

유한요소법을 이용한 사과육질의 점탄성 해석

Viscoelastic Analysis of Apple Flesh Using FEM

김경원* 김만수** 이인복* 강석원* 이성현* 최동수*
 정회원 정회원 정회원 정회원 정회원 정회원

G. W. Kim M. S. Kim I. B. Lee S. W. Kang S. H. Lee D. S. Choi

1. 서론

지금까지 사과를 포함한 여러가지 청과물에 대한 수확, 저장, 품질관정 및 유통 등의 과정에서 기계적 손상을 최소화하기위해 이들 과일에 대한 기본적인 물성연구가 많은 학자들에 의해 수행되어 왔다. 청과물의 기본물성에 대한 연구는 UTM에 의한 압축실험이 주로 수행되었으며 여기에서 얻은 힘-변형곡선으로부터 생물체항복점, 생물체 항복변형량, 파괴점, 생물체항복강도, 탄성계수 등의 기계적 특성치를 구할 수 있다. 또한 청과물은 수분을 많이 함유하고 있는 점탄성체이므로 이들에 대한 장시간 거동특성을 분석하기 위하여 응력이완실험이 수행되기도 하였다. 그러나 청과물은 공업재료와 달리 매우 연약한 조직이기 때문에 정밀한 측정시험편을 제작할 수 없고, 시험 중에 수분이 계(System) 외부로 빠져나가 전체 질량의 변화가 일어나 정확한 탄성계수나 포와송비, 점탄성계수 등의 물성 값을 구하기가 어렵다. 따라서 본 연구는 사과 육질의 원주시험편(Cylindrical specimens)을 채취하여 압축시험에 의한 힘-변형곡선으로부터 점탄성 물성을 ANSYS8.1상업프로그램을 이용하여 전산 유한요소법으로 추적하는 알고리즘을 개발하는데 목적이 있다.

2. 재료 및 방법

가. 압축시험

사과 과육시험편 채취에 사용된 공시 사과는 표 (1)에서 보는바와 같이 우리나라에서 많이 생산되고 있는 조생후지 품종인 야다까(Yataka)를 농협에서 구매하여 실험실 환경에서 온도 27℃, 습도 60%에서 24시간 적응시킨 후 직경16.6 mm의 채취기(Cork borer)를 사용하여 사과 측면에서 중심방향으로 채취하였으며 시험편의 길이는 20 mm로 되도록 하였다.

Table 1 Physical properties of apple used in the compression test.

Kind of fruit	Cultivar	Date of harvest	Volume ($\times 10^{-4} \text{ m}^3$)	Mass (kg)	True density (kg/m^3)
Apple	Yataka	2004.9.18	4.01	0.3364	838.9

* 농업공학연구소

** 충남대학교 농과대학 농업기계공학과

사과 원주형 시험편의 압축은 TA-XT2_Texture Analyzer_SMS시험기를 사용하여 직경 70 mm 평판으로 원주형 시험편의 상부를 압축하였으며, 변형속도는 ASAE(2001) 규정 속도 2.5~30 mm/min 범위에 속하면서 충분한 점성효과를 나타내도록 6mm/min로 하고 실험의 반복은 10회로 하였다.

나. 힘-변형곡선의 분석 및 곡선의 원점이동

원주형 시험편을 압축하여 파괴시켜 힘-변형 곡선으로부터 시험편의 파괴전에 나타나는 각 시험편의 생물체 항복점(Bioyield point)의 반발력과 그 변형량을 구명하였으며, 정확한 0.5BP, 0.15BP점의 변형량은 진선보간법으로 구하였다. 여기서, 0.5BP는 유한요소 물성최적화 추적시에 실험한 반발력과 차이가 어느 범위 이상을 벗어나지 않도록 지속적으로 점검하기 위한점이고, 0.15BP는 예비실험 결과 왜곡되지 않는 힘-변형곡선의 최대구간이 0.15BP점인 것으로 분석 되었으므로 이점을 다른 한 기준점으로 잡았다.

원주 시험편의 길이를 20 mm로 하기위해 절단함으로써 양 절단면에서 각각 0.1 mm이상의 경사면이 형성되고 또한 절단 표면도 0.05 mm 정도 조직파괴가 예비실험을 통해 관찰 되었으며, 본 실험에서도 모두 이러한 현상이 나타났다. 따라서 그래픽 통계프로그램인 오리진(Origin6.0)을 이용하여 원래의 힘-변형 커브 데이터의 생물체 항복점(BP)부터 0.15BP까지의 구간 정보를 입력하여 2차원 다항식(Second-order polynomial)으로 피팅하여 함수와 근을 구하고 이 함수를 원점으로 이동시켰다.

다. 점탄성 물성의 유한요소 해석

변형율(strain) 0.05에서 600초까지 응력이완시험 데이터를 이용하여 맥스웰 요소가 2개만 포함되는 일반화 맥스웰 모델(Prony Series)을 SAS 9.1을 이용하여 개발하고, 계산된 1항 및 2항의 탄성계수비(항별 탄성계수/순간탄성)와 이완시간 값인 0.169, 17초, 그리고 0.252, 186.9초를 최적화 프로그램 계수로 사용하였다.

본 연구에서 적용한 사과 과육의 유한요소 해석의 모델은 그림 (1)과 같이 실험과 동

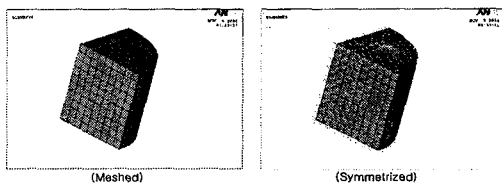


Fig. 1 Meshed geometry for analysis of FEM compression test under deformation control.

일한 기하학적구조로 하고, 모든 요소의 크기는 한 변이 1 mm로 되게 하였으며, 모든 상(Phase)은 등방체로 균일상이며 계(System)의 경계에서 질량이나 기타 에너지출입은 없다고 가정하였다. 압축시험과 동일한 시험방법을 구현하기 위해 변위제어에 의해 시간함수가 적용된 과도해석(Transient analysis)을 수행하였고, 모든

해석은 비선형해석이였다. 점탄성 해석의 구성방정식은 식(1)로 하여 프로니함수를 핵심함수로 하여 FEM SUMT 알고리즘에 의해 표 (2)의 경계조건으로 사과육질의 탄성계수, 포와송비, 점성계수를 추적하였다.

$$\sigma = \int_0^t 2G(t-\tau) \frac{de}{d\tau} d\tau + I \int_0^t K(t-\tau) \frac{d\Delta}{d\tau} d\tau \quad \text{-----(1)}$$

$$G = G_0 \left[\alpha_\infty^G + \sum_{i=1}^{n_G} \alpha_i^G \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^G}\right) \right], \quad K = K_0 \left[\alpha_\infty^K + \sum_{i=1}^{n_K} \alpha_i^K \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^K}\right) \right]$$

여기서 : σ = Cauchy stress(Pa), e = Deviatoric strain, Δ = Volumetric strain
 $G(t)$ = Shear relaxation kernel function(Pa), $K(t)$ = Bulk relaxation kernel

t = Current time(s), τ = Past time(s), I = Unit tensor,
 G_0 = Initial shear modulus(Pa), G_∞ = Final shear modulus(Pa)

Table 2 The boundary conditions of objective function, state variable, and design variables.

Items		Initial Values	Bounds	Tolerance
Objective function		Strain energy(tested- FEM)	-	0.01
State Variables		Comparison of reaction forces between tested and FEM	99% value of test $\leq S \leq$ test	0.01
Design Variables	Elastic modulus	2.71 MPa	$0.2 \leq E \leq 5.0$	0.001
	Poisson's ratio	0.27	$0.22 \leq P \leq 0.4$	0.001
	Viscous coefficient	8000 MPa · s	$500 \leq V \leq 100,000$	100

최적화 알고리즘을 개발하기 위하여 사용된 시험편은 알고리즘 안정화까지 1개의 시험편으로 목적함수, 상태변수, 물성변수 값을 조절하여 수렴성을 조사하였다. 최적의 설계변수 결과를 도출하기 위해 제1차 최적화는 탄성계수, 포와송비 그리고 점성계수인 3개의 변수를 최적화하는 알고리즘으로 하였고, 제2차 최적화에서는 제1차 최적화의 물성변수로부터 탄성계수를 고정하는 방법과 포와송비를 고정하여 2개의 변수에 대한 최적화하는 방법으로 하였으며 이들 두 형태의 고정변수 방식 중에 수렴성이 우수한 방식을 선택하였다.

3. 결과 및 고찰

가. 압축시험결과 및 원점이동

동속변형 압축시험한 결과 생물체 항복점(BP)은 47.848~80.604 N, 변형은 2.035~3.463 mm으로 나타났고, 평균항복점과 평균변형은 각각 61.983 N, 2.819 mm였다. 또한 0.5BP 및 0.15BP에서의 평균변형은 각각 1.523 mm, 0.739 mm로 나타났다. 생물체 항복점(BP), 0.5BP, 그리고 0.15BP에서 계산한 평균 겉보기탄성계수(Apparent elastic modulus)는 각각

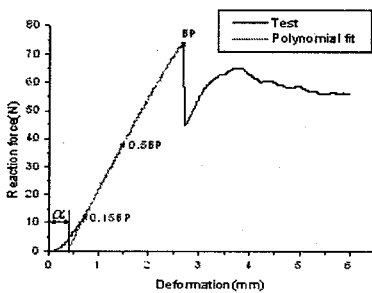


Fig. 2 Second-order polynomial fitting curve from 0.15BP to BP of F-D data before horizontal shifting by -a mm.

2,063.7 kPa, 1,917.2 kPa로, 그리고 1,220.3 kPa로 나타났으며, 이들 점에서의 평균 변형에너지는 각각 18.571 kJ/m³, 4.231 kJ/m³, 그리고 0.53 kJ/m³으로 나타났다. 힘-변형 곡선의 0.15BP 이하의 영역에서는 시험편이 정교하지 못하여 변형초기에는 점접촉이 일어났고 시험편 표면조직의 파괴로 인해 반발력은 매우 약하게 작용하여 아래로 볼록(Convex downward)한 비정상 곡선이 모든 시험편에서 확인되었으며 그림 (2)에서와 같이 원점으로 이동하였다.

동속도 압축시험한 모든 시험편을 2차 다항식으로 피팅한 결과 모두 결정계수(r^2)가 0.9992~0.9999의 범위로 높게 나타났으며, 2차 다항식 상수(Constant)에서 1차원 항의 상수는 모두 양수였으며 그 외의 상수는 모두 음수로 나타났고, 0.15BP~BP 구간에서 힘-변형 곡선은 아래로 오목(Concave downward)하여 일반적인 점탄성 재료곡선과 유사한 모양을 나타내었다. 수정하지 않은 힘-변형 곡선은 원점으로부터 0.0211~0.8068 mm 범위로 우측으로 벗어나 있었으며 벗어난 평균거리는 0.4544 mm 이었다. 원점 수정후 평균겉보기탄성계수는 생물체 항복점(BP), 0.5BP, 그리고 0.15BP에서

2,522.2 kPa, 2,744.1 kPa, 2,873.9 kPa로 나타나 이동하지 않았을 때와 비교하여 각각 18.2%, 30.1%, 57.5%로 증가되었다. 반면 이들 점에서 평균변형에너지는 각각 17.863 kJ/m²으로, 4.026 kJ/m²으로, 그리고 0.343 kJ/m²으로 나타나 이동시키지 않았을 때와 비교하여 각각 3.8%, 4.8%, 그리고 1.9%로 감소되었으나 그 차이는 크지 않았다.

나. 유한요소법을 이용한 점탄성 최적화 결과

유한요소법을 이용하여 사과육질의 점탄성 물성인 탄성계수, 포와송비 및 점성계수를 해석하는 제1차 최적화를 1개의 시험편(A1)으로 수행한 결과, 수행 가능 셋트 범위는 6번 부터 12번까지 총 7개의 셋트에서 나타났다. 물성변수인 탄성계수와 포와송비는 수행가능 (Feasible)으로 판단된 셋트(set)에서 그 변화가 미약하게 나타났으나 점성계수는 최대 10 배의 변화를 나타내어 제 2차 최적화를 수행하게 되었다. 제2차 최적화에서 탄성계수와 점 성계수를 변수로 최적화하는 경우의 수행 가능 셋트 범위는 5번부터 8번까지 총 4개의 셋 트였고, 포와송비와 점성계수를 변수로 최적화하는 경우의 수행 가능 셋트는 8번과 9번 셋 트였다. 그림 (3)에서 보는바와 같이 제 1차 및 2차 최적화에서 목적함수인 변형에너지 차이는 모두 정상적인 수렴현상을 나타내었고 제1차 최적화에서 목적함수는 1.361 kJ/m²로 수렴되었으 며, 2차 최적화에서 탄성계수와 점성계수를 변수(E,V)로 하는 경우 그리고 포와송비와 점성계수 를변수(P,V)로 하는 경우의 목적함수는 각각 1.141 kJ/m², 1.1351 kJ/m²로 비슷한 값이었다. 상태함수에서도 1차 최적화, E-V변수_제 2차 최적화 및 P-V변수_제 2차 최적화 등으로 최적

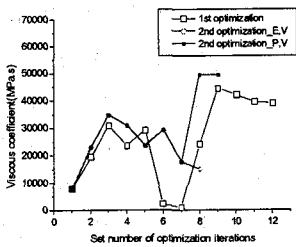


Fig. 6 Viscous coefficient variation during the first and second optimization.

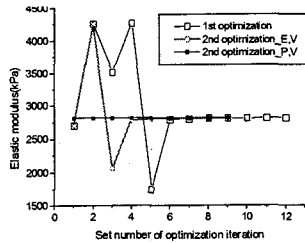


Fig. 4. Elastic modulus variation during the first and second optimization.

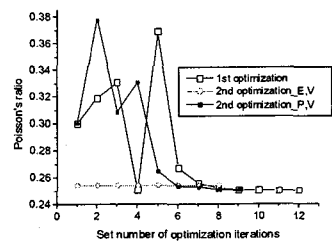


Fig. 5 Variation of Poisson's ratio during the first and second optimization.

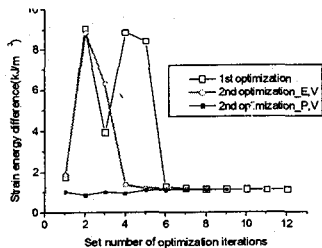


Fig. 3 Objective function variation during the first and second optimization.

로 40배의 변화를 보였고, 제2차 최적화에서 탄성계수와 점성계수(E,V)를 최적화하는 경우 에서는 15,105~29,315 MPa·s로, 포와송비와 점성계수(P,V)를 최적화하는 경우에서는 49,749 MPa·s로 나타났다. 그러나 포와송비와 점성계수(P,V)를 최적화하는 경우의 제2차

화한 결과, 반발력은 각각 73.864 N, 73.847 N 및 73.870 N으 로 나타났으며 기준반발력 73.866 N과 비교하여 매우 안정적 인 범위로 반발력 이 유지되었다. 물성변수인 그림 (4)의 탄 성계수 및 그림 (5)의 포와송비도 최적 가능 셋트에서 목적 함수와 상태변수처럼 각각 안정적인 범위로 수렴되어 이들 에 대한 수렴성의 차이를 발견할 수 없었다.

그림 (6)에서 보는바와 같이 제1차 최적화에서 수행가능 영 역으로 판단된 셋트의 점성계수는 1,056.7 ~ 44,443.0 MPa·s

최적화의 경우는 제1차 최적화 결과의 점성계수보다 매우 높았으며 또한, 수행가능 직전 셋트의 점성계수 차이가 약 2.8배로 크게 나타났다. 따라서 최종적으로 제2차 최적화는 제 1차 최적화로 구한 포와송비를 상수로 하고 탄성계수와 점성계수를 물성변수로 하는 최적화 방식을 선정하였다.

생물체 항복점(BP)에서 10개의 시험편을 개별최적화한 결과, 탄성계수, 포와송비 그리고 점성계수는 각각 2,328.4 kPa, 0.290, 26,805.8 MPa·s로 최적화 되었으며, 각 시험편 힘-변형 곡선의 데이터를 평균하여 최적화한 결과, 탄성계수가 2,302.6 kPa, 포와송비가 0.273, 점성계수가 719.6 MPa·s로 수렴되어 개별 최적화하여 평균한 값과 비교할 때 탄성계수는 1.1%, 포와송비는 6.3%의 차이가 나타났다. 그러나 점성계수는 약 37배의 차이를 보여 힘-변형곡선의 평균값을 최적화하는 자료로 적용하기에는 다소 무리가 있음을 알 수 있었다. 결론적으로, 사과 육질의 평균물성을 찾기 위해서는 시험편 모두에 대해 개별최적화가 필요하다고 판단되었으며, 또한 이러한 최적화 기법의 결과는 기보고된 물성치의 범주와 큰 차이를 보이지 않았고, 앞으로 유한요소법을 이용한 피로, 진동, 충격 등의 거동해석을 위한 입력자료로 활용되어 더욱 정확한 과일의 점탄성 거동해석을 기대한다고 본다.

4. 주요결과 요약

생물체의 점탄성 특성인 탄성계수나 포와송비, 점탄성계수 등을 전산유한요소법을 이용하여 추적하는데 필요한 기초물성자료를 얻기 위하여 사과 과육에 대한 압축실험수행하고, 실험을 통하여 얻은 기초물성을 적용하여 유한요소법으로 이들을 추정할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.

1. 힘-변형커브로부터 변형초기의 왜곡된 S곡선을 수정하기 위해 생물체 항복점(BP)부터 0.15BP까지의 정보를 사용하여 2차 다항식으로 피팅한 결과, 결정계수(r^2)가 0.9992~0.9999 범위로 높게 나타났으며 오른쪽으로 벗어난 평균거리는 0.4544 mm이었다.
2. 유한요소법을 이용하여 사과육질의 점탄성 물성을 최적화한 결과, 탄성계수 2,328.4 kPa, 포와송비 0.290 및 점성계수 26,805.8 MPa·s로 계산되었다.

5. 참고문헌

1. 김경원 등. 2000. 철골경량 연질온실용 알루미늄서까래의 최적설계에 관한연구. 한국농업기계학회 동계학술대회. Vol5 No.1
2. 김만수, 박종민, 최동수. 1992. 과실의 힘-변형 특성. 한국농업기계학회지 17(2):156~170.
3. 박종민. 1993. 과실의 점탄성 특성과 그 응용. 충남대학교 박사학위논문.
4. 정현모. 1999. 청과물의 기계적 특성에 관한 연구. 충남대학교 석사학위논문.
5. ASAE. 2001. Compression test of food materials of convex shape. ASAE standards.
6. Baerdemaeker, J.G.D and L.J. Segerlind. 1976. Determination of the viscoelastic properties of apple flesh. Trans. of the ASAE 17(2): 346~348, 353
7. Chappel, T. W. and D. D. Hamann. 1968. Poisson's ratio and Young's modulus for apple flesh under compressive loading. Trans. of the ASAE 15(6): 608~612
8. Chen. H. and J.G. De Baerdemaeker and V. Bellon. 1996. Finite element study of the melon for nondestructive sensing of firmness. Trans. of the ASAE 39(3): 1057~1065
9. Chen, Tzikang. 2000. Determining a Prony Series for a viscoelastic materials from time varying strain data. NASA/TM-210123