

영구자석 전동기에서 인덕턴스 재정의의를 통한 인덕턴스 산정과 측정에 대한 연구

¹이지영, ¹강도현, ²홍정표
¹한국전기연구원 횡자속 전동기 연구그룹, ²창원대학교 전기공학과

The study of inductance calculation and measurement through re-definition of inductances in PM type electric machines

¹Ji-Young Lee, ¹Do-Hyun Kang, and ²Jung-Pyo Hong
¹Transverse Flux Machine Research Group, KERI, and ²Dept. of Electrical Engineering, Changwon National University

Abstract - Inductance can be defined as several kinds of slopes on the B-H curve, and it is classified into apparent, effective, incremental inductances, etc. In many research cases, its calculation and measurement are partially dealt. However it is hard to find the clear explanation of the inductance in the voltage equation of PM machines, and even its relationship with those classified inductances in the view point of design and characteristics analysis. Moreover some previous definition of inductance can not be used for the inductance of coils in PM machines. Therefore, in this paper the inductance is redefined for voltage equation of PM machines, and the methods of calculation by using finite element analysis method and measurement are explained.

1. 서 론

전기기기 시스템에서 요구하는 전동기의 출력밀도가 높아짐에 따라 많은 부분에서 전동기의 계자코일은 영구자석으로 대체되고, 자성재료의 포화정도는 심해지고 있다. 포화로 인해 비선형성이 심화됨에 따라, 신뢰성 있는 특성 예측을 위하여 인덕턴스를 보다 정확하게 산정 하려는 노력은 지금까지 많은 연구자들에 의해서 연구되어 왔다 [1-5].

본 논문의 저자들 또한 이미 동일 학회지에 고출력 밀도를 가지는 영구자석형 횡자속 선형 전동기의 인덕턴스 산정에 대한 연구를 다루었다 [1]. 논문 [1]에서는 기존의 인덕턴스의 종류와 산정법 중에서 특이한 구조의 횡자속 선형 전동기 코일의 인덕턴스를 산정하기 위한 보다 간단한 방법을 제안하는데 초점을 두었고, 제안하는 방법의 타당성을 위하여 해석치와 실험치를 비교한 그래프를 제시하였다. 그래프에 대한 설명 과정에서 당시 이론에 따르면 결보기 인덕턴스와 증분인덕턴스 중 실험치와 비교할 항목은 결보기 인덕턴스인데, 오히려 증분인덕턴스가 실험치와 값이 잘 일치하는 결과를 실험오차로 평가하고 끝을 맺었다.

그러나, 최근의 연구 수행 중 다른 타입의 횡자속 전동기에 대해서도 실험치와 해석치 사이의 동일한 현상을 발견하고, 인덕턴스에 대한 개념도 또한 결과, 결보기 인덕턴스가 아닌 당시에 산정했던 증분 인덕턴스가 실험치와 비교대상이 되는 것이고, 따라서 [1]의 논문에서 제시했던 인덕턴스의 실험치와 해석치가 아주 잘 일치한다는 결론을 내리게 되었다.

본 논문에서 제시하는 인덕턴스 계산 방법, 측정 방법, 그리고 이에 대한 비교는 이미 다른 논문에서 소개되고, 산업현장에서 사용하고 있는 경우도 있다. 그러나 기존의 논문과 연구 자료들 [2]-[5]는 대부분이 영구자석이 없거나 포화가 되지 않는 기기를 대상으로 인덕턴스를 정의하거나, 계산에 대한 것과 실험 방법에 대한 부분적인 정보만 전달해 줄 뿐, 영구자석 전동기를 설계하고 특성 해석하는 측면에서 명확한 인덕턴스의 정의나 쉽게 이해할 수 있는 이론적 설명이 부족하다. 따라서 본 논문에서는 포화가 심한 영구자석 전동기의 특성해석을 신뢰성 있게 수행하기 위하여, 전압방정식을 세우는데 필요한 인덕턴스를 정의한 뒤, 이를 유한요소법을 이용하여 산정하고 실험치와 비교하기 위한 방법에 대해서 설명하도록 한다.

2. 인덕턴스 정의

2.1 인덕턴스의 분류와 기존 정의에 대한 재고

코일의 인덕턴스는 일반적으로 코일에 흐르는 전류 i 와 총쇄교자속 λ 의 비 (λ/i)로 정의 된다. 그러나 본 논문에서는 철심 코어를 사용하는 전동기에서 자성재료의 비선형성으로 인해 일정한 값을 가지지 않는 인덕턴스를 고려하기 위하여 [2]-[5]를 참고로 하여 표 1과 같이 분류하였다.

<표 1> 인덕턴스의 분류

| 분류 | 인덕턴스 종류 | 수학적 정의 | |
|-----|-----------------------------|------------|-----------------------------|
| (가) | (1) 유효(effective) 인덕턴스 | L_{eff} | $2 \times W_{st} / i^2$ |
| | (2) 결보기(apparent) 인덕턴스 | L_{app} | λ / i |
| | (3) 증분(incremental) 인덕턴스 | L_{inc} | $\Delta \lambda / \Delta i$ |
| | (4) 미분(differential) 인덕턴스 | L_{diff} | $d\lambda / di$ |
| (나) | (5) 정상상태(Steady state) 인덕턴스 | L_{std} | (1), (2) |
| | (6) 동적(dynamic) 인덕턴스 | L_{dyn} | (3), (4) |

(W_{st} = 저장에너지, i = 코일에 흐르는 전류, λ = 총 쇄교 자속)

표 1에서 인덕턴스를 크게 (가)와 (나)로 분류를 하였는데, 분류 (가)는 그림 1에서 보는 바와 같이 전류와 자속간의 관계를 여러 가지 기울기에 대해서 정의를 한 것이다. 그림 1에 나타나 있지 않은 증분 인덕턴스는 많은 경우에 있어서, 미분 인덕턴스와 혼용해서 사용되나, 여기서는 한 점의 접선으로 나타나는 미분 인덕턴스에 비해, 전류와 자속의 무시할 수 없는 점소 변위의 비로 정의한다.

분류 (나)의 경우에는 전동기의 전압방정식에 표기되는 인덕턴스를 정의한 것으로 [4]에서는 전압방정식에서 (di/dt) 항의 계수로서의 동적 인덕턴스 L_{dyn} 식 (1)과 같이 정상상태 인덕턴스 L_{std} 로 정의하고 있다.

$$L_{dyn} = L_{std} + \frac{\partial L_{std}}{\partial i} i \tag{1}$$

그러나, 동적인덕턴스를 정상상태 인덕턴스로 표현한 것은 이 식을 사용하고 있는 논문 [4]에서와 같이 유도기나 변압기와 같은 경우에만 가능하다. 즉, 영구자석을 사용하지 않는 경우에는 자화곡선의 포화되기 전의 선형 구간(엄밀히 말하면, 완전한 선형 구간은 아님[6])과 포화된 이후의 비선형 구간 모두에서 이 식이 성립하지만, 영구자석을 사용하는 경우에는 표 1의 (가)에서 분류하고 있는 인덕턴스 값들이 모두 동일한 선형 구간에서 운전 될 때만 성립하고, 비선형 구간에서는 인덕턴스 값들이 달라지므로 식 (1)을 사용할 수 없다. 이에 대한 자세한 이유는 다음절에서 설명 하겠다.

인덕턴스에 대해서 최근의 견해를 참고 있는 [5]에서도 표 1의 (나)와 같은 분류는 하고 있으나, 식 (1)과 같은 표현은 하지 않는다. [5]에서 각속도와 인덕턴스의 곱으로 계산되는 리액턴스를 정의 하는 부분에서는 다소 모호하지만, 저자가 설명하고자 하는 바에 대한 실마리를 제공해주고 있다. [5]에 따르면, 일반적인 리액턴스는 정상상태 인덕턴스라 할 수 있는 결보기 인덕턴스로부터 산정해야하나, 최근의 영구자석형 브러시리스 전동기에서는 그 전동기의 제어방법으로 인해 변화하는 전류에 대한 고려를 해야 하므로, 동적 인덕턴스로 대표되는 증분인덕턴스로 리액턴스를 산정해야 한다고 설명하고 있다.

[5]에서 결보기 인덕턴스를 사용하는 '일반적인 경우'에 대한 설명은, 본문에서는 명시하고 있지 않으나 인용된 참고문헌을 분석하면 모두 영구자석을 사용하지 않는 전동기에 대한 것이고, 영구자석형 브러시리스 전동기의 경우 증분인덕턴스로 코일의 인덕턴스 또는 리액턴스를 정의해야 한다는 주장은 매우 공감아 되는 부분이나 그에 대한 이유가 명확하지 못하다. 이 외의 많은 논문들 역시 이러한 부분들이 부족한 것을 발견하였다. 따라서 다음 절에서 영구자석을 사용하는 전동기에서 왜 수식 (1)의 정의를 사용할 수 없으며, 어떠한 인덕턴스를 정의하여 해석과 측정에 사용해야 되는가에 대해서 설명하도록 한다.

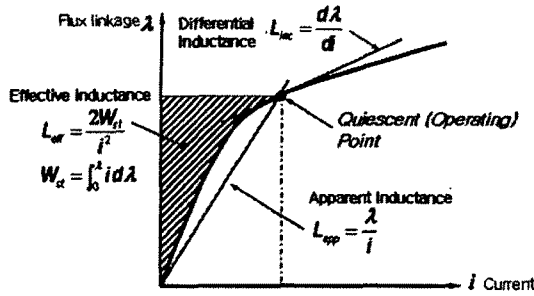
2.2 전압 방정식에서 인덕턴스 재정의

전동기 한 상에 대한 전압 방정식은 권선의 저항 r 과, 권선에 쇄교하는 전체 합성 자속 λ 에 대한 항으로 일반적으로 식 (2)와 같이 표현될 수 있다. 그리고 합성 자속 λ 가 전류 i 와 회전각 또는 이동자의 변위 θ 에 대한 함수일 때, 식 (2)의 우변 두 번째 항은 식 (3)과 같이 바뀐다.

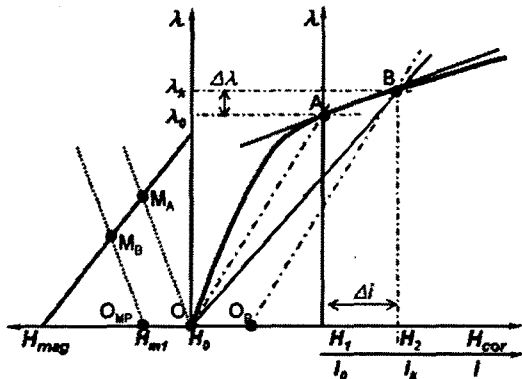
$$V = ir + \frac{d\lambda(i, \theta)}{dt} \tag{2}$$

$$\frac{d\lambda(i, \theta)}{dt} = \frac{\partial \lambda}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} = L_{di/i} \frac{di}{dt} + E \tag{3}$$

$$\lambda = \lambda_0 + L_{inc} i \quad (\text{if } \lambda_0 = 0, L_{inc} = L_{app}) \tag{4}$$



〈그림 1〉 철심이 있는 전기기기 시스템에서 인덕턴스 정의 : 유효인덕턴스(Effective inductance), 미분 인덕턴스(Differential Inductance), 겉보기 인덕턴스(Apparent inductance)



〈그림 2〉 자성재료의 자화곡선 상에서 인가 기자력에 따른 인덕턴스 : O점을 기준으로 1사분면=철심의 자화곡선, 2사분면=영구자석의 자화곡선

식 (4)에서 전체 합성자속을 구성하는 항으로서 영구자석에 의한 무부하 쇠교자속은 λ_0 , 권선 기자력에 의한 자속은 중분 인덕턴스 L_{inc} 로 정의하였다. 많은 논문에서 이 항을 겉보기 인덕턴스로 정의하고 있는데, 이는 2.1 절에서 설명한 바와 같이 영구자석이 없거나, 있어도 포화되지 않는 구간에서만 성립한다. 이는 그림 2를 통해서 설명될 수 있다.

먼저, 영구자석이 없는 경우, 특히 유도기와 변압기에서는 권선 기자력의 변화에 따라 코어에 인가되는 전체 기자력은 권선 기자력에 비해하여 H_0 에서 H_1 , H_2 와 같이 변하게 된다. 따라서 OA 또는 OB 기울기로 정의되는 겉보기 인덕턴스가 권선의 인덕턴스로 정의 될 수 있다.

그러나, 영구자석이 있는 경우, 자성체가 기본적으로 영구자석에 의해 H_1 의 기자력이 인가되어 있다고 가정하면, 권선의 기자력이 인가되지 않은 상태에서 이미 λ_0 의 자속이 흐르고 있고, 이 때 코어의 평균 투자율은 원점 O점에서부터 A점을 지나는 기울기 λ 로 정의 될 수 있다. 이 때, 권선 전류가 인가되면 영구자석의 자화곡선 상에서 전기자 반작용에 의해 퍼미언스가 일정한 기울기를 가지고, 기자력 축인 x축 방향으로만 평행 이동 하듯이 ($OM_A \leftrightarrow O_{MP}M_B$), 영구자석 기자력이 이미 존재하는 철심 코어의 자화곡선 상에서도 전기자 기자력에 의해 동작점을 결정하는 선 OA 가 $O_P B$ 로 평행 이동을 하는 것으로 볼 수 있다 (그림 2에서 1사분면과 2사분면의 퍼미언스 이동방향은 논외로 한다). 결론적으로 동작점이 A에서 B로 변할 때, 겉보기 인덕턴스를 나타내는 기울기 OA 를 OB 로의 변화시키는 것은 권선 기자력에 비해하는 것이 아니라, 영구자석과 권선기자력의 합성 기자력에 비해하는 것이므로, OB 를 권선의 인덕턴스로 정의 할 수 없다.

전류에 의한 자속 발생의 비로 인덕턴스를 정의하기 위해서, 그림 2의 1사분면에서 보는 바와 같이, 합성 기자력축과 나란한 전류축을 가정하여 전류-자속 좌표상에서 전류와 자속의 관계에 대한 직선식을 정의해 볼 수 있다. 즉, 전류 없이 영구자석만 존재하는 x축 상의 점으로 i_0 점과 H_1 점을 일치시키면, i_k 전류가 인가되어 합성 기자력이 H_2 가 된 시점에서는 전류에 의해 발생하는 자속은 $\Delta\lambda$ 가 되고, 이 때 합성 자속은 λ_k 가 된다.

따라서 전류와 자속 λ 가 이루는 좌표 상에서 임의의 합성 자속 λ 에 대한 직선의 방정식은 전류가 0인 점에서 λ_0 값을 가지고, 기울기는 $(\lambda - \lambda_0)/i$ 가 될 것이다. 이를 전류 값이 0인 i_0 값을 이용하여 나타내면, $(\lambda - \lambda_0)/(i - i_0)$ 로 나타낼 수 있고, 결론적으로 기울기는 자속의 변화량과 전류의 변화량 비로 볼 수 있다. 따라서 전류-자속 좌표에서 전류에 따른 자속의 관계를 나타내는 직선의 방정식은 식 (4)와 같이 나타낼 수 있고, 이는 철심에 인가되는 전체 합성 기자력 H_{cor} 와 자속 λ 가 이루는 좌표에 대응 시킬 때도 성립하게 된다. 식 (4)로 표현되는 자속을 식 (3)과 같이 전류 i 와 변위 θ 에 대한 함수로 보고 시간에 대해 미분하면 식 (5)와 같이 된다. 이를 합성 자속을 분리하기 전에 나타낸 식 (3)과 비교하면 각각의 항들은 식 (6)과 (7)과 같이 대응된다. 따라서 영구자석을 사용하지 않는 기에서 (1)과 같이 정적인 인덕턴스와 동적 인덕턴스의 관계로 표현되었던 인

덕턴스는 영구자석 전동기에서는 (6)과 같이 모두 동적인 인덕턴스에 속하는 미분 인덕턴스와 중분 인덕턴스로 표현된다는 것을 알 수 있다.

결론적으로, 영구자석 전동기에서 전압 방정식은 식 (8)과 같이 되고, 우변 각각의 항들은 저항에 의한 전압 강하 성분, 미분 인덕턴스로 표현되는 변압기 기전력 (trans-former voltage) 성분, 중분 인덕턴스로 표현되는 부하 시 전류에 의한 역기전력 성분, 그리고 무부하 역기전력 성분이다.

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{dt} &= \frac{d(L_{inc}i + \lambda_0)}{dt} = \frac{d(L_{inc}i)}{dt} + \frac{d\lambda_0}{dt} = L_{inc} \frac{di}{dt} + \frac{dL_{inc}}{dt}i + \frac{d\lambda_0}{dt} \\ &= L_{inc} \frac{di}{dt} + \left[\frac{\partial L_{inc}}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial L_{inc}}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \right]i + \frac{d\lambda_0}{dt} \\ &= [L_{inc} + \frac{\partial L_{inc}}{\partial i}i] \frac{di}{dt} + w \frac{\partial L_{inc}}{\partial \theta} + E_0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$L_{diff} = L_{inc} + \frac{\partial L_{inc}}{\partial i}i \quad (6)$$

$$E = w \frac{\partial L_{inc}}{\partial \theta} + E_0 \quad (7)$$

$$V = ir + L_{diff} \frac{di}{dt} + w \frac{\partial L_{inc}}{\partial \theta} + E_0 \quad (8)$$

3. 인덕턴스 산정과 측정방법

지금까지 제 정의한 인덕턴스에서 전동기의 특성해석을 위해서 필요한 인덕턴스는 세 가지로 요약될 수 있다. 겉보기 인덕턴스, 중분 인덕턴스, 그리고, 미분 인덕턴스이다. 겉보기 인덕턴스는 철심의 포화가 권선 기자력에 의하거나, 영구자석이 있어도 포화가 안 되는 경우에 이용될 수 있으며, 미분 인덕턴스와 중분 인덕턴스는 영구자석을 사용하고 포화되는 경우에 식 (8)과 같이 전압방정식에 필요한 파라미터가 된다. 유효요소법을 이용하여 각각을 산정하는 방법을 본 논문에서 자세히 설명하는 것은 생략하고, 참고문헌을 이용하여 요약하면 다음과 같다.

- 1) 겉보기 인덕턴스 : [1]에서 설명하는 겉보기 인덕턴스 산정 방법 참고
 - 2) 중분 인덕턴스 : [1]에서 설명하는 바와 같이 자속의 변화에 대해 전류 변화를 나누어 주는데, 전류가 인가되었을 때의 전체 자속에서 전류가 인가되지 않았을 때의 자속 변화량으로 산정
 - 3) 미분 인덕턴스 : [2]-[3]에서 설명하는 에너지 섭동법으로 산정하는 중분 인덕턴스는 본 논문의 미분 인덕턴스 개념으로 볼 수 있으나, [1]에서 주장한 바와 같이 시간과 노력이 많이 소요되므로, 중분 인덕턴스를 산정하여 식 (6)의 정의로부터 산정 가능 ([1]에서 실험치와 비교하기 위해 산정한 중분 인덕턴스는 본 논문의 미분인덕턴스의 개념으로 산정된 것임)
- 권선 인덕턴스에 대한 측정에는 LCRmeter를 사용하는 경우가 많이 있으나, LCRmeter에서 인가하는 전류는 수 mA에 불과하여 전동기 권선의 기자력 변화에 따라 변화하는 인덕턴스를 측정하기 어렵다. 따라서 LCRmeter에서 측정하는 방법대로, AC power supply와 오실로스코프를 이용하여 전압과 전류의 크기와 위상을 측정하여 인덕턴스를 계산할 수 있다 [7]. 이 때 측정된 인덕턴스는 회전자 또는 이동자가 임의 위치에 고정되어 있을 때, 인가되는 교류 전원에 의해 측정되는 것이므로, 식 (8)에서 우변의 저항과 미분인덕턴스에 의한 항만 존재하게 되어 궁극적으로 미분 인덕턴스를 측정 한 것과 같다.

지금까지의 인덕턴스 산정과 측정방법을 바탕으로 해석치와 실험치를 비교하면 서론에서 밝힌 바와 같이 저자들의 이전 논문인 [1]에서 그 결과를 확인할 수 있다.

[참고 문헌]

[1] 이지영, 류호길, 홍정표, 정수진, 강도현, "영구자석형 횡자속 선형전동기의 인덕턴스 산정에 관한 연구", 대한전기학회 학제학술대회 논문집, B권, p948-951, 2003, 7

[2] N.A.Demerdash, T.M.Hijazi, and A.A.Arkadan, "Computation of winding inductances of permanent magnet brushless DC motors with damper windings by energy," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. 3, No. 3, p705-713, September, 1988

[3] N.A.Demerdash, and T.W.Nehl, "Electric Machinery Parameters and Torques by current and energy perturbations from field computations-Part II: Applications and results," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. 14, No. 4, p1514-1522, December 1999

[4] A.Ganji, P.Guillaume, R.Pintelon, and P.Lataire, "Induction motor dynamic and static inductance identification using a broadband excitation technique," *IEEE Trans. on Energy conversion*, Vol. 13, No. 1, p15-20, March 1998

[5] Jacek F. Gieras, and Mitchell Wing, *Permanent Magnet Motor Technology - design and applications second edition*, Revised and Expanded-, Marcel Dekker, Inc., 2002

[6] Cullity(저),김광윤 외 다수(역), *자성재료학 제 5판*, 아이티씨, 2003. 8

[7] Hur J., Kang G.H., Lee J.Y., and Lee B.K., "Design and optimization of high torque, low ripples switched reluctance motor with flux barrier for direct drive," *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting*, Vol. 1, Digital object identifier 10.1109/IAS2004.1348439., 2004.