

# Rayleigh-Ritz 방법에 의한 흡음재가 부착된 직방형 소음기의 전달 손실 예측

## Prediction of the Transmission Loss of Rectangular Lined Plenum Chamber by the Rayleigh-Ritz Method

김희전\*·이정권\*\*  
Hoi-Jeon Kim, Jeong-Guon Ih

**Key Words** : Dissipative Silencer (흡음형 소음기), Transmission Loss (전달손실), Rayleigh-Ritz Method (Rayleigh-Ritz 방법)

### ABSTRACT

The purpose of this study is on the prediction of the acoustic performance of the lined rectangular plenum chamber which can be used in the HVAC systems. The lined plenum chamber is modeled as a piston-driven rectangular tube without mean flow and the acoustic pressure in the lined chamber is obtained by superposing the three-dimensional pressure due to each of uniformly and harmonically fluctuating pistons. The arbitrary locations of inlet/outlet ports as well as the acoustic higher order modes generated at the area discontinuities of the port-chamber interfaces are taken into consideration. The four-pole parameters can be derived by imposing the proper boundary conditions on each inlet and outlet ports. The lining material on the internal wall is assumed to be a bulk-reacting model. A single weak variation statement which satisfies the fluctuating rigid piston condition and the pressure and displacement continuity condition at the interface between the lining material and the airway was developed. The set of cosine functions were used as the admissible function when applying the Rayleigh-Ritz method. Computed results are compared with those predicted by using the locally-reacting lining material and experimental results, respectively. There are a good agreement shown between the results by the Rayleigh-Ritz method and the experiment results. The derived transfer matrices can be easily combined with other four-pole parameters of different types of mufflers for the calculation of the whole system performance.

### 1. 서론

공조기기 시스템 (HVAC)에서 발생하는 중, 고주파수 대역의 소음을 효과적으로 제어하기 위하여 일반적으로 흡음형 소음기가 많이 사용된다. 덕트 내부에 장착된 흡음재 내부에서 음향 에너지가 열 에너지로 변환시키는 것이 이의 원리이다.

주로 많이 사용되는 흡음형 소음기의 종류로는 덕트의 내부에 흡음재가 장착된 흡음덕트 (lined duct)와 여러 개의 스플리터 (splitter)가 유로와 평행하게 장착되어 있는 평행-배플 머플러 (parallel-baffle muffler)가 있다. 일반적인 경우, 상기의 언급된 머플러의 앞뒤로 흡음재가 부착된 직방형 소음기를 사용하게 된다. 이는 흡음재에 의한 소음 저감 효과와 동시에 리액티브 효과를 통하여 보다 큰 소음 감소 효과를 얻고자 함이다. 또한 이를 통하여 복잡한 덕트 시스템에서 입/출구 방향을 손쉽게 이동 및 변경시킬 수 있다는 장점도 가지게 된다.

흡음재가 장착된 직방형 소음기의 성능을 예측하기 위해서 Irwin 등[1]이 흡음에 의한 감쇠량

식을 제안하였다. 이 식에서는 흡음재의 흡음계수와 입/출구 사이의 각도와 거리를 이용하게 된다. 간편하게 하나의 식으로 주어지므로, 현장에서 손쉽게 이를 사용할 수 있으나, 여러 개의 소음기 요소가 장착되는 시스템의 음향 성능 예측에는 유용하지 못하며, 또한 입/출구 위치 및 3 차원에 의한 고차 모드 효과를 정확히 묘사하지 못하는 단점이 있다.

Cummings [2]가 locally-reacting 성질의 흡음재가 내부에 장착된 소음기의 음향 성능을 모드 매칭 기법을 사용하여 예측하였다. 소음기의 입/출구 방향에 의한 효과 및 전달 손실을 예측하였으나, 사단자 정수 (four-pole parameters)를 유도하지 않았기 때문에 이를 복잡한 시스템에 바로 적용하기에는 어려운 점이 있다.

덕트의 3 차원 효과를 고려하는 방법 [3]에는 점음원법, 강제 피스톤 모델법 [4] 그리고 모드 매칭 기법 등이 있다. 여기에서 제일 정확한 방법은 모드 매칭기법이나, 이 세가지 방법 중에서 수학적으로 제일 복잡하다는 단점을 가지고 있다. Kim [5] 등은 이 중에서 강제 피스톤 모델법을 사용하여 locally-reacting 성질을 가진 흡음재가 장착된 경우일 때, 입/출구가 서로 마주보고 있는 Through-flow 형에 대해 해석을 수행하였고, 이를 실험치와 비교하였다. 두 개의 결과가 유사한 형태를 보였으나, 고주파로 갈수록 전달손실의

\* 한국과학기술원 기계공학과 박사과정  
E-mail : hj.kim@kaist.ac.kr  
Tel : (042) 869-3075, Fax : (042) 869-8220

\*\* 한국과학기술원 기계공학과 정교수

커브의 피크 위치가 서로 차이가 나는 경향을 나타냈다. 이의 가장 큰 오차 원인은 흡음재 모델로 기인한 것으로 추정된다. 해석의 경우에는 흡음재의 표면 임피던스만을 고려하였으나, 실제 실험 상황에서는 흡음재 내부로도 음파가 전파되기 때문이다. 이 가정은 내부에 장착되는 흡음재의 두께가 두꺼워질수록 예측치와 실험치가 서로 더 큰 차이를 보이는 것을 통하여 입증된다. 그러므로 보다 정확한 예측치를 얻기 위하여는 흡음재 내부로 전파되는 음파를 고려해야 한다. 하지만, 흡음재가 장착된 직방형 소음기나, 네 면에 모두 흡음재가 장착된 사각형 흡음형 덕트의 경우 [6] 에는 각 모서리에 장착된 흡음재에 의해서 이론해가 존재하지 않으며, 오직 수치적인 방법에 의해서만 이것들의 음향성능을 해석할 수 있다. Astley [6] 등과 Farvacque [7] 등은 각각 네 면에 흡음재가 장착된 흡음덕트와 사각 강체 덕트 내부 중앙에 사각 형태의 흡음재가 장착된 바 (bar) 타입의 소음기의 음향성능을 해석할 때, 경계조건 및 파동방정식을 동시에 만족시키는 범함수 (Functional) 를 정의하였다. Astley 는 이를 유한요소법 (FEM), 그리고 Farvacque 는 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하여 덕트 내부의 전파 상수를 구하였다.

본 연구에서는 이를 흡음재가 장착된 직방형 소음기에 적용하기 위하여 수정된 범함수를 제시하였고, 이를 통하여 사단자 정수 및 전달 손실을 예측할 수 있음을 보였다. 이 때, Rayleigh-Ritz 방법을 적용하여, 유한요소법에 필요한 선행처리 작업 시간 및 노력을 줄이고자 하였다.

## 2. 흡음형 직방형 소음기

### 2.1 경계조건 및 파동방정식

본 연구에서는 강체 피스톤 모델을 사용하여 흡음형 직방형 소음기의 음향해석을 수행하였다. 강체 피스톤 모델을 사용하는 경우, 먼저 입구 위치에 강체 피스톤을 위치하고 이로 인하여 발생하는 음장을 구하여야 한다. 이는 그림 1 과 같이 나타난다. 여기서 만족시켜야 할 조건은 유로 영역과 흡음재 영역에서의 파동방정식이다:

$$\nabla^2 p_1 + k_0^2 p_1 = 0. \quad (1)$$

$$\nabla^2 p_2 + h^2 p_2 = 0. \quad (2)$$

여기서  $p_1$  은 유로 영역에서의 음압,  $p_2$  는 흡음재

에서의 음압,  $k_0$  는 유로 영역에서의 파수, 그리고  $h$  는 흡음재 영역에서의 파수를 나타낸다. 그 외에도 만족시켜야 할 경계 조건은 입구에서의 강체 피스톤 가진 조건, 흡음재와 유로 사이에 음압 및 변위 연속 조건 그리고 가장 바깥쪽 면의 강체 조건이다. 상기의 조건들은 아래 식과 같이 각각 표현된다:

$$\nabla p_1 \cdot \bar{n}_2 - \frac{\bar{V}}{2} \cdot \bar{n}_2 = 0, \quad (3)$$

$$p_1 = p_2, \quad (4)$$

$$\nabla p_1 \cdot \bar{n}_1 - \left( \frac{\rho_0}{\rho_a} \right) \nabla p_2 \cdot \bar{n}_1 = 0, \quad (5)$$

$$\nabla p_2 \cdot \bar{n}_0 = 0. \quad (6)$$

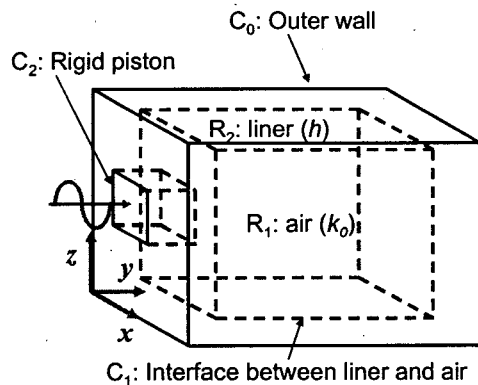


Fig. 1. Pressure field by the rigid piston on the inlet port.

상기의 파동방정식들과 경계 조건을 만족시키는 이론해가 존재하지 않으므로, 이들을 하나의 약한 변분식 (single weak variational formulation) 으로 변형시켜 수치적으로 해를 구하고자 한다.

### 2.2 범함수 (Functional)의 유도

Astley [6]와 Farvacque [7] 등은 2차원 덕트의 전파 상수를 구하기 위해서 약한 변분식을 유도하였다. 본 연구에서는 이를 확장 및 수정하여 아래와 같은 범함수를 제안하였다:

$$\chi(p_1, p_2) = \int_{R_1} [\nabla p_1 \cdot \nabla p_1 - k_0^2 p_1^2] dR_1 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_a}\right) \int_{R_2} [\nabla p_2 \cdot \nabla p_2 - h^2 p_2^2] dR_2 - \int_{C_2} V p_1 ds. \quad (7)$$

상기의 식에서  $p_1$  과  $p_2$  를 일차항까지 섭동 (perturbation) 시켜서  $\delta\chi$  를 구하면 다음과 같다:

$$\delta\chi(p_1, p_2) = 2\varepsilon \int_{R_1} (\nabla p_1 \cdot \nabla \eta_1 - k_0^2 p_1 \eta_1) dR_1 + 2\varepsilon \left(\frac{\rho_0}{\rho_a}\right) \int_{R_2} (\nabla p_2 \cdot \nabla \eta_2 - h^2 p_2 \eta_2) dR_2 - \int_{C_2} V \varepsilon \eta_1 ds. \quad (8)$$

식(8)에 divergence 정리를 사용하여 정리하면, 뒷 식이 식 (1-6)을 모두 만족시킴을 보일 수 있다. 상기의 과정을 출구에 대해서도 적용하고 입/출구 측의 음향학적 상반성 (acoustic reciprocity) 및 사단자 정수의 정의 [4] 를 이용하면, 소음기의 사단자 정수 및 전달손실을 예측할 수 있다.

### 3. Rayleigh-Ritz 방법의 적용

#### 3.1 허용가능 함수 (admissible function) 설정

Rayleigh-Ritz 방법을 적용할 때, 가장 주의해야 하는 점은 허용가능 함수를 정하는 것이다. 허용가능 함수가 반드시 만족해야 할 조건은 기하학적 경계조건 (geometrical boundary condition)을 만족시키는 것이다. [8]. 본 연구에서는 가장 바깥쪽의 강체 경계조건을 만족시키는 것이 이 조건에 해당된다. 또한 Meirovitch [8]는 보다 빠른 수렴을 위해서는 해당 시스템의 고유 함수 (eigenfunction) 와 허용가능 함수가 서로 유사하면 할수록, 보다 정확하고 빠른 수렴을 보인다는 것을 밝혔다.

흡음재가 부착된 직방형 소음기의 기하학적 경계조건을 만족시키는 가장 간단한 함수의 세트는 cosine 함수 세트이다. 이들은 또한 직교성을 가지므로 Rayleigh-Ritz 방법의 장점 중의 하나인 방법 적용의 용이성을 더욱 극대화 시킬 것이다. 그러므로 아래와 같은 cosine 함수의 집합을 본 문제의 허용가능 함수로 사용하였다.

$$\psi_{lmn}(x, y, z) = \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right). \quad (9)$$

## 4. 결과 분석

### 4.1 예측치와 실측치의 비교

본 방법의 타당성을 검증하기 위해서, 해석해가 존재하는 강체 벽면의 직방형 소음기의 음향 성능을 예측해보았다. 소음기의 치수는 아래와 같고, 입/출구는 정중앙에 위치하였다:

Inlet & outlet:  
0.05 m x 0.05 m

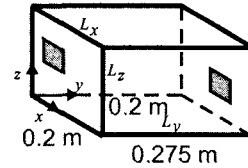


Fig. 2. Through-flow type rectangular lined plenum chamber.

상기의 소음기의 이론해와 Rayleigh-Ritz 방법을 적용해서 구한 수치해를 구한 결과는 다음과 같다:

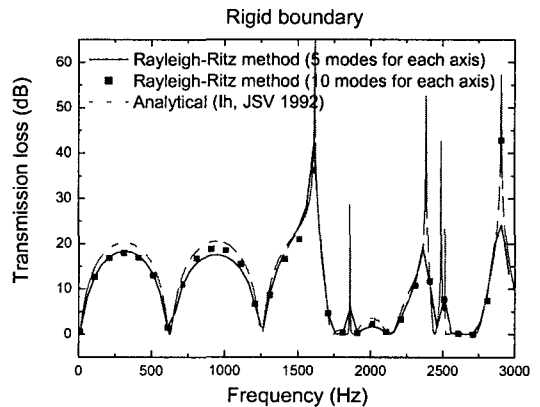


Fig. 3. A Comparison of analytical and numerical transmission loss calculated by Rayleigh-Ritz method.

그림 3 을 살펴보면, 대략 10 개 차수의 함수를 각각의 축에 대해서 적용하면, 이론해와 3 dB 정도의 오차를 가지는 것을 확인할 수 있다.

다음은 밀도 30 kg/m<sup>3</sup> 을 가지는 폴리우레탄 폼이 내부 흡음재로 장착된 경우에 대해서 본 방법을 적용한 결과를 나타낸다.

## 5. 결론

본 연구에서는 내부에 흡음재가 장착된 직방형 소음기의 사단자 정수 (four-pole parameters) 및 전달 손실 (transmission loss) 을 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하여 예측하였다. 허용가능 함수 (admissible function)는 바깥 경계에서의 기하학적 경계 조건 (geometric boundary condition)을 만족시키는 cosine 함수세트를 사용하였다. 또한 상기의 수치적인 방법을 통해 얻은 결과와 실험치를 비교하였고, 이는 기존의 Locally-reacting 모델에 비교하여 실험치와 훨씬 유사한 경향을 나타내고 있었다. 이를 통하여 얻어진 소음기의 사단자 정수는 기존의 소음기 요소와 손쉽게 연결되므로 복잡한 공조시스템 전체의 음향학적 성능을 예측하는데 유용하게 사용될 것이다.

## 후 기

본 연구는 BK21 에서 일부 보조를 받았습니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Irwin, J. D. and Graf, E. R., 1979, *Industrial Noise and Vibration and Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- (2) Cummings, A., 1976, The Attenuation of Lined Plenum Chambers in Ducts: I. Theoretical Models, *Journal of Sound and Vibration*, 61, pp. 347~373.
- (3) Denia, F. D., Albelda, J., Fuenmayor, F. J. and Torregrosa, A. J., 2001, Acoustic Behaviour of Elliptical Chamber Mufflers, *Journal of Sound and Vibration*, 241, pp. 401~421.
- (4) Ih, J.-G., 1992, The Reactive Attenuation of Rectangular Plenum Chambers, *Journal of Sound and Vibration*, 157, pp. 93~122.
- (5) Kim, H.-J., Ih, J.-G., and Park, C.-M., "Acoustic Performance of the Lined Rectangular Plenum Chamber", *Proceedings of Inter-Noise 2003*, Seogwipo, Korea, pp. 856-861.
- (6) Astly, R. J. and Cummings, A., 1987, A Finite Element Scheme for Attenuation in Ducts Lined with Porous Material: Comparison with Experiment, *Journal of Sound and Vibration*, 116, pp. 239~263.
- (7) Farvacque, B., 2003, *Modelling of Large Dissipative Silencers* (M.S. Thesis, KTH).
- (8) Meirovitch, L. and Kwak, M. K., 1990, Convergence of the Classical Rayleigh-Ritz Method and the Finite Element Method, *AIAA*, 28, pp.1509~1516.

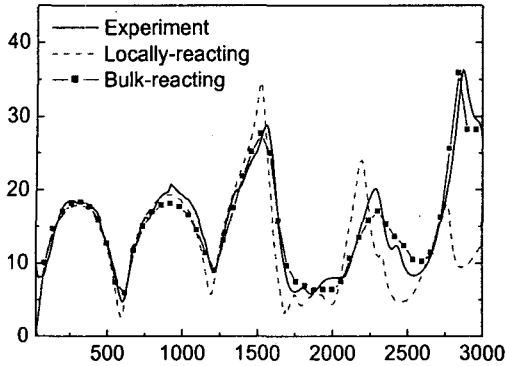


Fig. 4. Comparisons between measured and predicted transmission loss in case of through-flow type rectangular lined plenum chamber with 5 mm thickness polyurethane foam.

그림 4 는 흡음재의 두께가 5 mm 인 경우를 나타낸다. 실험치와 흡음재를 locally-reacting 으로 가정한 경우의 결과를 동시에 비교하였다. R-R 방법에서 사용된 모드의 개수는  $x,y,z$  방향으로 7,10,7 개를 사용하였는데, 이는 소음기의  $x,y,z$  방향의 길이의 비를 기준으로 한 것이다. 고주파 대역에서 본 방법이 기존의 방법 [5] 보다 향상된 결과를 나타낸다.

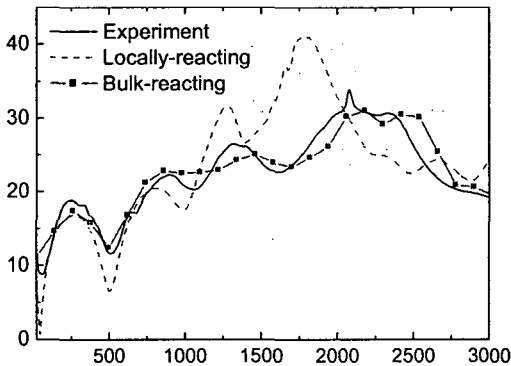


Fig. 5. Comparisons between measured and predicted transmission loss in case of through-flow type rectangular lined plenum chamber with 20 mm thickness polyurethane foam.

두께가 20 mm 로 증가되었을 때의 결과가 그림 5 이다. 기존 결과는 최대 17 dB 정도의 오차가 있었으나, 본 방법은 5 dB 내외로 오차가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 이 때, 사용된 모드의 개수는 그림 4 의 경우와 같다.