

소형 고온초전도 싱글 팬케이크 코일의 전자기력에 의한 Stress 해석

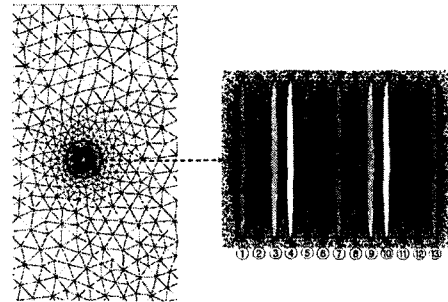
박명진\*, 곽상엽\*\*, 이승욱\*, 김우석\*, 한승용\*, 최경달<sup>§</sup>, 한진호<sup>§</sup>, 이지광<sup>§§</sup>, 정현교\*\*, 성기철\*\*, 한승엽\*  
 \*기초전력연구원, \*\*서울대학교, \*MIT, \*\*한국전기연구원, <sup>§</sup>한국산업기술대학교, <sup>§§</sup>우석대학교

Analysis of Stress by Electromagnetic Force in a Small HTS Single Pancake Coil

Myung-Jin Park\*, Sang-Yeop Kwak\*\*, Seoung-Wook Lee\*, Woo-Seok Kim\*, Seoung-Young Hahn\*, Kyeong-Dal Choi<sup>§</sup>,  
 Jin-Ho Han<sup>§</sup>, Ji-Kwang Lee<sup>§§</sup>, Hyun-Kyo Jung\*\*, Ki-Chul Seong\*\*, Song-yop Hahn\*

\*Korea Electrical Engineering & Science Research Institute, \*\*Seoul National Univ., \*MIT, \*\*Korean Electric Research Institute,  
<sup>§</sup>Korea Polytechnic Univ., <sup>§§</sup>Woosuk Univ.

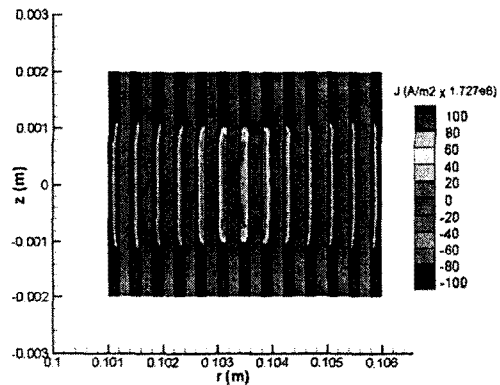
**Abstract** - 일반적으로 초전도선재를 이용한 코일의 전자기력에 의한 스트레스 계산에 있어서는 코일의 전류밀도분포와 자속밀도분포의 선형적인 관계를 이용하나 아직까지 초전도체 특유의 비선형적인 특성을 이용한 스트레스의 계산은 미비하다. 본 논문에서는 13턴의 소형 싱글팬케이크 코일을 초전도의 특성을 적용해 해석하고 인가전류가 0.3 I<sub>c</sub>, 0.5 I<sub>c</sub>, 0.8 I<sub>c</sub> 인 경우에 대해서 전자기력에 의한 코일의 스트레스를 유한요소법으로 계산하였다. 계산 결과 코일의 radial stress와 hoop stress는 모두 코일의 자속밀도분포와 유사한 모습을 나타내었다.



<그림 1> 초전도 코일의 요소 분할도

1. 서 론

대전류와 고자장하에서 운용되는 Superconducting Magnetic Energy Storage (SMES)와 같은 시스템에서는 코일의 기계적인 안정성을 판단하기 위해 스트레스의 해석이 필요하다. 일반적으로 전자기력에 의한 코일의 스트레스는 코일 내부의 전류밀도와 자속밀도의 관계로 나타난다. 그러나 초전도 선재를 이용하여 권선한 코일의 전류밀도와 자속밀도 분포는 일반 도체를 이용하여 권선한 코일의 전류밀도와 자속밀도의 분포와는 다르기 때문에 이러한 점이 초전도 코일에서의 전자기력에 영향을 미칠 수 있다. 따라서 초전도 특성을 고려한 초전도 코일에서의 스트레스에 대한 연구가 필요하다 할 수 있다. 본 논문에서는 Bean의 임계상태 모델을 이용하여 13 turn의 소형 싱글 팬케이크 코일의 전류 밀도와 자속밀도분포를 해석하였으며 이를 이용해 전자기력에 의한 초전도 코일에서의 스트레스를 유한요소법으로 계산하였다

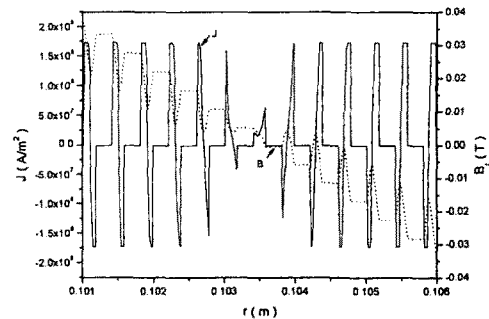


<그림 2> 초전도 코일의 전류밀도분포

2. 본 론

2.1 초전도 싱글 팬케이크 코일의 전류밀도 분포와 자장분포

코일에 발생하는 스트레스의 원인은 코일을 권선할 시 선재에 가하는 장력에 의해 발생하는 권선 스트레스와 냉각 시 코일을 구성하는 각 재료의 열팽창률 차이에 의해 발생하는 열 스트레스와 코일에 전류를 인가하였을 때 전자기력에 의해 발생하는 스트레스로 나누어 볼 수 있다. 본 논문에서는 전자기력에 의해 발생하는 스트레스만을 고려하였다. 전자기력에 의한 초전도 코일에서의 스트레스를 계산하기 위해서는 먼저 초전도 코일에서의 전류밀도분포와 자속밀도분포를 계산해야만 한다. 본 논문에서는 초전도 코일의 전류밀도 분포 및 자속밀도 분포를 계산하기 위해 Bean의 임계상태 모델(Critical state model)을 이용한 팬케이크 코일의 축 대칭 2차원 모델의 수치해석을 수행하였다. 그림 1은 소형 고온초전도 팬케이크 코일의 요소 분할도를 나타내고 있다. 초전도 코일은 총 13턴으로 이루어져 있으며 자세한 제원과 특성은 참고문헌 1에 나타나있다[1]. 소형 초전도 코일의 임계전류는 77 K의 온도에서 80A이다. 그림 2는 0.5 I<sub>c</sub>의 직류전류를 흘려주었을 때 초전도 코일의 전류밀도 분포를 나타낸다. 전류밀도분포의 크기 중에서 음의 값은 차폐전류의 영향으로 인한 것이다. 그림 3은 축 방향 z=0의 위치에서 반경방향 r에 대한 그림 2의 전류밀도의 분포와 B<sub>z</sub> 성분의 자속밀도분포를 나타낸다. 초전도 코일의 전류밀도분포와 자속밀도분포는 비선형적인 특성을 보이고 있다.



<그림 3> 초전도 코일의 전류밀도분포와 축 방향(z) 자속밀도분포 at z=0

2.2 초전도 싱글 팬케이크 코일의 스트레스 해석

스트레스의 계산은 힘의 평형방정식으로부터 출발한다. 축대칭 모델의 r-θ 평면을 부채꼴 모양의 미세 블록으로 나누고 이 r-θ 미세 블록 모델을 이용하면 식(1)을 얻을 수 있다. 식(1)의 평형방정식에 Lorentz Force에 대한 항을 추가하면 식(2)과 같이 나타 낼 수 있다[2].

$$\sum F_r = -\sigma_r r d\theta + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) d\theta - 2\sigma_\theta dr \sin \frac{d\theta}{2} \quad (1)$$

$$= -\sigma_r r d\theta + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) d\theta - \sigma_\theta dr d\theta$$

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \sigma_r - \sigma_\theta + r J(r) B(r) = 0 \quad (2)$$

여기서  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ 는 해석영역에서의 radial stress와 hoop stress를 나타내며,  $J(r)$ ,  $B(r)$ 는 해석영역에서의 전류밀도, 자속밀도를 나타낸다. hoop 방향과 radial 방향의 변형을  $\epsilon_h$ ,  $\epsilon_r$ 을 radial displacement  $u$ 을 이용해 나타내면 식(3)과 같이 나타낼 수 있고 이를 축대칭 모델에 대한 Hook' law를 이용하면 식 (4)와 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_h = \frac{u}{r}, \quad \epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (3)$$

$$\epsilon_r = \frac{\sigma_r}{E_r} - \frac{\nu_{rh}}{E_h} \sigma_h - \frac{\nu_{rz}}{E_z} \sigma_z + \alpha_r \delta T \quad (4)$$

$$\epsilon_h = \frac{\sigma_h}{E_h} - \frac{\nu_{hr}}{E_r} \sigma_r - \frac{\nu_{hz}}{E_z} \sigma_z + \alpha_h \delta T \quad (5)$$

여기서  $E$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$ ,  $\delta T$ 는 각각 탄성계수(Young's modulus), 포아송 비, 열팽창 계수, 온도의 변화량을 나타낸다.

식(4)와 (5)를  $\sigma_r$ 과  $\sigma_h$ 에 대해서 정리하면,

$$\sigma_r = \frac{\frac{\epsilon_r}{E_h} + \beta_1 \epsilon_h + X_2}{\frac{1}{E_r E_h} - \alpha_1 \beta_1} \quad (6), \quad \sigma_h = \frac{\frac{\epsilon_h}{E_r} + \alpha_1 \epsilon_r + X_2}{\frac{1}{E_r E_h} - \alpha_1 \beta_1} \quad (7)$$

여기서,

$$\alpha_1 = \frac{\nu_{hr}}{E_r}, \quad \alpha_2 = \frac{\nu_{hz}}{E_z}, \quad \beta_1 = \frac{\nu_{rh}}{E_h}, \quad \beta_2 = \frac{\nu_{rz}}{E_z}$$

$$X_1 = \frac{\alpha_2 \sigma_z - \alpha_r \delta T}{E_r} + \alpha_1 (\beta_2 \sigma_z - \alpha_r \delta T)$$

$$X_2 = \frac{\beta_2 \sigma_z - \alpha_r \delta T}{E_h} + \beta_1 (\alpha_2 \sigma_z - \alpha_r \delta T)$$

이다. 식(6)과 (7)을 식 (2)에 대입하여  $u$ 에 대해 정리하면 식(8)과 같다.

$$r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + (\beta_1 E_h + 1 - \alpha_1 E_h) \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{E_h}{E_r} \frac{u}{r} = -E_h r \left( \frac{1}{E_r E_h} - \alpha_1 \beta_1 \right) JB + (X_1 - X_2) E_h \quad (8)$$

식(8)의 2차 편미분 방정식의 해는  $u = u_h + u_p$ 로 하여  $r$ 에 대한 함수로 나타낼 수 있다. 코일의 양 끝단에서의  $\sigma_r = 0$ 의 경계조건을 사용하여  $u$ 를 구하고, 식(6)과 (7)에 대입하면 코일의 각  $r$ 방향 위치에서의 radial stress와 hoop stress를 계산할 수 있다. 그러나 위의 식은 해석 영역에서 전류밀도의 값이 일정하고 자속밀도분포가 일차원적으로 선형인 경우에 대한 해석식이기 때문에 전류밀도분포와 자속밀도분포가 비선형적으로 강하게 나타나는 경우에 대해서는 사용할 수 없다. 따라서 비선형 특성이 강한 초전도 코일의 스트레스를 계산하기 위해서 일차원 유한요소법을 이용하였다. 식(8)을 2차편미분 방정식의 다시 정리하면 식 (9)와 같고, 식 (9)를 일반형으로 나타내면 식 (10)과 같이 쓸 수 있다.

$$-\left( -r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + (\beta_1 E_h - 1 - \alpha_1 E_h) r \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{E_h}{E_r} u \quad (9)$$

$$= -E_h r^2 \left( \frac{1}{E_r E_h} - \alpha_1 \beta_1 \right) J(r) B(r)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( k(r) \frac{\partial u(r)}{\partial r} \right) + c(r) \frac{du(r)}{dr} + b(r)u(r) = f(r) \quad (10)$$

여기서 초전도 코일의 내경( $r = r_{ini}$ )과 외경( $r = r_{fin}$ )에서의 radial stress는 0으로 가정하므로 식 (6)을 이용하여 다음과 같은 유한 요소 해석을 위한 두 개의 경계 조건 식 (11)과 (12)를 얻을 수 있다.

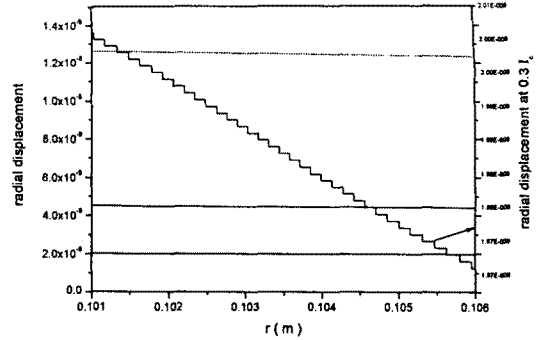
$$\frac{1}{E_h} \frac{\partial u(r_{ini})}{\partial r} + \beta_1 \frac{u(r_{ini})}{r_{ini}} = 0 \quad \text{at } r = r_{ini} \quad (11)$$

$$\frac{1}{E_r E_h} - \alpha_1 \beta_1$$

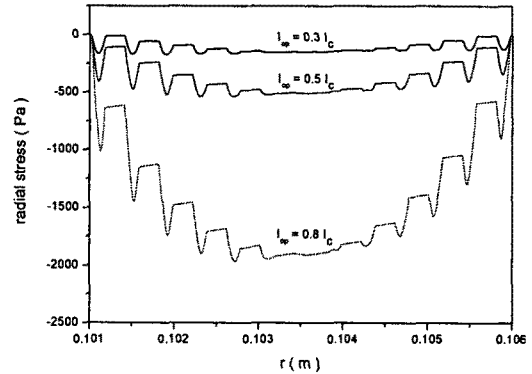
$$\frac{1}{E_h} \frac{\partial u(r_{fin})}{\partial r} + \beta_1 \frac{u(r_{fin})}{r_{fin}} = 0 \quad \text{at } r = r_{fin} \quad (12)$$

$$\frac{1}{E_r E_h} - \alpha_1 \beta_1$$

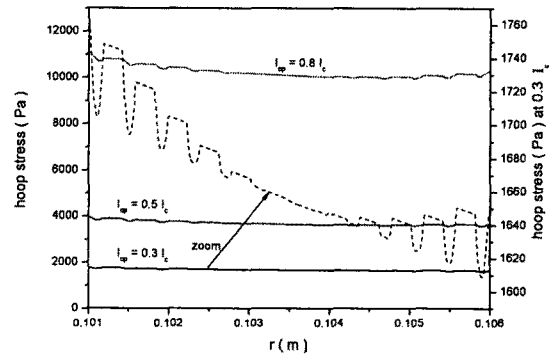
그림 4는 초전도 코일의 인가전류가 0.3  $I_c$ , 0.5  $I_c$ , 0.8  $I_c$  일 때 초전도 코일에서의 radial displacement  $u$ 값을 나타낸다. 그림 4에서 계단 모양의 선은 0.3  $I_c$ 에서의  $u$ 값을 나타낸다. 계단의 폭은 인가전류가 작을수록 크고, 인가전류가 증가할수록 점점 좁아지는 특성을 보였다. 그림 5와 6은 초전도 코일의 radial stress와 hoop stress를 나타낸다. radial stress와 hoop stress의 분포는 여러 개의 피크 값을 가지는 형태를 나타내고 있는데 이 피크 값의 모양과 위치가 자속밀도분포와 유사한 것으로 보아 stress가 초전도 코일 내부의 자속밀도분포에 큰 영향을 받는 것으로 보인다.



〈그림 4〉 인가전류에 따른 초전도 코일의 radial displacement



〈그림 5〉 인가전류에 따른 초전도 코일의 radial stress



〈그림 6〉 인가전류에 따른 초전도 코일의 hoop stress

### 3. 결 론

본 논문에서는 Bean의 임계상태 모델을 이용한 수치해석을 통해 13 turn의 소형 팬케이크 코일의 전류밀도분포와 자속밀도분포를 구하고 이를 이용해 코일에서의 전자기력에 의한 스트레스 해석을 하였다. 해석 결과 전자기력에 의한 코일의 radial stress와 hoop stress의 분포는 지금까지 알려진 일반적인 상전도체의 스트레스해석과는 다른 모습을 보였다. 이는 초전도체의 전류밀도분포와 자속밀도분포가 강한 비선형적인 특성을 보이기 때문으로 판단된다. 향후 본 논문에서 사용된 모델을 초전도 특성이 배제된 상태에서의 stress 해석과 비교함으로써 초전도 코일에서의 stress 특성에 관한 연구가 더욱 필요하다고 할 수 있다.

감사의 글  
본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력연구원 (R-2004-1-144) 주관으로 수행된 과제임.

### [참 고 문 헌]

- [1] 박명진, 이상수, 이승욱, 차귀수, 이지광, "고온초전도 팬케이크 코일과 솔레노이드 코일의 교류손실 측정 및 수치해석", 대한전기학회논문지, 53B권 12호, pp.732-738, 2004.
- [2] Martin N. Wilson, Superconducting Magnet, Oxford University Press, 1983.