

# 구조부재의 고유진동수에 대한 하중크기의 영향

김덕현\* · 한봉구\*\* · 원치문\*\*\*

## Influence of Loading Sizes on Natural Frequency of Structural Members

Duk-Hyun Kim, Bong-koo Han, Chi-Moon Won

**Key Words:** natural frequency, load sizes, in-plane loads, normal to the plane loads.

### Abstract

In this paper, the relation between the applied loading sizes and the natural frequency of vibration of some structural elements is presented. Many junior engineers get confused on such relations. It is hoped that this paper gives some guideline to such junior engineers.

### 1. 서론

지금까지 고유진동수를 계산하는 유일한 방법으로는 Rayleigh 방법만이 있어 왔는데, 이것은 energy 보존의 법칙의 이용으로 운동에너지 = strain energy 란 식에 근거를 두고 있어 자유도(degree of freedom)가 하나인 경우에만 정확한 값을 주는데, 보나 탄성체 구조재료는 무한개의 자유도를 갖고 있어서, 정확한 해를 구할 수가 없었다. 균등단면에 균등하중을 받는 단순지지된 보의 구조형태를 sine 함수로 표시할 수 있어서 구차하게나마 고유진동수의 계산을 가능케 하였다. 김덕현(1974)은 임의의 단면과 경계조건을 갖고 임의의 하중을 받는 보와 탐구조에 대한 진동이론을 개발 발표하였고 이 이론은 임의의 단면을 갖고 임의의 지지점에 놓인 composite의 제 1모드 진동 고유주파수를 구하는데 확장 적용

되어, 제 1차 일본첨단재료기술협회 국제회의(JISSE-1)에서 발표되었다. 또한 제 2모드 이상의 진동의 경우는 미국토목학회 제 8차 구조공학 학술대회에서 발표되었고 횡방향 전단변형을 고려한 두꺼운 적층판에 대한 연구결과가 제 8차 국제복합재료학회와 제2차 일본첨단재료기술협회 국제회의(JISSE-2)에서 발표되었다.

### 2. 해석 방법

이 논문의 진동해석 방법은 참고문헌(1~9)에 상세해 설명되었으므로 여기서는 생략한다.

### 3. 1차원 구조의 고유진동수에 대한 하중의 영향

앞서 언급된바와 같이 1차원구조도 단순지지되고 균등단면에 균등하중을 받는 경우가 아니면 해석적으로 고유진동수를 구하는 것은 불가능하다. 본 논문에는 기술자들에게 필요한 지침을 주고자 몇 가지 보 형태에 대해 이 논문의 방법으

\* Korea Composites

\*\* 서울산업대학교 교수

\*\*\* 한라대학교 토목공학과 교수

로 구한 결과를 실었다.

표 1

| N  | $\omega / \sqrt{\frac{EI}{mL^3}}$ |
|----|-----------------------------------|
| 1  | 5.69187                           |
| 2  | 4.40452                           |
| 3  | 3.71863                           |
| 4  | 3.27712                           |
| 5  | 2.96272                           |
| 6  | 2.72426                           |
| 7  | 2.53539                           |
| 8  | 2.38103                           |
| 9  | 2.25180                           |
| 10 | 2.14156                           |
| 11 | 2.04606                           |
| 12 | 1.96230                           |
| 13 | 1.88804                           |
| 14 | 1.82162                           |
| 15 | 1.76175                           |
| 16 | 1.70742                           |
| 17 | 1.65782                           |
| 18 | 1.61231                           |
| 19 | 1.57035                           |
| 20 | 1.53150                           |

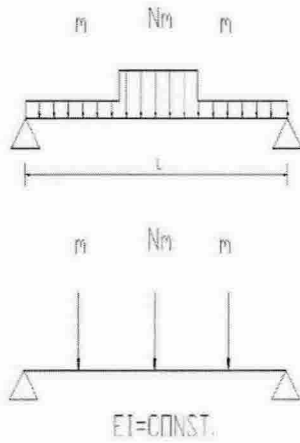


그림 1.

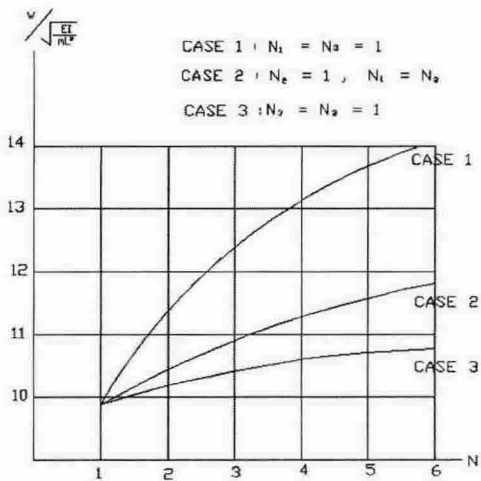
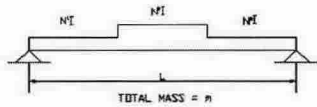


그림 2.

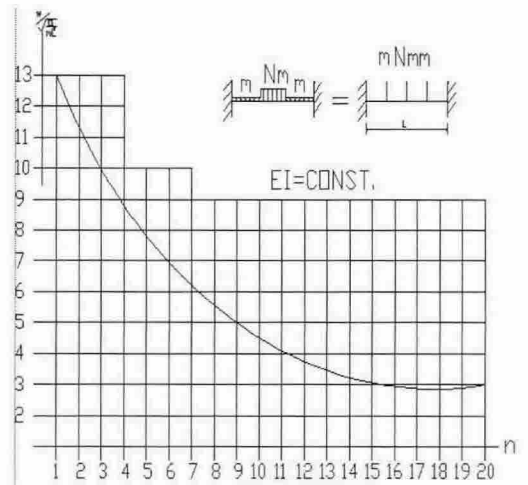


그림 3.

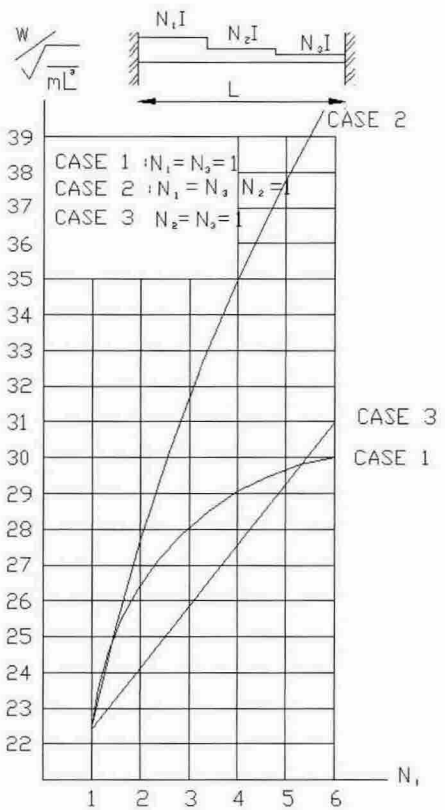


그림 4.

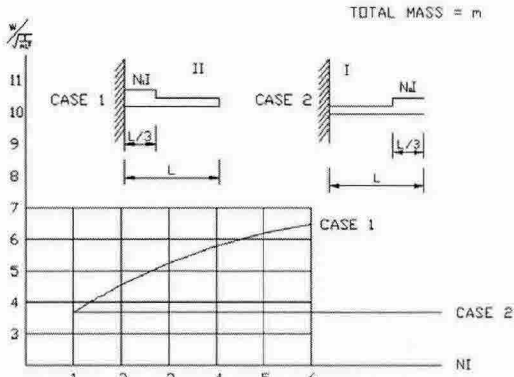


그림 5.

표 2

| $N_i$ | CASE 1  | CASE 2  | CASE 3  | CASE 4  |
|-------|---------|---------|---------|---------|
| 1     | 2.08333 | 2.08333 | 2.08333 | 2.08333 |
| 2     | 1.53795 | 1.92913 | 2.08028 | 1.92140 |
| 3     | 1.27469 | 1.80224 | 2.07723 | 1.78464 |
| 4     | 1.11236 | 1.69606 | 2.07417 | 1.66763 |
| 5     | 0.99952 | 1.60584 | 2.07200 | 1.56629 |

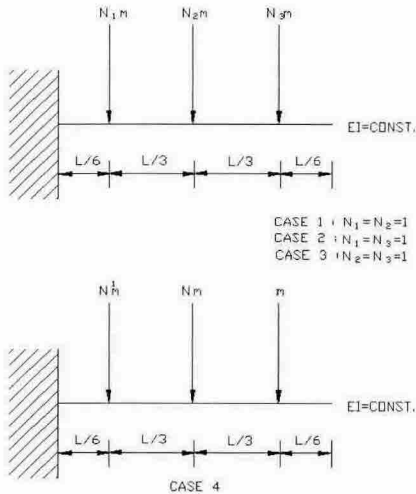


그림 6.

#### 4. 수직하중과 면내 하중을 받는 복합재료 판의 고유진동수

수직하중

$$q(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

를 받고, 면내하중  $N_x$ ,  $N_y$  및  $N_{xy}$ 를 동시에 받고 있는 단순지지된 판을 고려한다. (이 경우는 비교하기 위한 Whitney의 해가 있다).

수직방향 변위는

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2)$$

인데 여기서

$$w_{mn} = \frac{q_{mn}}{\pi^4 DEN} \quad (3)$$

로 표시 될 수 있고

여기서

$$DEN = D_1 \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2D_3 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_2 \left(\frac{n}{b}\right)^4 + P_1 \left(\frac{m}{\pi a}\right)^2 + P_2 \left(\frac{n}{\pi b}\right)^2 \quad (4)$$

이다. 수치예로 그림 7을 고려한다.

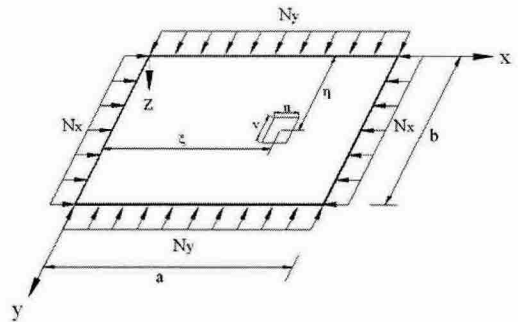


그림 7 횡방향과 균일한 축방향 하중을 받는 적층판

면내하중  $N_x = P_1$ ,  $N_y = P_2$ ,  $N_{xy} = 0$  이고 고려된 복합적층판은  $[ABBAAB]_r$  형태이며 이 때  $A = -B = 30^\circ$ ,  $r = 9$ ,  $a = b = 1m$  이다. 면내하중이 없을 경우, 즉  $P_1 = P_2 = 0$  일 때 고유진동수  $\omega_n = 469.6 / \sqrt{\rho h}$  로 구해졌다 (표3).

표 3 [ABBAAB]<sub>r</sub> 형태의 적층판의 고유진동수

$$(\omega_n / \sqrt{\rho h})(A = -B = 30^\circ, r = 9, a = b = 1 \text{ m})$$

| $P_1/D_{11}$<br>$P_2/D_{11}$ | -0.5  | -0.3  | 0     | 0.1   | 0.3   | 0.5   |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -0.5                         | 462.4 | 463.9 | 466.0 | 466.7 | 468.2 | 469.6 |
| -0.4                         | 463.1 | 464.6 | 466.7 | 467.4 | 468.9 | 470.3 |
| -0.3                         | 463.9 | 465.3 | 467.4 | 468.2 | 469.6 | 471.0 |
| -0.2                         | 464.6 | 466.0 | 468.2 | 468.9 | 470.3 | 471.7 |
| -0.1                         | 465.3 | 466.7 | 468.9 | 469.6 | 471.0 | 472.4 |
| 0                            | 466.0 | 467.4 | 469.6 | 470.3 | 471.7 | 473.1 |
| 0.1                          | 466.7 | 468.2 | 470.3 | 471.0 | 472.4 | 473.8 |
| 0.2                          | 467.4 | 468.9 | 471.0 | 471.7 | 473.1 | 474.5 |
| 0.3                          | 468.2 | 469.6 | 471.7 | 472.4 | 473.8 | 475.2 |
| 0.4                          | 468.9 | 470.3 | 472.4 | 473.1 | 474.5 | 475.9 |
| 0.5                          | 469.6 | 471.0 | 473.1 | 473.8 | 475.2 | 476.6 |

사변 단순지지된 적층판의 경우, Whitney의 해는  $\omega_n = 469.922 / \sqrt{\rho h}$ 이다. 면내 하중의 고유진동수에 대한 영향은 표 3에 나와 있다.

$P_1 = P_2 = 0$ 은 면내하중이 없을 때이고 +는 인장 -는 압축의 경우이다.

## 5 결론

본 논문은 김덕현이 서울 타워 설계 시 개발하여, 계속 발전 발표해온 구조물의 고유진동수를 계산하는 방법을 사용하여 구한, 몇 가지 구조물 형태가 변동하중을 받는 1차원구조와 수직하중과 평면내 하중을 받는 복합재료 판의 고유진동수를 구하여, 하중의 변화가 주는 구조물 고유진동수의 변화를 주고 있다. 지면 관계로 구조물과 하중상태는 상당히 제한하였으나 젊은 기술자들에게 진동의 고유진동수에 대한 하중 종류와 크기의 영향을 이해하게 하는 데는 충분하리라 믿는다.

## 참고문헌

1. Kim, D. H.(1974), "A method of vibration analysis of irregularly shaped structural elements." *International Symposium on Engineering Problems in Creating Coastal Industrial Sites*, Seoul, Korea, pp. 39-63.
2. Kim, D. H.(1995), *Composite structures for*

*civil and architectural engineering*.  
Published by E&FN SPON, Chapman & Hall, London.

3. Kim, D. H., Hwang, J. W., Chun, D. S.(1989), "A simple method of vibration analysis of irregularly shaped composite structural elements", *1st Japan Int'l SAMPE Symposium*, Nov.28-Dec.1, pp. 863-868.
4. Kim, D. H., Hwang, J. W., Chun, D. S.(1990), "Vibration analysis of irregularly shaped composite structural members-for higher modes", *8th Structural Congress, American Society of Civil Engineers*, Baltimore, MD, U.S.A., Apr.30-Mar.3.
5. Kim, D. H.(1991), "Vibration analysis of irregularly shaped laminated thick composite plates", *ICCM 8*, Honolulu, Hawaii, July.
6. Kim, D. H., Park, J. S., Kim, K. J.(1991), "Vibration analysis of irregularly shaped laminate thick composite plate II", *2nd Japan International SAMPE Symposium and Exhibition*, Dec., pp. 1310-1317
7. 김덕현 등, "탄성기초에 지지되고 양단 축하중을 받는 특별직교이방성 판의 진동해석", 한국전산구조 공학회, 학술 발표회 논문집, 제 1권 1집, 1998
8. 김덕현 등 "Analysis of three dimensional structures by folded plate theory", 한국 복합재료학회 학술발표회 논문집, 1999, 4.
9. 김덕현 등, "Analysis of post-tensioned bridge by specially orthotropic laminates theory, ( I ) Reinforced concrete slab bridge, ( II ) Steel plate girder bridge", 한국 복합재료 학회 학술 발표회 논문집, 2001, 5, 4.