

방향성 주파수 응답 함수를 이용한 일반 회전체의 비대칭성 규명

Identification of Asymmetry in General Rotors from Directional Frequency Response Functions

서윤호* · 강성우** · 이종원***

Yun-Ho Seo, Sung-Woo Kang, Chong-Won Lee

Key Words : Identification of Asymmetry(비대칭성 규명), Directional Frequency Response Function(방향성 주파수 응답 함수), Model Update Method(모형 갱신법)

ABSTRACT

Asymmetry of rotor systems is an important factor for identification of dynamic characteristics including the stability and response of rotors and for condition monitoring. In this work, asymmetry of rotors is identified by applying curve-fitting method to the directional frequency response functions (dFRFs), which are known as a powerful tool for detecting the presence and degree of asymmetry. This method minimizes least square error between analytical and measured dFRFs by iteratively updating physical parameters associated with rotor asymmetry. The effectiveness of the identification method is demonstrated by experiments with a laboratory test rotor.

1. 서론

회전 기계는 동력 전달의 용이함과 에너지 변환의 간편함으로 인해 현대 산업 사회에서 없어서는 안될 기계 요소이다. 그 동안 많은 연구와 경험을 통해 회전 기계를 설계하고 생산하는 기술은 안정화된 반면 가동중인 회전 기계의 고장 진단 및 정비의 기술은 한층 중요해지고 있다. 회전 기계는 크게 베어링과 같은 정지부와 회전하는 회전부로 나눌 수 있는데, 일반적으로 이 두 부분 모두 축대칭(axis-symmetry)의 성질을 갖도록 설계된다. 하지만 회전 기계의 이상이 생기면 이러한 축대칭의 성질은 없어지고 축비대칭(axis-asymmetry)의 성질이 나타나게 된다. 여기에서 정지부의 축 비대칭성을 비등방성(anisotropy)이라 칭하고, 회전부의 축 비대칭성은 비대칭성(asymmetry)이라 칭한다. 그러므로 회전 기계의 고장을 진단할 때 위와 같은 비등방성과 비대칭성을 찾아내는 것이 고장을 진단하는 가장 기본적인 방법이 될 수 있다.

많은 연구자들에 의해 회전 기계의 동작중의 진동 신호를 분석함으로써 균열(crack)을 진단하는 방법이 소개되었다. 하지만 이 방법들은 균열

이 커지기 전까지는 그 진단이 쉽지 않은 단점을 가지고 있다. 그와 다르게 회전 기계를 직접 가진(excitation)하고 모드 시험(modal test)을 실시하여 주파수 응답 함수(frequency response function)를 구하고 그로부터 회전체의 특성을 규명하는 방법이 좀 더 능동적인 방법으로 효율을 인정 받고 있다. Nordman 은 충격 망치를 이용해 회전체의 주파수 응답 함수를 구했고[1], Rogers 와 Ewins 는 전동식 가진기(shaker)를 이용하여 주파수 응답 함수를 구해 회전체의 동적 특성을 규명했다[2]. 하지만 위 방법들은 실수 좌표계를 사용함으로써 회전체의 고유한 성질인 방향성의 문제를 간과하고 있다.

그러므로 본 연구에서는 정확한 특성 규명을 위하여 복소 좌표계(complex coordinate)를 바탕으로 비등방성과 비대칭성을 모두 가지는 일반 회전체의 방향성 주파수 응답 함수(directional frequency response function, dFRF)를 추정한다. 그리고 이를 기반으로 모형 갱신법(model update method)을 이용해 회전체의 비대칭성을 규명하고자 한다.

2. 방향성 주파수 응답 함수 추정

복소 좌표계에서 비등방성과 비대칭성이 모두 존재하는 회전체의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

* 한국과학기술원 기계공학과 대학원
E-mail : laulen@cwllab.kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3056, Fax : (042) 869-8220

** 한국과학기술원 기계공학과 대학원

*** 한국과학기술원 기계공학과

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{M}_c \ddot{\mathbf{p}}(t) e^{j2n\Omega} \\ & + \mathbf{C}_r \dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}_c \dot{\mathbf{p}}(t) e^{j2n\Omega} \\ & + \mathbf{K}_r \mathbf{p}(t) + \mathbf{K}_b \mathbf{p}(t) + \mathbf{K}_c \mathbf{p}(t) e^{j2n\Omega} = \mathbf{g}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

하첨자 f, b, r 은 질량, 감쇠, 강성 행렬의 평균값, 비등방성 관련 편차 그리고 비대칭성 관련 편차를 나타낸다.

위의 운동방정식을 등가의 무한 자유도를 갖는 시불변 선형 운동방정식으로 변환하기 위하여 다음과 같이 새로운 변위 벡터와 가진 벡터를 정의한다[3].

$$\mathbf{p}_n(t) \equiv \mathbf{p}(t) e^{j2n\Omega}, \quad \mathbf{g}_n(t) \equiv \mathbf{g}(t) e^{j2n\Omega} \quad (2a)$$

$$\bar{\mathbf{p}}_n(t) \equiv \overline{\mathbf{p}(t) e^{j2n\Omega}} = \bar{\mathbf{p}}(t) e^{-j2n\Omega}, \quad \bar{\mathbf{g}}_n(t) \equiv \bar{\mathbf{g}}(t) e^{-j2n\Omega} \quad (2b)$$

$$\mathbf{p}_{(\infty)} = \left\{ \dots \mathbf{p}_{-1}^T(t) \quad \bar{\mathbf{p}}_0^T(t) \quad \mathbf{p}_0^T(t) \quad \bar{\mathbf{p}}_1^T(t) \quad \dots \right\}^T \quad (3a)$$

$$\mathbf{g}_{(\infty)} = \left\{ \dots \mathbf{g}_{-1}^T(t) \quad \bar{\mathbf{g}}_0^T(t) \quad \mathbf{g}_0^T(t) \quad \bar{\mathbf{g}}_1^T(t) \quad \dots \right\}^T \quad (3b)$$

위의 식(1)에 식(2)에서 정의한 변위벡터와 가진 벡터를 대입하고, 식(3)으로 정의된 무한 가진 벡터와 무한 변위 벡터를 사용하여 나타내면 식(1)과 등가의 무한 자유도의 시불변 운동방정식을 만들 수 있다[3]. 즉,

$$\mathbf{M}_{(\infty)} \ddot{\mathbf{p}}_{(\infty)}(t) + \mathbf{C}_{(\infty)} \dot{\mathbf{p}}_{(\infty)}(t) + \mathbf{K}_{(\infty)} \mathbf{p}_{(\infty)}(t) = \mathbf{g}_{(\infty)}(t) \quad (4)$$

위와 같이 비대칭성과 비등방성이 공존하는 일반 회전체의 운동방정식을 band 형태의 무한 확장된 행렬 형태로 나타낼 수 있다. 이를 이용하여 주파수 영역에서 그림 1 과 같은 다중 입력과 단일 출력을 갖는 모형을 만들어 방향성 주파수 응답 함수를 추정할 수 있다[4].

$$\begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{H}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{H}_{g_0p_0} \\ \mathbf{H}_{g_0p_0} \\ \mathbf{H}_{g_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \dots & \mathbf{S}_{g_{-1}f_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}f_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}f_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}f_0} & \dots \\ \dots & \mathbf{S}_{g_0f_0} & \mathbf{S}_{g_0f_0} & \mathbf{S}_{g_0f_0} & \mathbf{S}_{g_0f_0} & \dots \\ \dots & \mathbf{S}_{g_0f_0} & \mathbf{S}_{g_0f_0} & \mathbf{S}_{g_0f_0} & \mathbf{S}_{g_0f_0} & \dots \\ \dots & \mathbf{S}_{g_{-1}f_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}f_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}f_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}f_0} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{S}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{S}_{g_0p_0} \\ \mathbf{S}_{g_0p_0} \\ \mathbf{S}_{g_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기에서 \mathbf{S}_{xy} 는 신호 x 와 y 의 주파수 영역에서의 상호 스펙트럼 밀도 함수(cross spectral density function)를 의미한다.

3. 최소 자승 모형 갱신법

회전 구조물의 고유 진동수와 모드 감쇠량은 정지 구조물과 같이 주파수 응답 함수를 곡선 맞춤(curve-fitting)함으로써 구할 수 있다[5]. 하지만 비등방성과 비대칭성 같은 물리적인 의미를 가지는 매개변수의 경우 그 변화에 따른 곡선 맞춤 법이 필요하다. 본 연구에서는 최소 자승 모형 갱신법[6]을 사용하여 비대칭성을 규명했다. 이

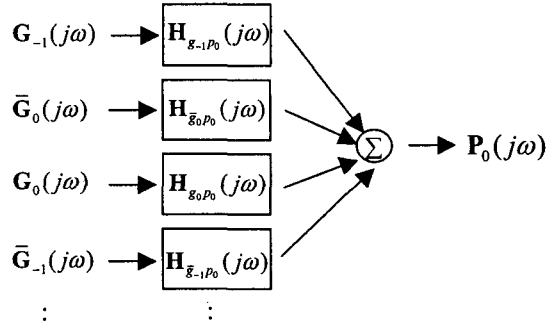


Fig. 1 일반회전체의 방향성 주파수 응답 함수 추정 모형

방법은 추정된 주파수 응답 함수와 모형에 의해 계산된 주파수 응답 함수의 차이를 최소화하도록 모형의 매개 변수 값을 변화해서 매개 변수의 값을 규명하는 방법이다. 추정된 동강성 행렬(dynamic stiffness matrix)과 계산된 동강성 행렬의 차이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\Delta \mathbf{D}(j\omega)] = [\mathbf{D}_x(j\omega)] - [\mathbf{D}_a(j\omega)] \quad (6)$$

여기서, 하첨자 a 와 x 는 각각 계산된 값과 추정된 값을 의미한다. 동강성 행렬의 역행렬은 주파수 응답 행렬이기 때문에 j 번째의 입력에 대한 주파수 응답 함수 벡터는 다음과 식이 성립한다.

$$\{\mathbf{H}_x(j\omega)\}_j^T [\mathbf{D}_x(j\omega)] = \{\mathbf{H}_a(j\omega)\}_j^T [\mathbf{D}_a(j\omega)] = \{\mathbf{I}\}_j^T \quad (7)$$

$\{\mathbf{I}\}_j$ 는 $N \times N$ 단위 행렬의 j 번째 열벡터를 의미한다. 식(7)에 식(6)을 대입하고 계산의 안정화를 위해 양변에 $[\mathbf{H}_a(j\omega)]$ 을 곱하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \{\mathbf{H}_x(j\omega)\}_j^T [\Delta \mathbf{D}(j\omega)] [\mathbf{H}_a(j\omega)] \\ & = \{\mathbf{H}_a(j\omega)\}_j^T - \{\mathbf{H}_x(j\omega)\}_j^T \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $[\Delta \mathbf{D}(j\omega)]$ 을 N_p 개의 매개변수 p 에 대해 테일러 급수 전개하면

$$[\Delta \mathbf{D}(j\omega)] = \sum_{i=1}^{N_p} \frac{\partial [\mathbf{D}(j\omega)]}{\partial p_i} \Delta p_i \quad (9)$$

이고, 이를 식(8)에 대입하면 다음과 같은 민감도(sensitivity) 행렬을 구할 수 있다.

$$\{\Delta \mathbf{P}\}_j^T [\mathbf{S}_j(j\omega)] = \{\mathbf{H}_a(j\omega)\}_j^T - \{\mathbf{H}_x(j\omega)\}_j^T \quad (10)$$

$$\mathbf{S}_j = \begin{bmatrix} \{\mathbf{H}_x\}_j^T \frac{\partial [\mathbf{D}]}{\partial p_1} [\mathbf{H}_a] \\ \vdots \\ \{\mathbf{H}_x\}_j^T \frac{\partial [\mathbf{D}]}{\partial p_{N_p}} [\mathbf{H}_a] \end{bmatrix}, \quad \{\Delta \mathbf{P}\} = \begin{Bmatrix} \Delta p_1 \\ \vdots \\ \Delta p_{N_p} \end{Bmatrix}$$

식(10)을 이용해서 매개 변수의 변화량을 구하여 모형을 반복적으로 갱신하면 매개 변수 p 를

규명할 수 있다.

4. 비대칭성 규명의 가정

식 (1)과 같은 비등방성과 비대칭성을 가지는 일반 회전체의 유한 요소 모형이 있다고 했을 때 질량과 감쇠의 비등방 성분인 M_b 와 C_b 은 없고 강성의 비대칭성이 질량에 비해 지배적이라면 다음과 같은 다음과 같은 운동 방정식을 쓸 수 있다.

$$M_f \ddot{p}(t) + C_f \dot{p}(t) + K_f p(t) + K_b \bar{p}(t) + K_p \bar{p}(t) e^{i2\Omega t} = g(t) \quad (11)$$

이 식을 이용하여 식 (9)의 매개 변수 p 에 대한 동강성 행렬의 변화량을 살펴보면 모형 갱신법을 사용하기 위해서는 매개 변수가 영향을 주는 절점(node)의 방향성 주파수 응답 함수가 필요한 것을 알 수 있다. 그러므로 비등방성을 규명하기 위해서는 베어링이 위치한 절점의 방향성 주파수 응답 함수가 필요하며, 비대칭성을 규명하기 위해서는 비대칭성이 위치하는 요소의 절점의 방향성 주파수 응답 함수가 필요하다. 그러나 베어링 부분의 응답은 매우 작기 때문에 측정하기 어렵고 비대칭성의 축 방향 위치를 알아내기 위해서는 여러 번의 측정이 필요하기 때문에 비등방성의 크기와 비대칭성의 위치는 알고 있다는 가정을 사용한다.

실제의 회전체는 설계 및 운용상 응답을 측정할 수 있는 위치가 흔히 제한적이다. 본 연구에서는 이 문제를 고려하기 위해 어느 한 위치의 방향성 주파수 응답 함수를 토대로 비대칭성이 있는 요소의 절점의 방향성 주파수 응답 함수를 추정하는 방법을 사용했다. 비등방성 및 비대칭성은 국부적인 특성이므로 전체적인 모드 형상에 큰

영향을 주지는 않는다. 그러므로 비등방성 및 비대칭성이 없는 회전체의 정확한 유한 요소 모형이 있다면 측정하지 않은 위치에서의 방향성 주파수 응답 함수들을 구할 수 있다[7].

5. 실험

실험에 사용된 회전체 시스템은 그림 2 와 같다 베어링이 두개인 시스템이고 베어링 사이에 한 개의 디스크가 위치해 있으며 다른 하나의 디스크는 끝단에 외팔보 형태로 구성된 시스템이다. 비대칭성을 만들기 위해 디스크와 베어링 사이에 한 부분을 사각의 단면을 갖도록 했다. 그러므로 위 실험에서 비대칭성을 나타내는 매개 변수는 사각 단면의 가로와 세로의 길이로 결정했다. 오른쪽 디스크를 전자석 가진기(exciter)를 이용해 가진하고 그 응답은 디스크와 40(mm) 떨어진 지점에서 비접촉식 변위센서를 이용해 측정했다. 이 지점에서 측정된 방향성 주파수 응답 함수와 비등방성과 비대칭성이 없는 회전체의 유한 요소 모형을 이용해 위의 설명과 같이 사각 단면 부분의 양 끝의 방향성 주파수 응답 함수를 추정한다. 편의상 추정된 양 끝단의 응답 중에 디스크에 가까운 것을 절점 (1)이라고하고 다른 하나를 절점 (2)라 하겠다. 회전체의 회전 속도는 600 (rpm) 이며 측정은 샘플을 100 개 받아들여 평균했다. 표 1 은 모형 갱신법에 사용된 유한 요소 모형에 대한 설명이다.

그림 3 은 추정된 양 끝단의 방향성 주파수 응답 함수 중에서 절점 (1)에서의 것과 모형 갱신에 의해 다시 재생성된 방향성 주파수 응답 함수를 보여준다.

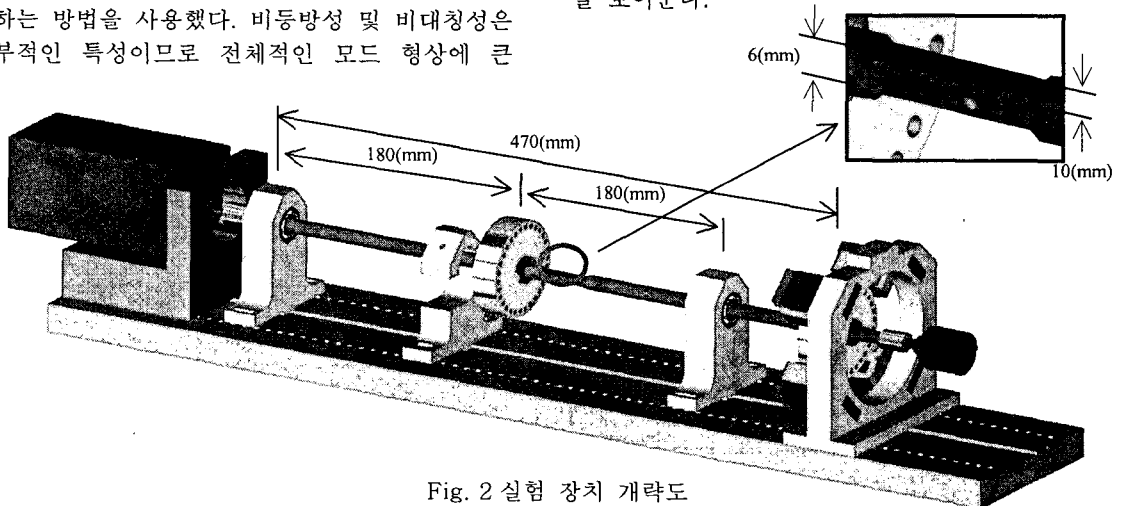


Fig. 2 실험 장치 개략도

Table 1 일반 회전체 유한 요소 모형의 매개 변수 값

절점 개수	12	요소 개수	11
디스크			
질량 (kg)	극 질량 관성 모멘트	질량 관성 모멘트	
0.742 (kg)	$580 \times 10^{-6} \text{ (kg m}^2\text{)}$	$315 \times 10^{-6} \text{ (kg m}^2\text{)}$	
베어링 강성			
k_y	k_z	k_{yz}, k_{zy}	
23 (MN/m)	18 (MN/m)	0 (MN/m)	

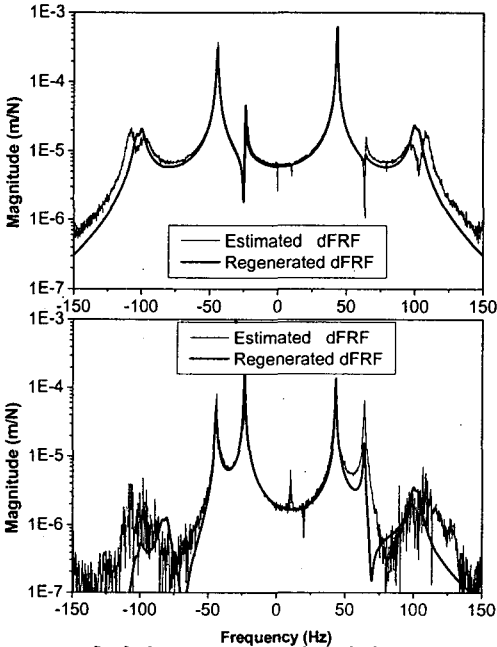


Fig. 3 추정된 dFRFs와 재생성된 dFRFs

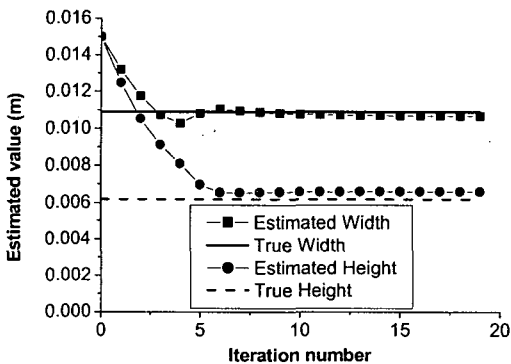


Fig. 4 비대칭성 매개 변수 추정 결과
첫번째 모드에 대해서 두개의 방향성 주파수 응답 함수가 잘 일치함을 확인할 수 있다. 그림 4는 비대칭 매개 변수로 선정된 사각 단면의 가로, 세로 길이의 모형 갱신법의 반복 회수에 따라 참값을 추정하는 과정을 보여준다. 충분한 정확성을 가지고 잘 추정하는 것을 볼 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 비등방성과 비대칭성을 모두 가지고 있는 일반회전체의 비대칭을 규명했다. 추정된 방향성 주파수 응답 함수와 유한 요소 모형으로부터 계산된 방향성 주파수 응답 함수의 차이를 최소화하는 매개 변수의 변화량을 찾아 모형을 반복적으로 갱신하는 최소 자승 모형 갱신법을 이용하여 비대칭성을 나타내는 매개 변수의 값을 규명할 수 있음을 보였다. 이 방법은 민감도 행렬에 의해 반복에 의해 참값에 근접하는 방식이기 때문에 차후에 회전체의 특성을 규명하거나 상태 감시에 활용될 것이 기대된다.

참고 문헌

- (1) R. Nordmann, "Identification of modal parameters of an elastic rotor with oil film bearings," *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol. 106, pp. 107-112, 1984
- (2) P. J. Rogers and D. Ewins, "Modal testing of an operating rotor system using a structural dynamics approach," *Proceedings of the 7th IMAC*, pp. 466-473, 1989
- (3) C. W. Lee, J. H. Suh and S. W. Hong, "Modal Analysis of rotor system using modulated coordinates for asymmetric rotor system with anisotropic stator," *8th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*, Swansea, September 2004
- (4) 서윤호, 강성우, 서정환, 이종원 "비등방성과 비대칭성이 공존하는 회전체에서의 방향성 주파수 응답 함수 추정," 춘계학술발표회 논문집, 한국 소음 진동 공학회, 경주, 2004
- (5) Y. D. Joh and C. W. Lee, "Excitation Methods and Modal Parameter Identification in Complex Modal Testing for Rotating Machinery," *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 1993
- (6) R. M. Lin and D. J. Ewins, "Model updating using FRF data," *Proceedings of the 17th International Seminar on Modal Analysis*, 1990
- (7) J. C. O'Callahan, R. Avitabile, I. W. Lieu and R. Madden, "An efficient method of determining rotational degree-of-freedom from analytical and experimental modal data," *Proceedings of 4th IMAC*, pp.50-58, 1986