

## 클러스터링을 이용한 주기적 차량운행경로 문제 해법 A Clustering Based Approach for Periodic Vehicle Routing Problems

김병인

포항공과대학교 산업경영공학과

Tel : 054-279-2371, Fax : 054-279-2870, bkim@postech.ac.kr

김성배, Surya Sahoo

Institute of Information Technology, Inc, Texas, USA

### Abstract

In this paper, we address a real-world periodic vehicle routing problem with time windows (PVRPTW). In addition to the general requirements of single-day vehicle routing problem, each stop has required number of visits within a cycle period in PVRPTW. Thus, we need to determine optimized days of visit for each stop with consideration of the cycle-period days together. The problem also requires consistent vehicle assignment to the stops. We developed a clustering based 3-phase approach for this problem: 1) stop-route assignment, 2) stop-day assignment, and 3) stop sequencing within a single-day route. Using the approach, we could reduce the number of routes and improve the routing efficiency for several real-world problems.

### 1. 연구개요

차량운행경로문제(Vehicle Routing Problem: VRP)는 차고에 있는 여러 대의 차량들이 수요량이 미리 알려진 각 수요지점에 제품을 수송/배송하고 차고로 다시 돌아올 때까지의 차량운행경로를 정하는 문제이며 보통의 경우 소요되는 차량의 수와 운전시간/거리를 최소화 하는 것을 목적으로 한다 (Toth 와 Vigo, 2002, Ball 등, 1995). 기본적인 VRP에서는 차량의 허용 운행시간 및 차량 용량(capacity)이 주요 제약조건이 된다. 여기에 수요지점에 대한 방문시간을 한정하는 조건을 추가하면 VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows)가 된다. 주어진 차량 수로

제약조건을 만족하는 VRPTW 해를 찾는 것은 NP-complete로 알려져 있다 (Cordeau 등, 2002).

일반적인 VRPTW는 하루의 차량운행 경로를 찾는 문제인데 반하여, 운행경로 계획 기간(cycle length)이 여러 날이고 각각의 수요지점의 방문횟수가 일정하지 않을 때의 문제는 주기적 차량운행경로문제(Periodic VRPTW: PVRPTW)가 되는데 본 논문에서 이 문제를 다루고자 한다. PVRPTW에서는 운행계획 기간동안 수요지점의 방문횟수만큼 방문할 날짜를 결정하여야 한다. 본 논문에서 고려하는 PVRPTW에서는 한 수요지점에 방문하는 차량은 항상 일정하여야 한다는 제약조건을 가진다. 이는 수요지점 즉 고객과 차량의 일관성 있는 관계를 위한 것으로 고객만족과 관리에 도움이 되기 때문에 실제적인 문제들에 일반적으로 적용되는 제약 조건이다. 또한 문헌에서 다루어지는 수요지점의 수가 많아야 100개인 것에 비해 본 논문에서 고려하는 문제에는 수요지점의 수가 10,000개가 넘는 경우도 있다.

PVRPTW의 응용분야로는 제조회사의 수배송 문제, 식료품 배송, 청소차량 운행일정, 주유소 주유 배급, 편의점 체인의 물품공급문제, 기술 인력의 유지보수(maintenance) 일정 등 다양하다.

VRP 분야에 대한 연구는 활발한데 반해 PVRP 특히 PVRPTW에 관한 연구는 문헌에서 찾기가 쉽지 않다. Cordeau 등(1997)은 각각의 수요지점에 방문할 수 있는 날짜 조합들이 주어졌을 때의 문제를

고려하였는데 먼저 수요지점별로 무작위로 하나의 날짜 조합을 선택한 후 각각의 날짜에 대해 차량운행경로를 구하는 것으로 초기 해를 구했다. 그런 후 (수요지점  $i$ , 차량  $k$ , 날짜  $l$ : 수요지점  $i$ 가 날짜  $l$ 에 차량  $k$ 에 의해 방문 된다) 조합을 해에서 빼내고 다른 조합을 넣는 방식의 타부 탐색을 이용하여 해를 개선하는 방법을 제안하였다.

Gaudioso와 Paletta (1992)도 먼저 수요지점과 날짜조합을 결정하고 각 날짜별로 차량운행 경로를 구하는 방법으로 초기 해를 구하였다. 그런 후 경로 내 (intra route) 및 경로 간(inter route)개선을 시도하고 날짜를 바꾸어 보면서 해를 개선하는 방법을 제시하였다.

위 두 선행연구의 방법들은 수요지점의 방문시간을 한정하는 조건 (time window)을 고려하지 않았으며 본 연구에서 고려하는 문제의 제약조건 즉, 한 수요지점에 방문하는 차량은 날짜에 관계없이 항상 일정하여야 한다는 조건도 고려하지 않았다. 그리고 두 방법 모두 날짜별로 다른 수의 차량을 필요로 한다는 문제점과 차량간 일 분량의 균형성이 고려되지 않는다는 문제점이 있다.

본 연구에서는 이러한 문제를 해결하는 클러스터링 기반의 3단계 방법을 개발하였고 실제 문제들에 적용하였는데 이를 통하여 제안된 방법이 효율적이라는 것을 확인할 수 있었다.

## 2. 실제 문제 예

그림 1은 실제 주기적 차량운행경로 문제의 예를 보인다. 이 지역은 미국 아틀란타 시 주변의 지역에서 음료를 배달하는 문제로 계획 주기(cycle length)는 4주이며 10,670개의 수요지점을 가지고 있다. 그림에서 지도 위의 작은 동그라미들이 수요지점의 위치를 보여주며 가운데 윗부분의 큰 동그라미가 차량이 출발하고 돌아 오는 차고의 위치를 보여준다. 본

연구에서 제시한 해를 적용하기 전에는 15개의 차량을 필요로 하였다.

이 실제문제에서 중요하게 고려해야 할 사항으로는 차량의 운행 지역간의 겹침 (overlap)을 최소한으로 하며 각 차량이 배달하는 음료의 부피가 균등해야 된다는 것이다. 이는 운전자들이 배달하는 음료의 부피에 따라 보수를 받기 때문에 보수를 균등하게 지급하기 위해서 설정된 제한 사항이었다.

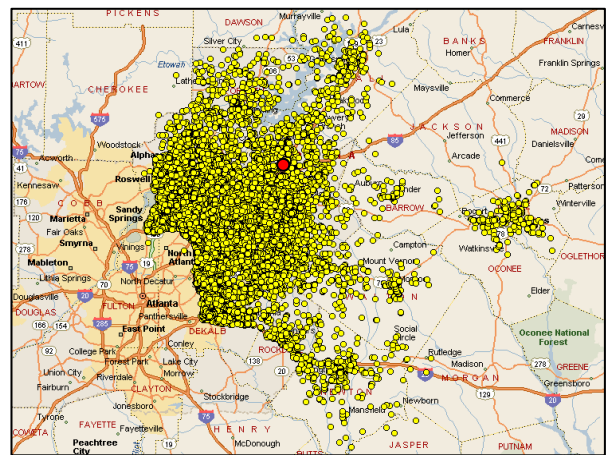


그림 1. 실제 주기적 차량운행경로 문제 예

## 3. 클러스터링 기반 3단계 접근법

앞 절에서 보인 예와 같은 주기적 차량운행경로 문제를 해결하기 위해서 본 연구에서는 그림 2와 같은 클러스터링 기반 3단계 접근법을 제안하였다. 먼저 수요지점의 요구사항과 차량의 부피 용량 및 가용 운영시간 등을 기준으로 필요 차량 대수를 예측한다.

다음으로 각 수요지점을 하나의 차량에 할당한다. 문제의 해를 구하는 순서에서 수요지점을 차량에 할당하는 것을 먼저 하는 이 부분은 기존의 연구와 크게 다른 것인데 이는 수요지점에 방문하는 차량은 날짜에 관계없이 항상 일정하여야 한다는 조건을 만족시키기 위함이다. 수요지점을 차량으로 할당할 때에는 차량에 할당된 수요지점 간의 겹침(overlap)을 최소화하고 차량간 운행시간이나 취급하는 전체 부피 등의 일량

(workload)이 최대한 균등하게 하여야 한다.

모든 수요지점이 각각의 차량에 할당가능하면 각 차량별로 할당된 수요지점을 일자로 할당하는 단계를 수행하고 그렇지 않으면 차량 대수를 증가하여 다시 수요지점-차량 할당을 시도한다. 차량에 할당된 수요지점을 일자별로 할당 할 때에는 수요지점의 방문횟수를 만족하며 각 일자별로 일의 양이 차량의 용량을 넘어서지 않으며 전체 운행시간을 최소화 하도록 한다.

각 차량별 수요지점-일자 할당이 성공적으로 이루어지면 각 차량별, 일자별로 차량경로를 생성하는 단계로 넘어가고 그렇지 않으면 수요지점-차량 할당을 조정하도록 한다.

수요지점-차량 할당 조정은 수요지점-일자 할당을 성공하지 못한 차량에 할당된 수요지점 중 일부를, 할당에 성공한 차량의 수요지점으로 조정하는 단계이다. 조정이 가능하다면 각 차량별 수요지점-일자 할당을 다시 시도하고, 가능하지 않다면 차량 대수를 증가하여 다시 수요지점-차량 할당부터 시도하게 된다.

각 차량별, 일자별 경로생성은 타임윈도를 고려한 차량운행경로문제 (VRPTW) 알고리즘을 이용 하여 구하는 단계이다. 이 때 하나의 경로로 만들지 못한 경우에는 차량대수를 증가하여 처음부터 다시 시도하게 한다.

아래에 위에서 간략히 소개한 각 단계의 알고리즘을 보다 상세히 소개한다.

### 3.1 수요지점-차량 할당 알고리즘

본 연구에서 사용한 수요지점-차량 할당 알고리즘은 Banerjee 와 Ghosh (2002)의 클러스터링 알고리즘을 확장 시킨 것으로 하나의 차량이 하나의 클러스터를 담당할 수 있도록 차량의 가능 운행시간 및 용량을 클러스터 용량으로 보고 클러스터링을 하는 방법이다.

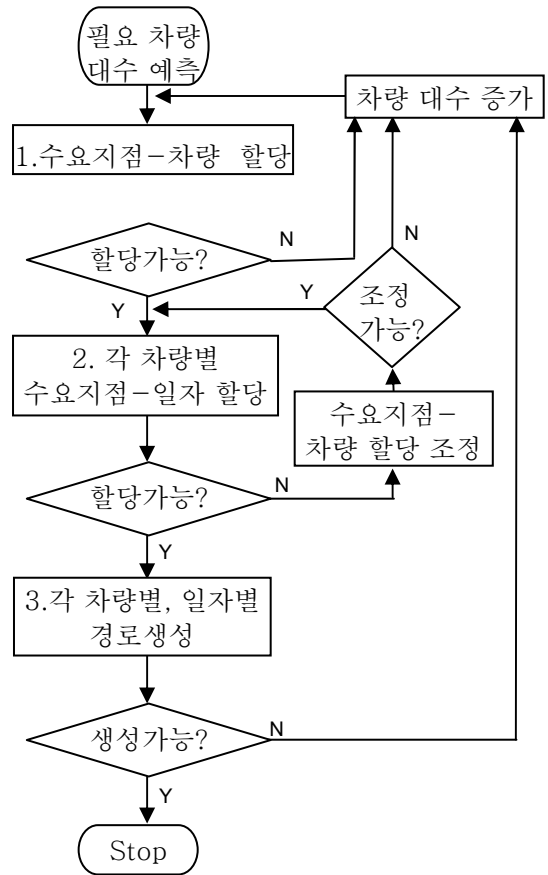


그림 2. 클러스터링 기반 3단계 접근법

이때의 차량 가능 운행 시간 및 용량은 여러 날에 해당하는 것이므로 계획 기간 (cycle length)을 고려하여 계산한다. 아래에 알고리즘을 단계별로 기술한다.

Step 0. 원하는 차량대수 만큼의 클러스터

중심점 (centroid)을 K-Means 클러스터링 방법을 이용하여 찾는다.

N=1로 하고 모든 수요지점들의 상태를 ‘미할당’으로 한다.

Step 1. Propose: 각 차량이 중심점 (centroid) 에 있다고 가정하고 그 차량이 취급할 수 있는 만큼 차량으로부터 가까이 있는 수요 지점들에게 프로포즈를 하고 자신의 수요지점들로 삼는다.

Step 2. Dispose: 프로포즈를 받은 수요지점은 가장 가까운 클러스터의 프로포즈를 받아들이고 자신의 상태를 ‘할당’으로 바꾼다.

- Step 3. Remove: 클러스터에서 제안했지만 받아들여지지 않은 수요지점들을 자신의 수요지점 리스트에서 지운다.
- Step 4. 새로이 소속된 수요지점들을 포함하여 클러스터 중심점을 다시 계산한다.
- Step 5. 모든 수요지점들이 클러스터에 포함이 되었으면 Step 9로 가고 그렇지 않으면 Step 6으로 간다.
- Step 6. 가능하다면 미할당된 수요지점을 그 수요지점으로부터 가장 가까운 클러스터로 할당한다.
- Step 7. 모든 수요지점들이 클러스터에 포함이 되었으면 Step 9로 가고 그렇지 않으면  $N=N+1$ 로 하고  $N$ 이 기존에 설정된 최대 반복횟수에 도달하지 않았으면 Step 1로 가고 도달하였다면 Step 8로 간다.
- Step 8. 미할당된 수요지점이 있으면 그 수요지점을 추가할 수 있는 클러스터 중 가장 가까운 클러스터에 그 수요지점을 할당한다.
- Step 9. 알고리즘을 종료한다. 모든 수요지점들이 클러스터에 포함이 되었으면 feasible 클러스터링을 얻었고 그렇지 않으면 infeasible이다.

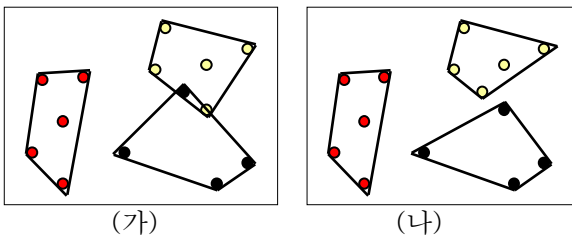


그림 3. 최소볼록집합(convex hull)을 이용한 클러스터 개선

합당한 (feasible) 클러스터를 생성한 후에는 최소볼록집합(convex hull) 개념을 이용하여 클러스터를 개선한다. 차량간 겹침 현상을 감소하기 위해서는 그림 3의 (가) 클러스터 보다는

(나)클러스터가 바람직하다. 각각 클러스터의 최소볼록집합을 구한 후 어떤 수요지점이 자신이 속하지 않은 클러스터의 최소볼록집합의 경계안에 포함되어 있을 때 그 수요지점을 다른 클러스터로 할당하는 것을 고려해 본다. 클러스터를 옮기는 것이 가능하고 차량간 겹침 현상을 감소시킨다면 그것을 수용한다. 본 연구에서 사용한 최소볼록집합 계산 방법은 잘 알려진 Graham (1972) 방법이다. 보다 자세한 용량을 고려한 클러스터링 알고리즘 및 개선 알고리즘은 Kim 등 (2004)에 기술되어 있다.

### 3.2 수요지점-일자 할당 알고리즘

수요지점-차량의 관계가 결정된 후에는 각 차량에 할당된 수요지점들의 일자 할당을 한다. 여기에서도 클러스터링의 개념을 사용하는데 여기서의 클러스터는 각 일자에 할당된 수요지점들의 집합이 된다. 가령 계획기간(cycle length)이 월요일부터 금요일까지 5일이라면 각 요일별로 클러스터가 생겨서 5개의 클러스터가 만들어지게 된다. 그림 1 예의 경우에는 4주 즉 28일이 계획 기간이므로 28개의 클러스터를 만들게 된다.

본 알고리즘에서는 각 수요지점의 유연성(flexibility)을  $1/(\text{수요지점의 방문횟수} \times \text{수요지점에서 소모되는 시간})$ 으로 정의한다. 즉, 요청된 방문횟수가 많은 수요지점이나 소모시간이 많은 수요지점은 유연성이 작게 된다. 어떤 수요지점의 유연성이 작다는 것은 그 수요지점을 일자에 할당하기가 어렵다는 것을 의미한다. 따라서 유연성이 적은 수요지점부터 일자 할당을 하게 된다. 아래에 알고리즘을 단계별로 기술한다.

- Step 0. 수요지점들의 유연성(flexibility)을 계산하고 유연성의 역순으로 정렬한다.
- Step 1. 정렬된 순서대로 각각의 수요지점에 대한 일자 할당을 아래와 같이 수행한다.
- 1) 수요지점의 가능한 일자 조합별로

- 각 일자 클러스터에 해당 수요지점을 추가하였을 때 모든 일자 클러스터가 합당한지 (feasible)를 검사한다.
  - 모든 클러스터가 합당하면 각 일자 클러스터의 중심점(centroid)으로부터 새로 추가되는 수요지점간의 거리의 합을 계산한다.
- 2) 위 1)에서 feasible한 일자조합이 있었다면 그 중에서 각 클러스터의 중심점으로부터 새로 추가되는 수요지점간의 거리의 합이 최소인 조합을 선택하고 그 수요지점을 해당 클러스터로 할당한 후 해당 클러스터들의 중심점(centroid)를 다시 계산한다.
- 3) 위 1)에서 feasible한 일자 조합이 없다면 수요지점-일자 할당을 할 수 없는 경우(infeasible)이므로 Step 2로 간다.
- 4) Step 1을 모든 수요지점에 대해 반복한다.  
 Step 2. 알고리즘을 종료한다.

위 알고리즘의 Step 1, 1)에서 feasibility를 검사할 때 주의하여야 할 사항은 각 클러스터에 포함된 수요지점들간의 시간충돌(time conflict)이다. 여기서 다루는 문제가 수요지점에 대한 방문시간을 한정하는 조건 (time window)이 있는 만큼 이 부분에 주의하여야 한다. 가령 수요지점 (가)의 방문가능시간이 10시에서 10시 30분이고 수요지점 (나)의 방문가능시간이 10시 10분에서 10시 40분이고 각각 수요지점의 소요시간(service time)이 10분이고 두 수요지점 간의 이동시간이 40분이라면 이 두 수요지점은 하나의 차량으로 처리할 수 없기 때문에 하나의 클러스터에 포함될 수 없다.

합당한 (feasible) 일자 클러스터를 생성한 후에는 추가적인 개선을 하게 되는데, 수요지점을 해당 클러스터에서 삭제하고 다시 추가하는 방법을 사용하였다. 이 방법은 하나의 수요지점을 무작위로 추출하고 그 수요지점이 속한 일자 클러스터에서 그

수요지점을 제거하고 위 알고리즘의 Step 1, 1)과 2)를 다시 시도해 보아서 새로이 생성된 일자 클러스터들이 기존의 클러스터링보다 개선되면 새로운 클러스터링을 받아들이는 방법이다. 여기서의 개선 여부는 일자 클러스터의 겹침 및 차량 운행시간의 합을 고려하여 결정한다.

### 3.3 차량별-일자별 경로생성 알고리즘

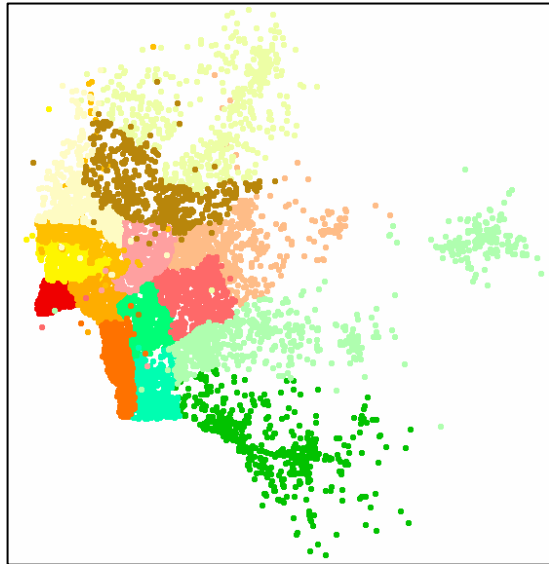
수요지점-차량-일자의 관계가 결정된 후에는 각 차량, 일자에 할당된 수요지점들을 대상으로 VRPTW 알고리즘을 적용하여 최종경로를 얻게 된다. 본 연구에서는 Solomon (1987)의 Insertion 알고리즘을 사용하고 개선 알고리즘으로 Taillard 등(1997)의 CROSS Exchange 연산자와 시물레이트 어닐링 (Simulated Annealing) 기법을 사용하였다.

### 4. 해법의 적용

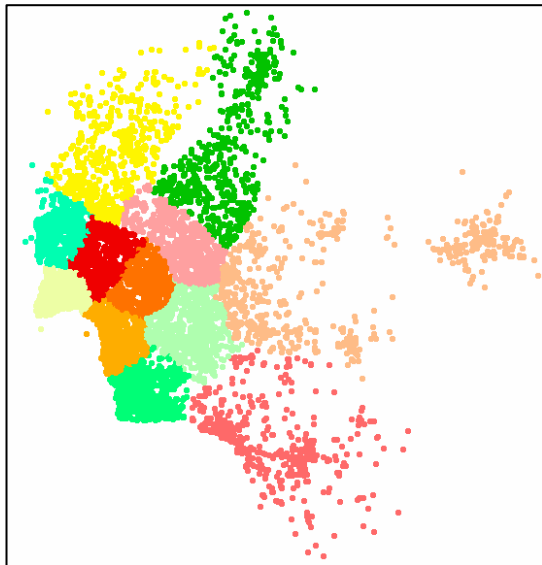
본 논문에서 기술된 알고리즘들은 C언어로 구현이 되었으며 여러 실제적인 문제들에 적용해 보았다. 그림 1에 나타난 문제의 경우 기존의 수요지점-차량 할당 관계는 그림 4-(가)와 같이 차량간의 겹침(overlap)이 많았었는데 제안된 알고리즘들을 적용한 결과 그림 4-(나)와 같이 차량들이 취급하는 수요지점들의 경계가 단정하게 정리되었다. 또한 기존의 경우 15대의 차량이 필요하였는데 새로운 해에서는 13대의 차량만을 필요로 한다.

또 다른 실제문제의 적용사례는 28일 주기의 음료배달 문제로 2,012 개의 수요지점과 7개의 차고를 가진 경우가 있었다. 이 경우 기존에 수행하고 있는 해는 10개의 차량을 24일을 운행하는 것이었는데 새로운 방법으로는 8개의 차량을 20일만 운영하면 되었다. 또한 배달한 음료의 양에 따라 보수를 받는 시스템에서 기존의 수행 방법으로는 운전자들이 받는 보수의 표준편차가 29,200 달러였는데 새로운 방법으로는

4,318 달러를 얻을 수 있었다. 즉 새로운 방법으로 차량간 일량(workload)을 균등하게 편성할 수 있었다.



(가) 기존 수요지점-차량 할당 패턴



(나) 제안된 수요지점-차량 할당 패턴

그림 4. 수요지점-차량 할당 패턴 변화

### 5. 결론

본 연구에서는 수요지점을 그 지점이 요구하는 방문횟수에 따라 주기적으로 방문해야 할 때 차량운행경로를 찾는 주기적 차량운행경로문제(PVRPTW)의 해법을 제안하였다. 본 논문에서 고려한

PVRPTW에서는 한 수요지점에 방문하는 차량은 항상 일정하여야 한다는 제약조건이 있고 수요지점의 수가 10,000개가 넘는 경우도 있었다. 또한 수요지점을 차량으로 할당할 때에는 차량에 할당된 수요지점 간의 겹침(overlap)을 최소화하고 차량간 운행시간이나 취급하는 전체 부피 등의 일량(workload)이 최대한 균등하게 하여야 한다는 점을 고려하였다.

제안된 방법은 3단계 접근법으로 크게 클러스터링을 이용한 수요지점-차량 할당, 클러스터링을 이용한 수요지점-일자 할당, VRPTW알고리즘을 이용한 경로생성의 단계로 나누어진다. 구현된 알고리즘은 실제 문제들에 적용되어 효과적임을 보였다.

향후 연구 방향으로는 제안된 방법을 기존 연구의 방법들과 벤치마킹 하는 것과 사용된 클러스터링 방법을 개선하는 것이다. 제안된 클러스터링 방법은 보통의 경우 만족할 만한 결과를 내지만 용량 제한 조건이 많고 심할(tight) 경우에는 클러스터 간에 겹침 현상이 발생할 때가 있었다. 이 부분에 대한 추가 연구가 필요하다.

### 참고문헌

- [1] Ball, M.O., Magnanti, T.L., Monma, C.L., Nemhauser, G.L. (Eds.). *Network Routing*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1995.
- [2] Banerjee, A., Ghosh, J., "On Scaling Up Balanced Clustering Algorithms," *Proc. Of the Second SIAM International Conference on Data Mining*, April 11-13, Arlington, VA. 2002. (available at <http://www.siam.org/meetings/sdm02/proceedings/sdm02-20.pdf>)
- [3] Cordeau, J-F., Desaulniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M.M., Soumis, F., "VRP with Time Windows," In: Toth, P., Vigo, D. (Eds.). *The vehicle routing problem*. SIAM, Philadelphia, PA, 2002. p. 157-193.

- [4] Cordeau, J.-F., Gendreau, M., Laporte, G., "A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems," *Networks*, Vol. 30(1997), pp. 105-119.
- [5] Gaudioso, M., Paletta, G., "A heuristic for the periodic vehicle routing problem," *Transportation Science*, Vol.26, No.2 (1992), pp. 86-92.
- [6] Graham, R.L., "An efficient algorithm for determining the convex hull of a finite planar set," *Information Processing Letters*, Vol. 1(1972), pp.132-133.
- [7] Kim, B., Kim, S., Sahoo, S., "Balanced clustering algorithms for vehicle routing problems," The Institute of Industrial Engineers Annual Conference, May 15-19, 2004, Houston, Texas
- [8] Solomon, M.M., "Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problem with Time Window Constraints," *Operations Research*, Vol. 35, No. 2(1987), pp. 254-265.
- [9] Taillard, E.D., Badeau, P., Gendreau, M., Guertin, F., Potvin, J.Y., "A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows," *Transportation Science*, Vol. 31, No.1 (1997), pp. 170-186.
- [10] Toth, P., Vigo, D. (Eds.), *The Vehicle Routing Problem*. SIAM, Philadelphia, PA, 2002.