경우에는 크기와 위상은 서로를 유일하게 결정할 수는 없다.

Z영역 상에서 최소 위상 시스템의 모든 극점과 영점은 단위원상에 포함되어야 하며 이 조건을 만족하는 경우 시스템은 인과적이고 안정적이라 할 수 있다.

3.2 비최소 위상 시스템의 최소 위상 시스템으로의 변환

단위원 밖에 있는 단 하나의 영점 $z=1/c^*$ (단 $|c| < 1$)을 제외한, 나머지 극 영점은 모두 단위원 안에 있는 비최소위상시스템을 가정하면 식(2)과 같이 나타낼 수 있는데, 여기서 $R_1(z)$ 는 최소 위상 전달함수이다. 등가의 표현으로 식(3)과 같이 나타낼 수 있고,

$$R(z) = R_1(z)(z^{-1} - c^*) \quad (2)$$

$$R(z) = R_1(z)(1 - cz^{-1}) \frac{z^{-1} - c^*}{(1 - cz^{-1})} \quad (3)$$

여기서 $|c| < 1$ 이므로 식(3)의 오른쪽 부분 항 $R_1(z)(1 - cz^{-1})$ 도 최소 위상이 된다. 오른쪽 항의 $(z^{-1} - c^*) / (1 - cz^{-1})$ 은 크기가 1인 전역 통과이다. 따라서 단위원 밖의 모든 영점을 단위원 내부의 켈레 역수 위치(conjugate reciprocal location)로 반사시킴으로써 비최소 위상 시스템을 최소 위상 시스템으로 변형가능하다.

4. 전달 함수 측정

4.1 입피던스관의 설계와 전달함수 측정

먼저 관심 주파수 대역을 선정한 후 주요 입피던스 관의 형상이 여러 제한 조건을 만족하도록 설계해야 한다. ASTM E1050을 적용하여 상한, 하한 주파수를 각각 1000Hz, 4000Hz로 설정하였고, 관의 내경은 40mm, 마이크로폰 사이의 간격은 30mm, 시편에서 가장 가까운 마이크로폰과 시편사이의 거리는 20mm로 하였다.

Fig. 2는 위의 조건을 적용한 실험 장치 구성도이다. 스피커를 음원으로 하여 신호 생성기에서 음파를 발생하고, 마이크로폰을 통해 관내의 두 측정 지점사이에서 전달함수를 측정하여 일련의 과정을 통해 복소 반사계수를 구한다.

4.2 수정된 보정 인자 H_{cc}

두개의 마이크로폰을 사용할 때 각 마이크로폰의 감도차로 인해 측정된 전달함수는 원래의 전달함수와 달라질 수 있으므로 이 오차를 줄이기 위해 보정인자를 사용하여야 한다. 각각의 마이크로폰을 거쳐 측정되는 신호는 마이크로폰에 도달한 음파신호를 입력으로 하고 신호분석기의 각 채널로 들어오는 값을 출력으로 하는 또 하나의 작은 시스템으로 볼 수 있다. Fig. 3(a),(b)는 마이크로폰과 채널의 각기 다른 연결방법과 그에 대한 시스템 모형을 보이고 있다.

마이크로폰을 상호 교체하여도 음장은 동일하므로 Fig.4(b)의 각 경우에 측정된 시스템 응답을 각각 H_1, H_2, H_3, H_4 이라 하면 ASTM E1050에서 사용하는 기존의 보정인자 \overline{H}_c 는 흡

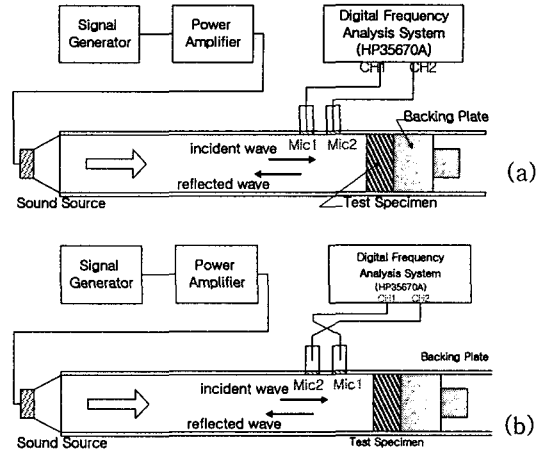


Fig. 2 Experimental set-up to measure transfer function using the two-microphone random excitation method (a) basic set-up (b) switched microphone

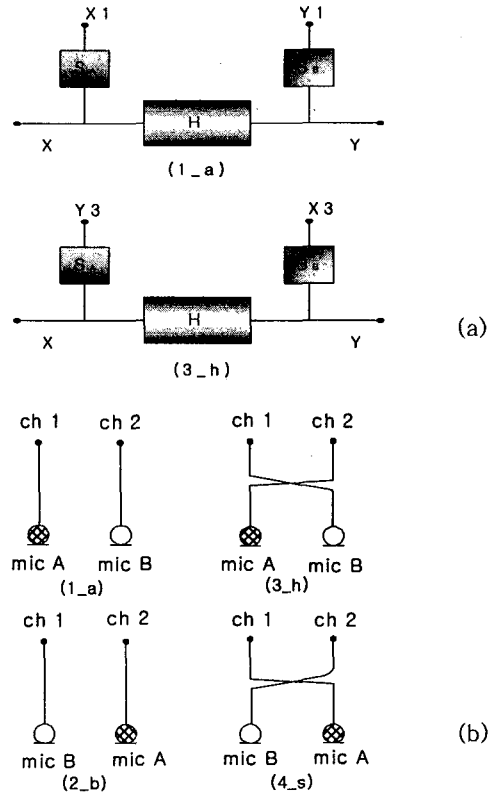


Fig. 3 (a) System model of two microphones (b)The methods connecting two microphones to channels of Digital Signal Analyzer

음률이 우수한 재료에 대해 Fig. 2 (a)와 (b)와 같이 두개의 마이크의 위치를 서로 바꾸어 가면서 측정된 전달함수 H_1, H_4 로 바꾸어 표현할 수 있으므로 기존의 보정인자 \overline{H}_c 는

$$\overline{H}_c = (H_1 H_4)^{\frac{1}{2}} = (S_B / S_A) \quad (4)$$

기존의 보정인자 \overline{H}_c 대신 다음 식(5)와 같이 수정된 보정 인자 \overline{H}_{cc} 를 사용할 수 있다.

$$\overline{H}_{cc} = \frac{S_B}{S_A} = \left(\frac{H_1}{H_2} \frac{H_4}{H_3} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5)$$

식(4)에서 보듯이 기존의 보정인자 \overline{H}_c 는 단순히 마이크로폰의 위치만을 바꾸어서 구한 전달함수를 이용하였다. 수정된 보정인자 \overline{H}_{cc} 는 마이크로폰과 채널의 네 가지 서로 다른 연결방법에서 구한 전달함수를 모두 사용하였다. 이는 기존의 보정인자 \overline{H}_c 와 같이 마이크 감도차에 따른 오차를 줄이고 averaging의 효과도 얻을 수 있다. 위에서 구한 수정된 보정인자와 시편에 대한 전달함수를 측정하여 아래의 식에 대입하면 고유의 전달함수를 구할 수 있다.

$$H = \overline{H} / \overline{H}_{cc} \quad (6)$$

Fig. 4에서 보정 인자를 사용하였을 때와 사용하지 않았을 때의 차이를 비교한 것이다. 실험에서 사용된 두개의 마이크로폰에 대해 감도차가 없는 이상적인 경우에는 마이크로폰의 위치를 바꾸어서 측정된 전달함수의 곱은 1이 된다. 그러나 Fig. 4의 전달함수의 크기를 살펴보면, 두 개의 마이크로폰의 감도차등에 기인하는 영향에 의해 보정인자는 1에서 약간 벗어나 있음을 알 수 있다. 이 실험에서는 새로운 보정인자 \overline{H}_{cc} 와 기존의 보정인자 \overline{H}_c 와의 차이는 작았으며 마이크로폰의 감도차에 의한 영향은 비교적 큰 반면 averaging 효과는 그리 크지 않았다.

Fig. 5는 보정 인자를 사용한 전달함수로부터 시료의 복소 반사계수를 구한 것이다. 보정된 전달함수는 보정하지 않은 전달함수와 크기 및 위상에 큰 차이를 보이지 않지만 복소 반사계수를 살펴보면 비교적 차이가 있음을 알 수 있다.

보정인자를 사용하지 않았을 때에는 일부 주파수 구간에서 반사계수(R)가 1보다 큰 구간이 존

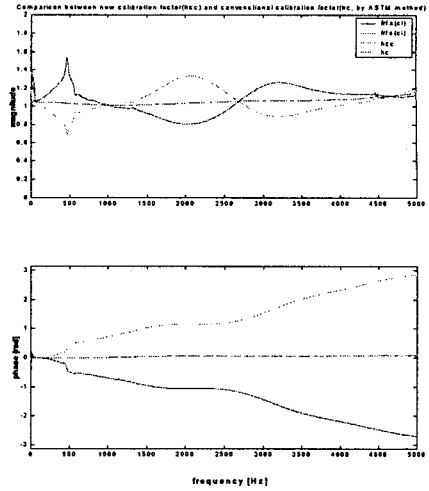


Fig. 4 Corrected cal. factor \overline{H}_{cc} (dotted) and cal. factor \overline{H}_c (dash dot)

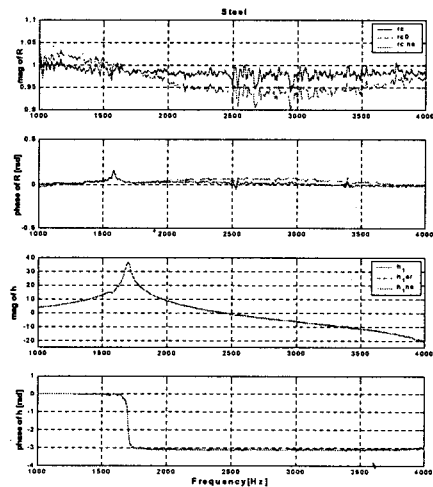


Fig. 5 Comparison of complex reflection coefficient and transfer function using calibration factor \overline{H}_{cc} (solid), \overline{H}_c (dotted) and without any factor (dash-dot)

재하였으나 \overline{H}_{cc} 를 사용한 결과에서는 전 구간에서 1미만의 값을 나타내었다. 특히 강(steel)의 경우 반사계수가 거의 1로 균일한 값을 가지는 점을 고려한다면 \overline{H}_{cc} 를 이용하는 것이 더 좋은 측정 결과를 나타낸다고 할 수 있다.

5. 최소 위상 조건

5.1 복소 반사계수 함수의 근사화

실제 측정 결과로부터 계산된 복소 반사계수를 Z영역에서의 유리함수 형태로 근사화하여 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$R(Z) = \frac{D(z)}{C(z)} = \frac{d_m + d_{m-1}z^{-1} + d_{m-2}z^{-2} + \dots + d_0z^{-m}}{c_n + c_{n-1}z^{-1} + c_{n-2}z^{-2} + \dots + c_0z^{-n}}, \quad n > m, \quad z = e^{j\omega} \quad (7)$$

주파수영역에서 z영역으로 변환할 때, 이산화된 반사계수 모형에 대해 적절한 차수를 선택하기 위해 측정치와 모델링 함수의 절대 값 차(error)의 제곱의 합(sse: sum of square error)이 최소가 되는 차수를 선정한다.

$$sse = \int |R_{meas}(f) - R_{model}(f)|^2 df \quad (8)$$

차수가 지나치게 작을 경우 응답을 정확하게 표현하기 곤란하거나 주요 성분을 표현할 수가 없게 되고, 차수가 너무 높을 경우 무의미한 극점이 많이 포함될 수 있다. 여기서는 분모 차수 na를 1차부터 70차까지 설정하고, 분자 차수 nb=na-1로 정하였다. Fig. 6은 식 (8)을 이용하여 차수별 오차 제곱 합 sse(na)을 최소 오차 제곱 합 sse_{min}에 대한 상용로그 스케일 비 $\log_{10}(\frac{sse(na)}{sse_{min}})$ 로 나타낸 그림이다. 암면의 경우 최저 오차 제곱 합을 가지는 차수는 분모항의 경우 na=48차이다.

5.2 최소 위상 시스템으로 변형

Z영역 유리함수로 근사화한 반사계수 모형의

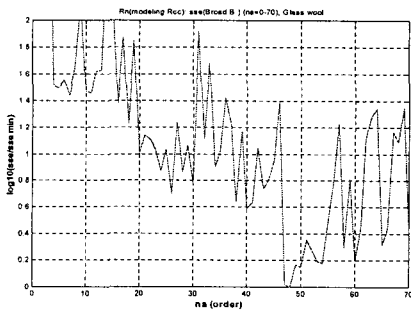


Fig. 6 Sum of square error(sse) versus the order of denominator na, (for rock wool)

극점과 영점의 분포를 이용하여 최소 위상 반사계수를 추정하였다. 이 모델링 함수에 대해 최소 위상 조건을 만족하는 복소 반사계수 함수로 변환하였다. 실험 결과로부터 산출된 반사계수가 3장에서 언급한 최소 위상계의 특징들을 잘 만족하는지 살펴보고 재료에 따른 경향을 분석하여 그 응용 가능성을 살펴보았다.

6. 결과 분석

실험에 사용된 시편들은 편의상 2가지 계열로 구분하여 그 특징을 표 1에 나타내었다.

Table 1. Test specimens grouped by the reflection characteristics

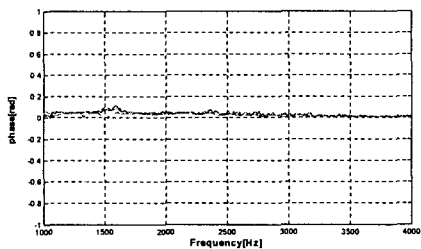
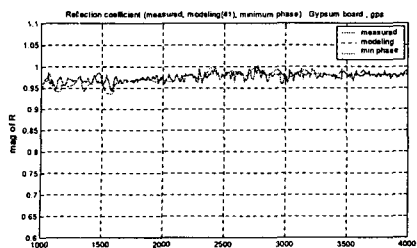
가 계열		나 계열	
시편명	두께 (mm)	시편명	두께 (mm)
석고보드 (Gypsum board)	10	수세미	9
고무 (Rubber)	5	암면 (Glass wool)	50
강 (Steel)	20	스폰지	25
빨대 다발 위 알루미늄 막	15	빨대 다발 (막 없음)	15

실험에서 구한 복소 반사계수와 최소 위상의 복소 반사계수의 크기와 위상을 각각 비교한 결과, 시편으로 사용한 재료들의 반사계수는 크게 두 가지의 성향으로 구분되었다.

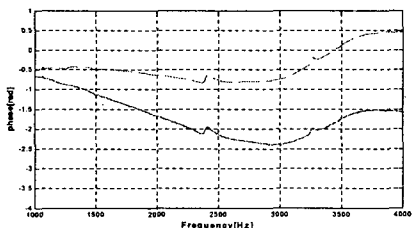
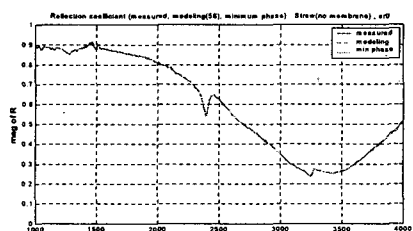
첫째, 석고보드, 고무, 강, 빨대 다발 위에 알루미늄 호일을 덮은 시편(이하 가 계열)에 대해서는 반사계수의 크기뿐만 아니라, 위상도 실측치와 최소 위상 조건의 반사계수가 거의 일치하였다.

둘째, 주방용 수세미, 암면, 스폰지 등(이하 나 계열)은 반사계수의 크기는 거의 일치하지만, 위상은 실험에서 구한 값과 최소 위상 조건에서 구한 값이 많이 차이가 있고, 최소 위상의 경우가 실험치보다 위상이 작음을 알 수 있다.

Fig. 7는 실험을 통해 구한 반사계수와 최상 위상 조건의 반사계수를 비교한 것이다.



(a)



(b)

Fig. 7 Comparison of measured(solid) and minimum phase(dashed) reflection coefficient (a) Gypsum board), (b) bunch of Straw only

7. 결론

반사계수를 입사파에 대한 반사파의 전달함수로 간주하면 이들 사이에 인과성이 성립하므로 주파수영역에서 최소 위상 조건을 적용하여 정확한 반사계수를 측정하고자 하였다.

단순히 반사계수의 크기만을 정확히 알고, 여러 제약에 의해 위상에 대한 올바른 정보를 알 수 없는 경우 실험에서 구한 반사계수의 크기로부터 인과성을 사용하여 위상을 복원할 수 있었다. 최소 위상조건의 적용은 반사계수 위상에 대한 올바른 정보를 얻는데 사용될 수 있다.

참고 문헌

- (1) A. F. Seybert and D. F. Ross, 1977, "Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique", J. Acoust. Soc. Am., 61, pp.1362-1370
- (2) J. Y. Chung and D. A. Blaser, 1980, "Transfer Function method of Measuring in Duct Acoustic Properties. I. Theory, II. Experiment", J. Acoustic. Soc. Am., 68, pp.907-921
- (3) A.F. Seybert and B. Soenarko, 1981, "Error analysis of spectral estimates with application to the measurement of acoustic parameters using random sound fields in ducts", J. Acoustic. Soc. Am., 69, pp.1190-1199
- (4) ASTM C1050-98, 1998, "Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials using a tube, two microphones, and a digital frequency analysis method " (American Society for Testing and Materials, Philadelphia)
- (5) J. G. McDaniel, 1999, "Applications of the causality condition to one-dimensional acoustic reflection problems," J. Acoust. Soc. Am. 105, pp.2710-2716
- (6) J. G. McDaniel and C. L. Clarke, 2001, "Interpretation and identification of minimum phase reflection coefficients," J. Acoust. Soc. Am. 110, pp.3003-3010
- (7) 강성우, 김양한, 1992, "두개의 음향탐촉자를 이용한 소음기의 투과손실 측정과 오차해석", 한국소음진동공학회지, 제 2권 제3호, pp.181-192